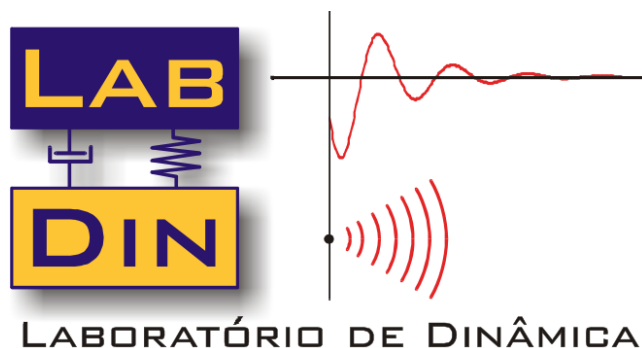


UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA



**SEM 533 – Modelagem e Simulação de Sistemas
Dinâmicos I**

Aula # 1 – Introdução

Resp.: Prof. Paulo S. Varoto

1- INTRODUÇÃO

O principal objetivo deste curso é prover o aluno de graduação com uma formação em *dinâmica de sistemas*, apresentando as principais ferramentas de modelagem, bem como utilizando leis físicas pertinentes a cada problema físico em estudo.

Por *sistema* entende-se um conjunto de componentes montados de tal maneira que realize uma tarefa fim. Por *dinâmica* entende-se uma situação onde o comportamento do sistema ou de suas propriedades varie com o tempo !

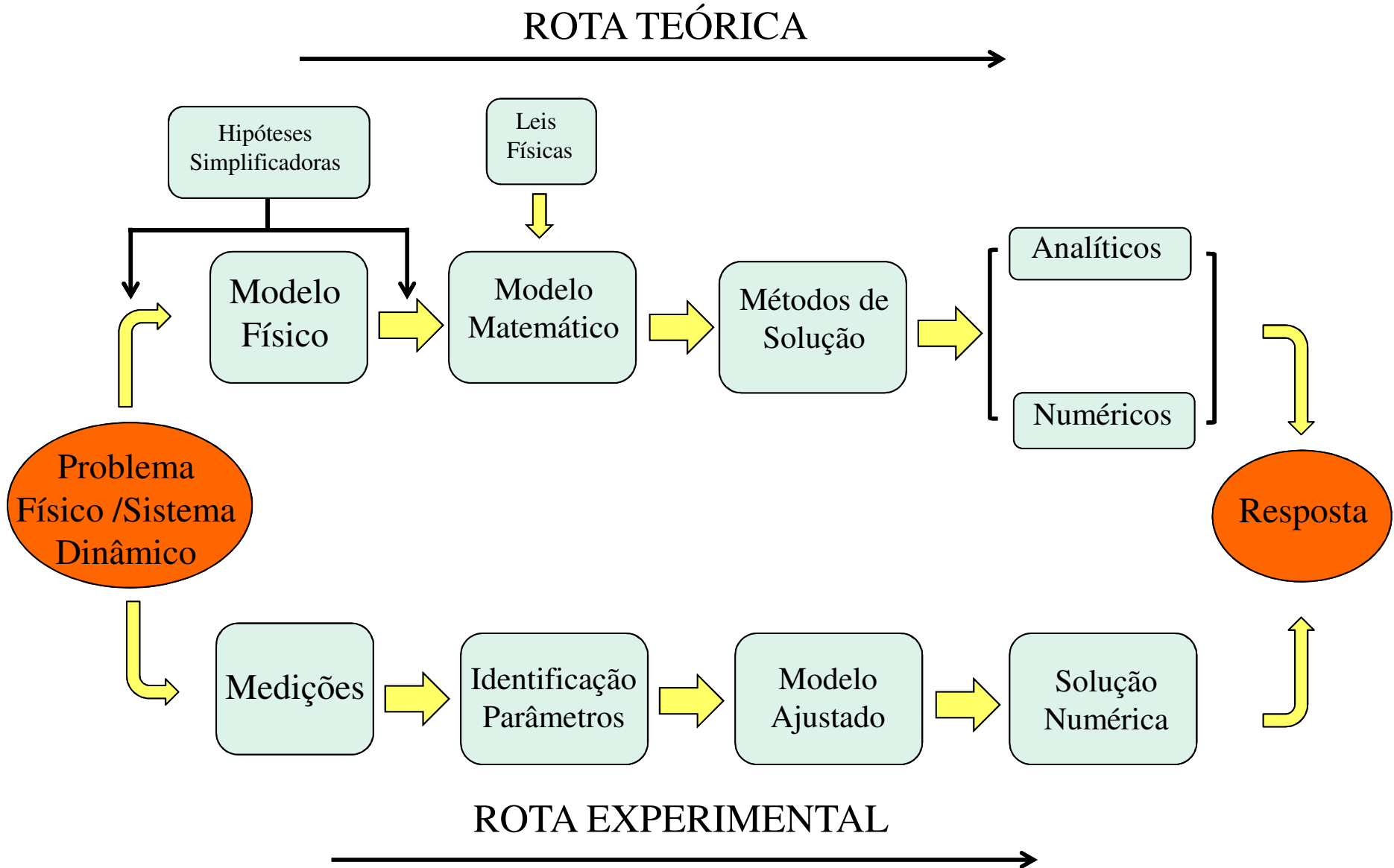
Tipos de sistemas a serem considerados:

- Mecânicos
- Elétricos
- Térmicos
- Fluídicos
- Mistos (combinações)

Bibliografia:

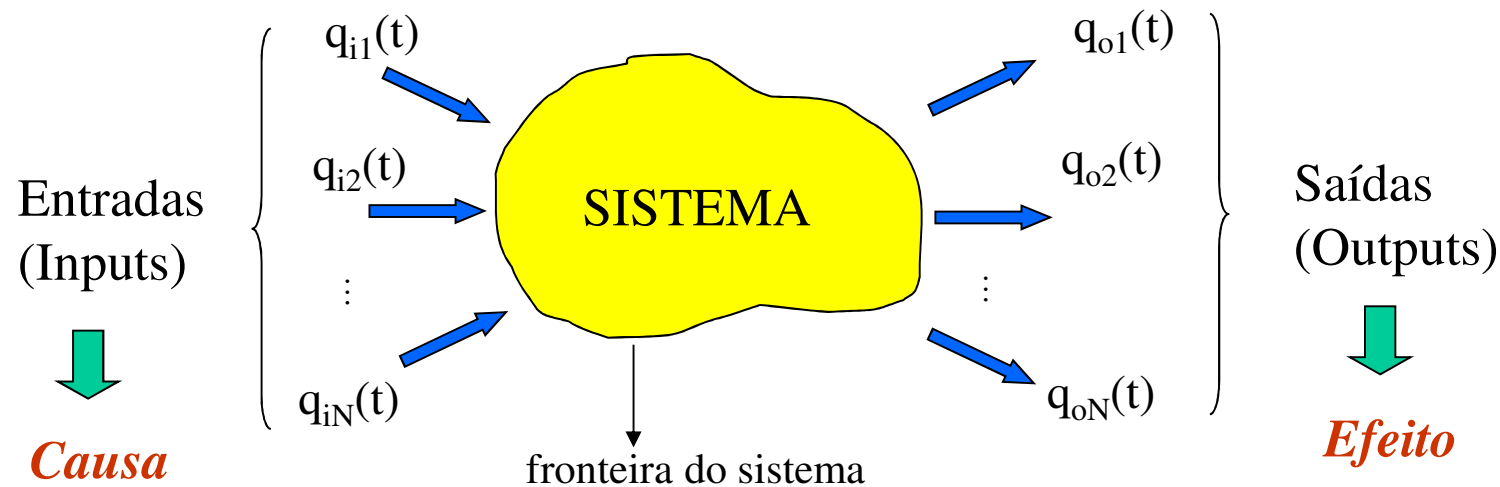
- Doebelin, E. O., System Dynamics: modeling, analysis, simulation and design, Marcel Dekker, 1998.
- Felício, L. C., Modelagem da Dinâmica de Sistemas e Estudo da Resposta, Ed. Rima, 2007

VISÃO GERAL DE MODELAGEM



2- O CONCEITO DE ENTRADA E SAÍDA (INPUT/OUTPUT)

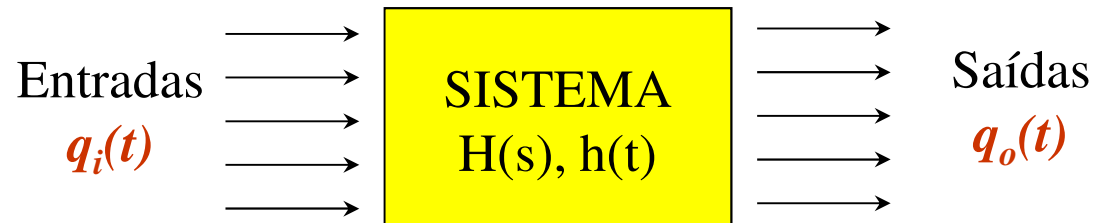
A figura abaixo mostra uma representação muito importante:



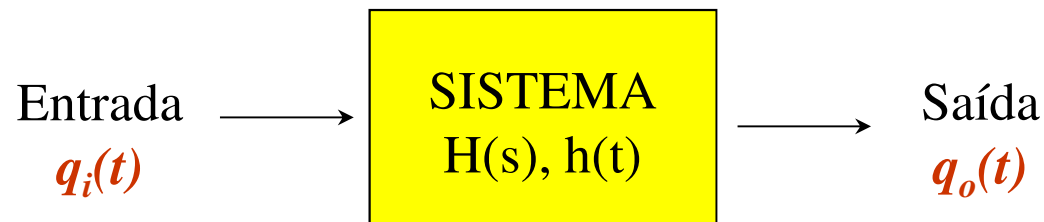
- Entradas: Agentes que provocam distúrbios no sistema. Geralmente, não dependem do sistema
- Saídas: Respostas do sistema. São na verdade “entradas” modificadas pelas características dinâmicas do sistema.

Cont. ...

Na linguagem de modelos e controle, é muito comum utilizarmos o conceito de *diagrama de blocos* na visualização destas propriedades



Esta representação introduz a idéia de *visão sistêmica*, onde pode-se observar o modelo do sistema bem como suas entradas e saídas. Um caso muito comum Considera apenas uma entrada e uma saída, chamado de **SISO** (*single input, single output*)



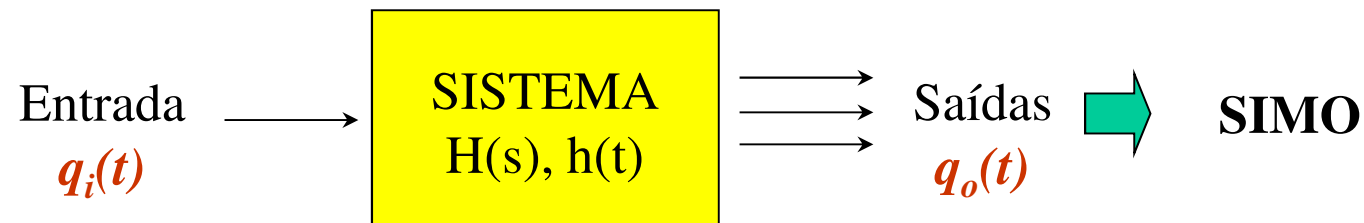
Cont. ...

Da mesma forma podemos definir outras duas configurações:

Múltiplas entradas – Uma saída



Uma entrada-Múltiplas saídas



Cont. ...

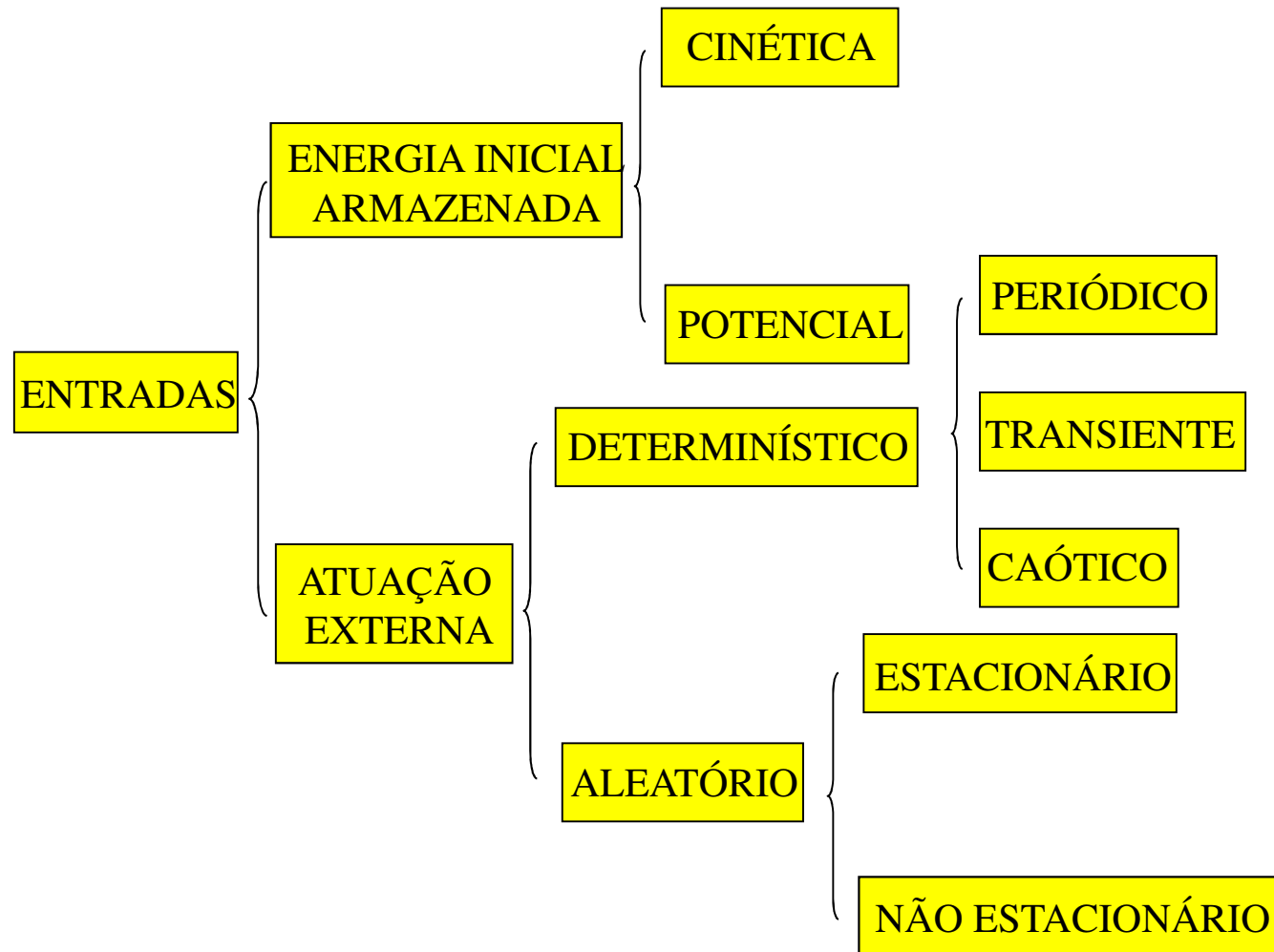
Tomando como base o sistema SISO abaixo, podemos definir três problemas:



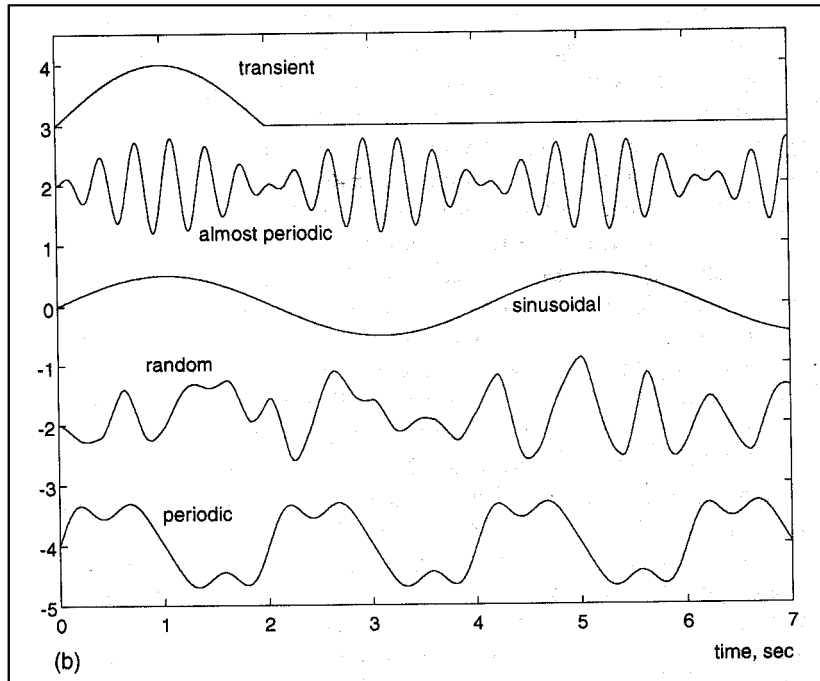
- ✓ Problema de **Análise**: Buscamos determinar a saída conhecendo-se a entrada e o sistema.
- ✓ Problema de **Síntese** (ou **Identificação**): Buscamos determinar o sistema a partir da entrada e da saída.
- ✓ Problema de **Medida**: Se S_i for um sistema de medida que mede uma grandeza E com incertezas, este problema busca determinar E a partir dos dados de medições contendo erros.

Cont. ...

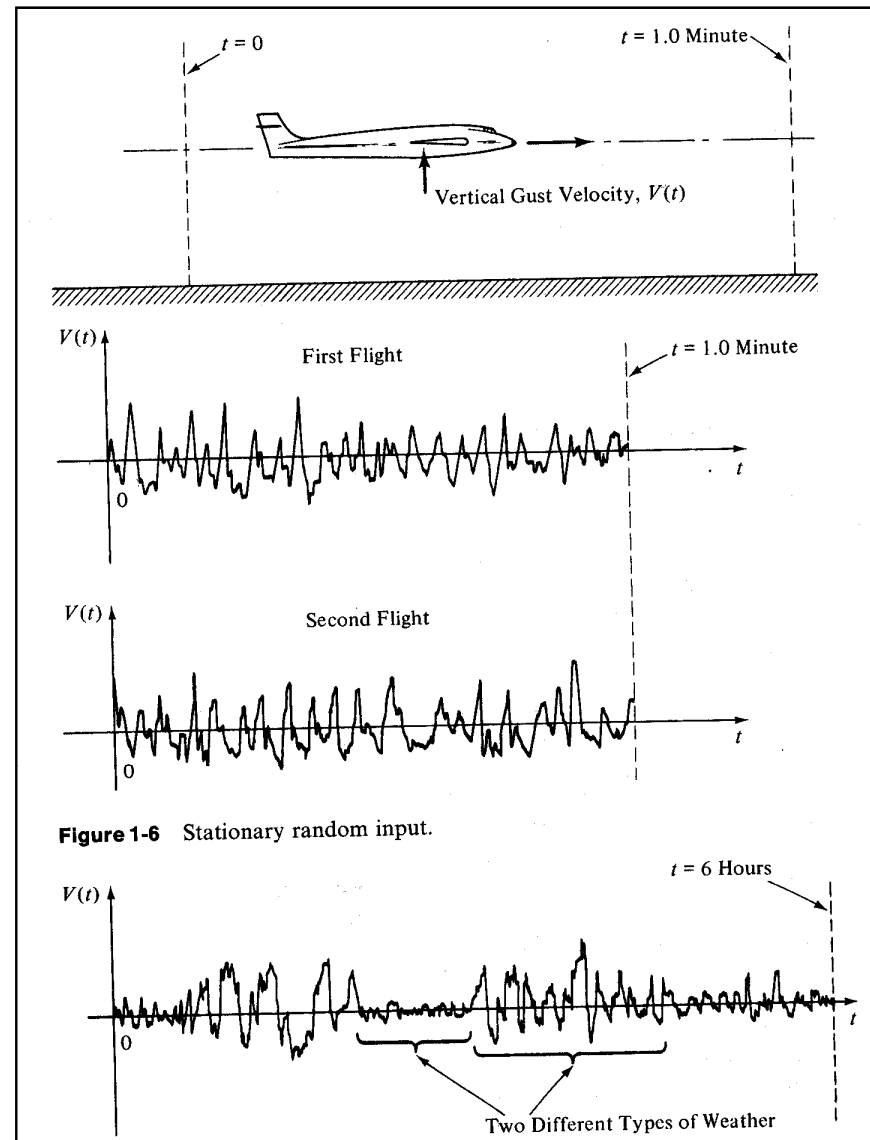
O diagrama abaixo serve para classificarmos as entradas que atuam no sistema



Alguns exemplos

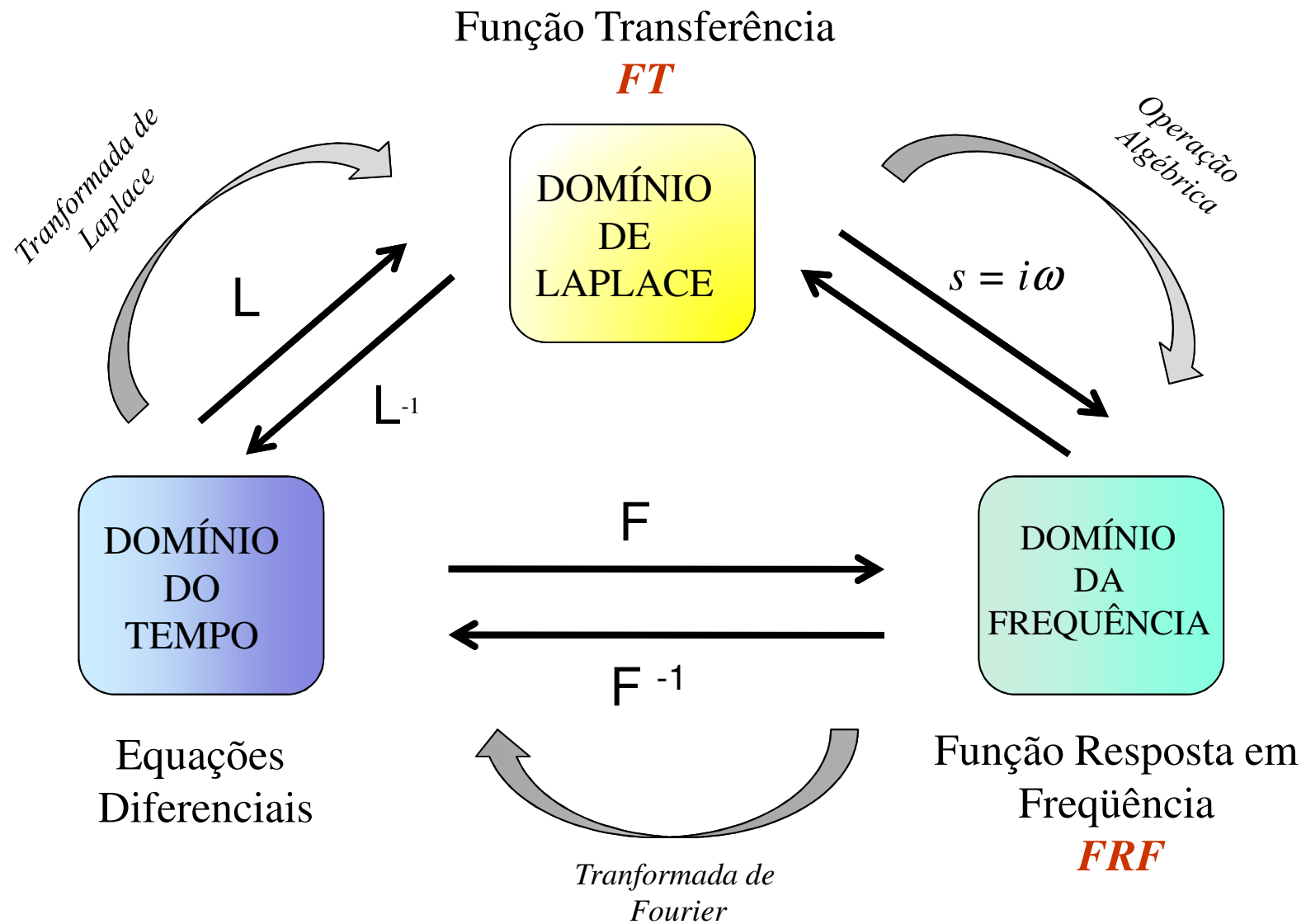


Aleatório →



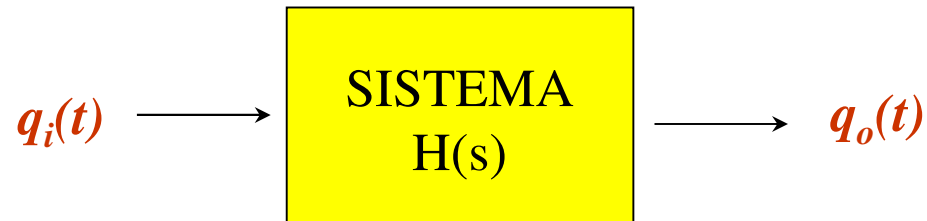
Cont. ...

Relação entre Domínios



3- O CONCEITO DE FUNÇÃO TRANSFERÊNCIA (FT)

A *função transferência* é um dos conceitos mais importantes em modelos dinâmicos. Considere inicialmente o sistema mais simples SISO



Definição: Função transferência é o quociente entre as *transformadas de Laplace* da saída $q_o(t)$ pela entrada $q_i(t)$, sendo *nulas* todas as demais entradas e condições iniciais do sistema. Algebricamente

$$H(s) = \frac{Q_o(s)}{Q_i(s)}$$

Eq. 1

e

Eq. 2

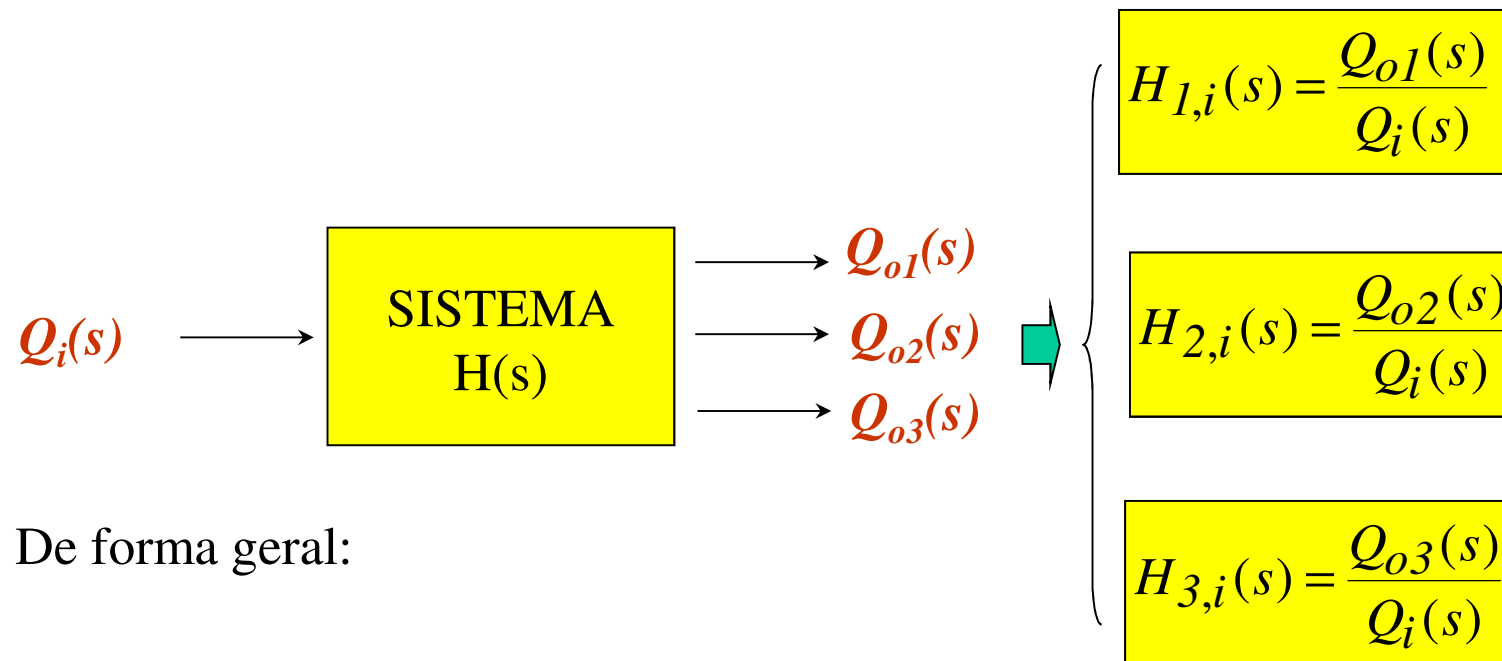
$$F(s) = L(f(t)) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt$$

Definição de Transformada de Laplace para $t > 0$!

$$s = \sigma + i\omega$$

Cont. ...

Devemos observar que a definição de FT para um dado sistema exige uma única entrada, bem como condições iniciais nulas. Para sistemas com múltiplas entradas, deve-se considerar uma entrada por vez ! Embora existam métodos sofisticados que calculam as FT para múltiplas entradas com atuação simultânea. Para o caso de várias saídas, temos



De forma geral:

Eq. 3
$$H_{p,q}(s) = \frac{Q_p(s)}{Q_q(s)}$$

$\Rightarrow$ *FT relacionando a saída no ponto p devido a uma entrada no ponto q e zero nos demais !*

Cont. ...

Uma aplicação muito importante da FT é o seu uso na determinação das características da resposta dinâmica do sistema para uma determinada entrada. Da última equação da FT temos

$$H(s) = \frac{Q_o(s)}{Q_i(s)} \quad \text{Eq. 4}$$

Resolvendo para a saída

$$Q_o(s) = H(s)Q_i(s) \quad \text{Eq. 5}$$

Ou seja, conhecendo-se as características do sistema ($H(s)$) bem como a entrada $Q_i(s)$, pode-se determinar a saída através de uma operação de multiplicação ! Então, o problema está em *obtermos um modelo adequado que represente de maneira fiel o sistema físico estudado.*

O QUE SE ENTENDE POR MODELO ?

Um *modelo** de um *sistema dinâmico* é uma *representação matemática* do sistema !

Características importantes dos modelos:

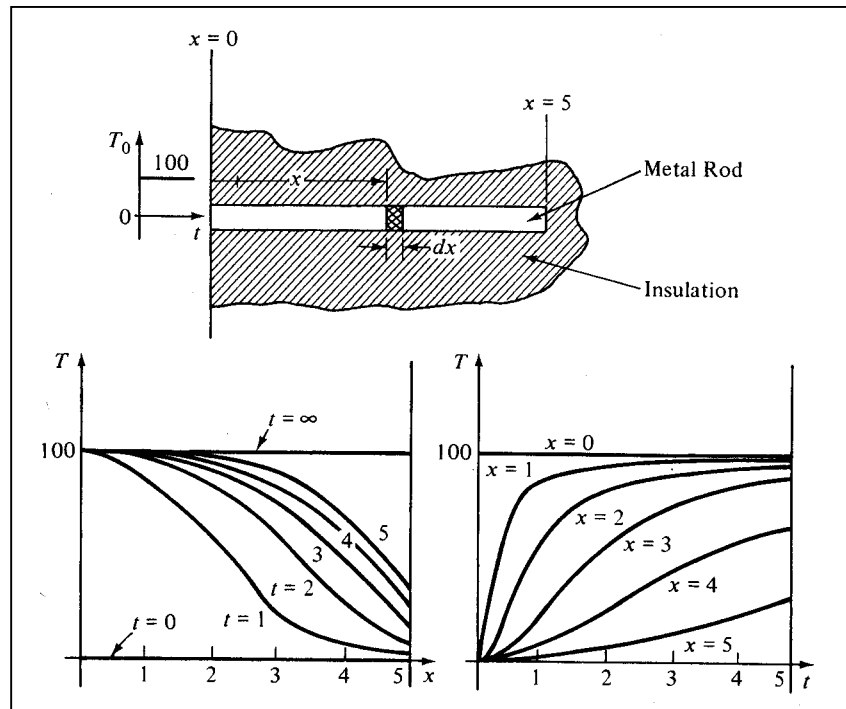
- ✓ Permitem estudar a dinâmica do sistema sem a necessidade de protótipos físicos
- ✓ São formas simplificadas do sistema e portanto nunca “exatos”
- ✓ Permitem análises paramétricas que os protótipos geralmente não permitem
- ✓ Permitem economia de tempo no ciclo de desenvolvimento do produto
- ✓ Falamos “um modelo” e não “o modelo” (um sistema => vários modelos !)
- ✓ Requerem a definição de hipóteses simplificadoras em sua formulação
- ✓ Hipóteses simplificadoras podem ser implícitas ou explícitas

* Aqui diferentemente de um modelo físico, um protótipo

4- MODELOS DE SISTEMAS FÍSICOS

- Modelos Contínuos ou Parâmetros Distribuídos

São modelos descritos por (sistemas de) equações diferenciais parciais. Exemplo:



Condução de Calor em uma barra

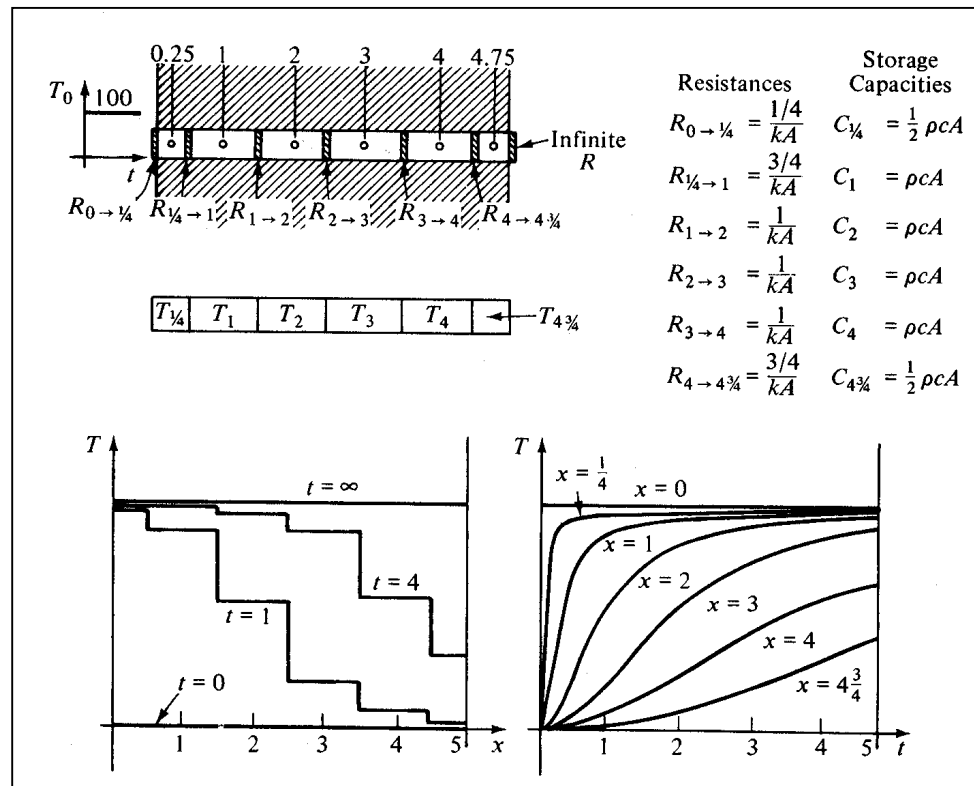
$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{\rho c} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Equação de Fourier !

Cont. ...

• Modelos Discretos ou Parâmetros Concentrados (“Lumped”)

Tais modelos são obtidos através de processos de discretização, e são geralmente governados por equações diferenciais ordinárias. Exemplo:



Condução de calor em uma barra, discretização do problema anterior

Equações discretizadas:

$$\begin{aligned} \frac{3\rho c}{k} \frac{dT_{1/4}}{dt} + 32T_{1/4} - 8T_1 &= 2400 \\ \frac{3\rho c}{k} \frac{dT_1}{dt} + 7T_1 - 4T_{1/4} - 3T_2 &= 0 \\ \frac{\rho c}{k} \frac{dT_2}{dt} + 2T_2 - T_1 - T_3 &= 0 \\ \frac{\rho c}{k} \frac{dT_3}{dt} + 2T_3 - T_2 - T_1 &= 0 \\ \frac{3\rho c}{k} \frac{dT_4}{dt} + 7T_4 - 3T_3 - 4T_{4.75} &= 0 \\ \frac{3\rho c}{k} \frac{dT_{4.75}}{dt} + 8T_{4.75} - 8T_4 &= 0 \end{aligned}$$

Cont. ...

IMPORTANTÍSSIMO: A passagem de um modelo contínuo para um modelo discreto depende das hipóteses simplificadoras que são feitas na modelagem. então, não existe **o** modelo discreto de um dado sistema, mas sim **um** (podendo existir mais de um !) modelo discreto !

Model Type Number	Nature of the Medium					Time-Variation of System Parameters				
	Continuous (Field Problems)	Discrete (Network Problems)	Space-Variation of Parameters		Nonlinear	Linear	Random	Deterministic, Variable		Deterministic, Constant
			Variable	Constant						
1	X		X		X		X			Most realistic, most difficult to solve ↑
2	X		X		X			X		
3	X		X		X				X	
4	X			X	X		X			
5	X			X	X			X		
6	X			X	X				X	
7	X		X			X	X			
8	X		X			X		X		
9	X		X			X			X	
10	X			X		X	X			
11	X			X		X		X		
12	X			X		X			X	
13		X			X		X			Least realistic, easiest to solve ↓
14		X			X			X		
15		X			X				X	
16		X				X	X			
17		X				X		X		
18		X				X			X	