UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA POLITÉCNICA
Departamento de Engenharia de Computação e Sistemas Digitais

PCS 2039
Modelagem e Simulação de Sistemas Computacionais

Graduação em Engenharia de Computação

4o. Módulo Acadêmico - 2017

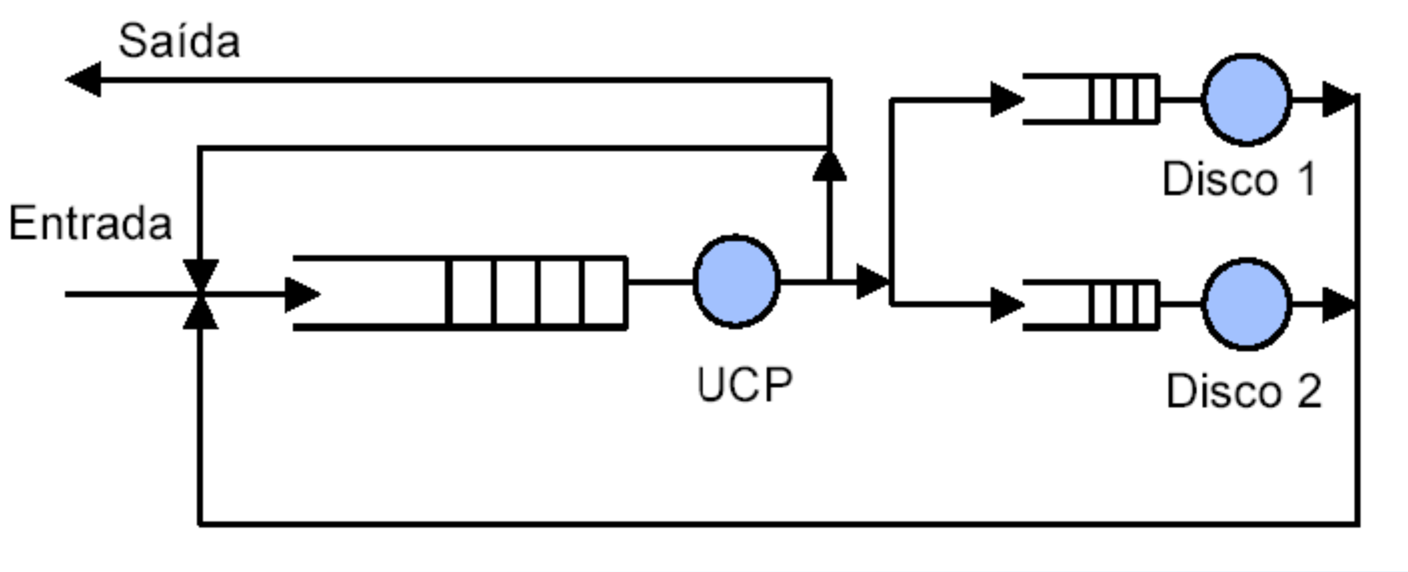
VIII- Redes de Filas e Leis Operacionais

Agenda

- 8.1 Redes de Filas;
- 8.2 Solução na Forma de Produtos;
- 8.3 Leis operacionais;
- Exercícios.

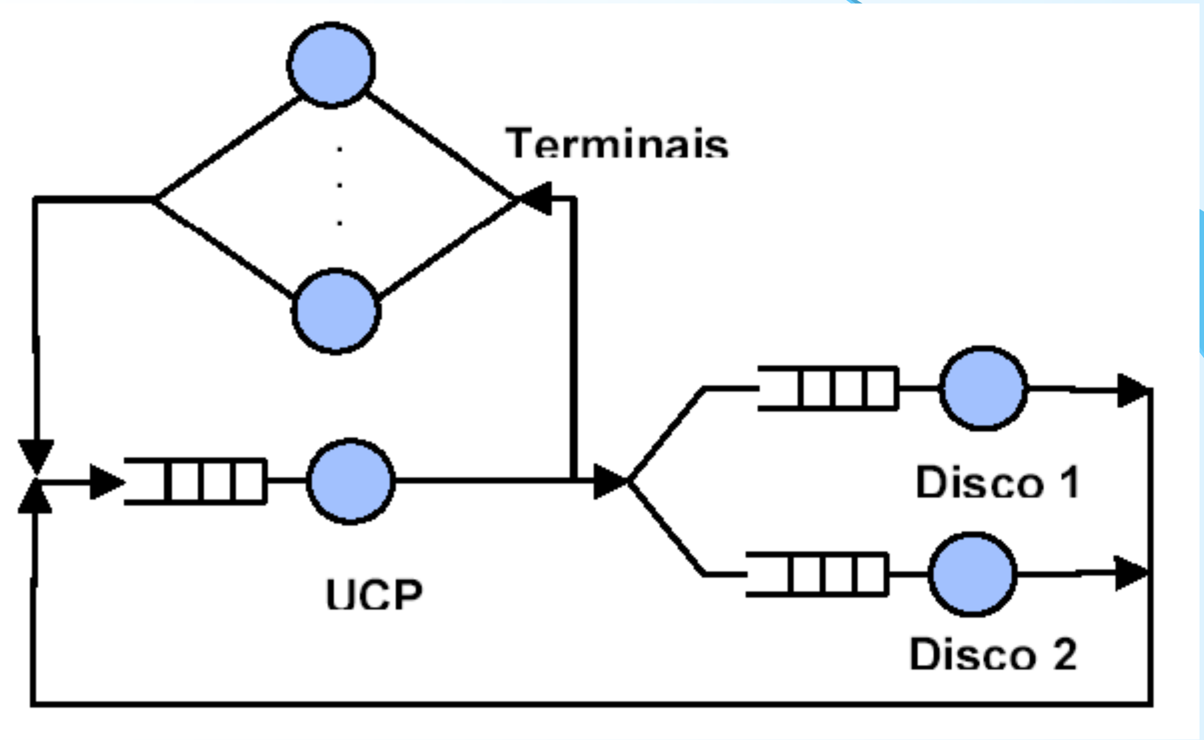
1 - Redes de Filas

- Redes de Filas Abertas



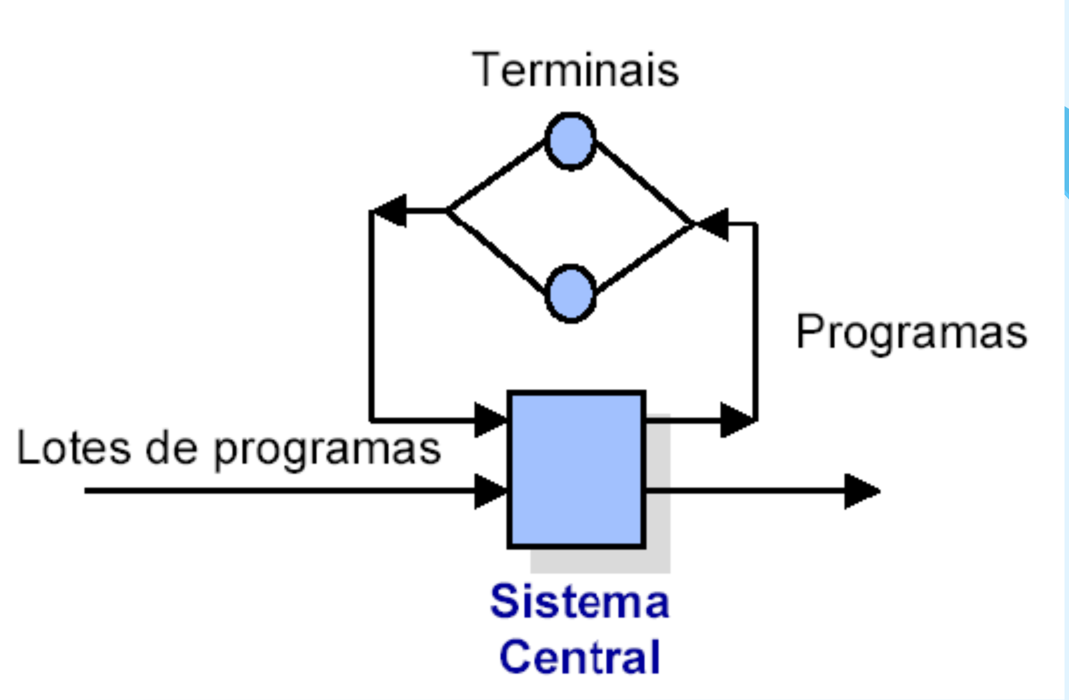
1 - Redes de Filas

- **Redes de Filas Fechadas:**



1 - Redes de Filas

❖ **Redes de Filas Mistas:**



2 - Soluções na forma de Produto

- **Forma de Produto Geral:**

$$P(n_1, n_2, \ldots, n_M) = \frac{1}{G(N)} * \prod_{i=1}^{M} f_i(n_i)$$

- ***$f_i(n_i)$*** **: função de número de usuários na *ith* fila;**

- ***G(N)*** **: é uma constante de normalização: função do número de usuários no sistema (N).**

3 - Leis Operacionais

- Grandezas que podem ser diretamente medidas (observadas) no sistema de fila. Exemplo:
  - Ai: Número de usuários que chegaram;
  - Ci: Número de Partidas;
  - Bi: Tempo ocupado.

- Quantidades operacionais deriváveis:
  - λ i = taxa de chegada = Ai/T;
  - Xi: Vazão = Ci/T;
  - Ui: Fator de Utilização = Bi/T;
  - Si: Tempo de serviço = Bi/Ci.

- As Quantidades são variáveis que mudam em diferentes observações, mas existem relações que mantém-se em várias observações. Relações chamadas de Leis Operacionais .

3 - Leis Operacionais

- **Lei da Utilização:**

  $$Ui = Bi/T = (Ci/T) * (Bi/Ci) = Xi*Si$$

- Exemplo: *Gateway.*

  Os pacotes chegam a uma taxa de 125pps e o *Gateway* utiliza em média 2 milisegundos para encaminha-los.

3 - Leis Operacionais

- **Lei do Fluxo Forçado:**
- Relaciona a vazão do sistema com a vazão específica de um sub-sistema.

- Num período T o número de usuários que entram é igual ao número de usuários que saem (Fluxo Balanceado):

$$Ai = Ci$$

- Xi (Vazão do subsistema i) = X*Vi (Lei do Fluxo),
  onde Vi (número de visitas por usuário) = C_i/C_0

- Combinando-se as leis de utilização com fluxo:

$$Ui = Xi*Si = X*Vi*Si = X*Di$$

Di (Vi*Si) é a Demanda ao subsistemas *i*. O subsistema com maior demanda é o Gargalo do Sistema.

3 - Leis Operacionais

- **Lei do Fluxo Forçado. Exemplo:**

Em um sistema de *timesharing*, a contabilidade (“accounting”) identificou o perfil de uso de aplicações dos usuários. Cada programa requer 5 segundos de Tempo de CPU (Demanda) e faz 80 requisições de I/O para o disco A e 100 requisições de I/O para o disco B. O Tempo médio de um usuário “pensando” é de 18 segundos. O disco A satisfaz uma requisição de I/O em 50 milisegundos e o disco B em 30 milisegundos. Com 17 terminais ativos verificou-se, a vazão do disco A em 15.70 requisições por segundo. Encontrar a vazão do sistema e a utilização dos dispositivos

3 - Leis Operacionais

- **Probabilidade de transição da fila *ith* para *jth*:**
  - Relaciona taxa de visitas com a probabilidade de roteamento de uma fila para outra.

Num sistema com fluxo balanceado tem-se:

$$C_j = \sum_{i=0}^{M} C_i p_{ij}$$

Dividindo-se por C_0

$$V_j = \sum_{i=0}^{M} V_i p_{ij}$$

V0: saída de um usuário do sistema (visita) = 1

3 - Leis Operacionais

- **Probabilidade de transição da fila *ith* para *jth*:**
- **Exemplo:**

A) Redefinição da expressão que relaciona visitas e probabilidades de transição, considerando o sistema centralizado anterior.

- Expressão: $$V_j = \sum_{i=0}^{M} V_i p_{ij}$$

B) Aplicação da nova expressão considerando as seguintes probabilidades:

- Probabilidade submissão de uma tarefa dos terminais para a CPU= P01 = 1/181 = 0,005525;

- Probabilidade de submissão de requisição da CPU para o Disco A P1,2 = 80/181 = 0,4420

- Probabilidade de submissão requisição da CPU para o Disco B: P1,3 = 100/181 = 0,5525

3 - Leis Operacionais

❖ **Lei de Little:**

Para cada subsistema:

Número de usuário no subsistema ith (Qi) = taxa de chegada (λi) * tempo médio gasto por um usuário (Ri) no subsistema *ith*

Fluxo Balanceado:

$$Qi = Xi * Ri$$

3 - Leis Operacionais

- **Lei de Little:**

Exemplo:Os tamanhos médios das filas no exemplo anterior são: 8,88 tarefas na CPU; 3,19 e 1,40 nos discos A e B respectivamente. Qual é o tempo médio de resposta desses dispositivos ?

3 - Leis Operacionais

- **Lei do tempo de resposta:**

Sistema Time-Sharing (terminais e sub-sistema central):

Sistema Central: $Q = X * R$ (Lei de Little)

$X*R = X_1*R_1 + \ldots + X_M*R_M$ (Dividindo-se por X)

Usando-se a lei do fluxo:

$$R = \sum_{i=1}^{M} R_i V_i$$

3 - Leis Operacionais

- **Lei do tempo de resposta:**

Exemplo: Considerando o sistema de timesahring, calcular o tempo de resposta do sistema:

$$R = \sum_{i=1}^{M} R_i V_i$$

3 - Leis Operacionais

- **Lei do tempo de resposta interativo:**

Z: Tempo de usuário “pensando” para submeter uma requisição;

R: Tempo de resposta do sistema

Num período T, cada usuário produz T/(Z + R) requisições.

Vazão do Sistema = Total de requisições/Período

$= N[T/(R+Z)]/T \Rightarrow \quad X = N/(R+Z)$

ou

$$\mathbf{R = (N/X) - Z}$$

3 - Leis Operacionais

- **Lei do tempo de resposta interativo:**

Exemplo: Para o sistema de timesharing, calcule o tempo de resposta interativo.

$$R = (N/X) - Z$$

3 - Leis Operacionais

- **Análise do Gargalo:**

Encontrar o número de usuários em que haverá espera em algum lugar do sistema:

Dmax: maior valor de demanda de serviço do sistema:

Vazão:

X(N) <= { (1/Dmax) , (N/(D+Z)) }

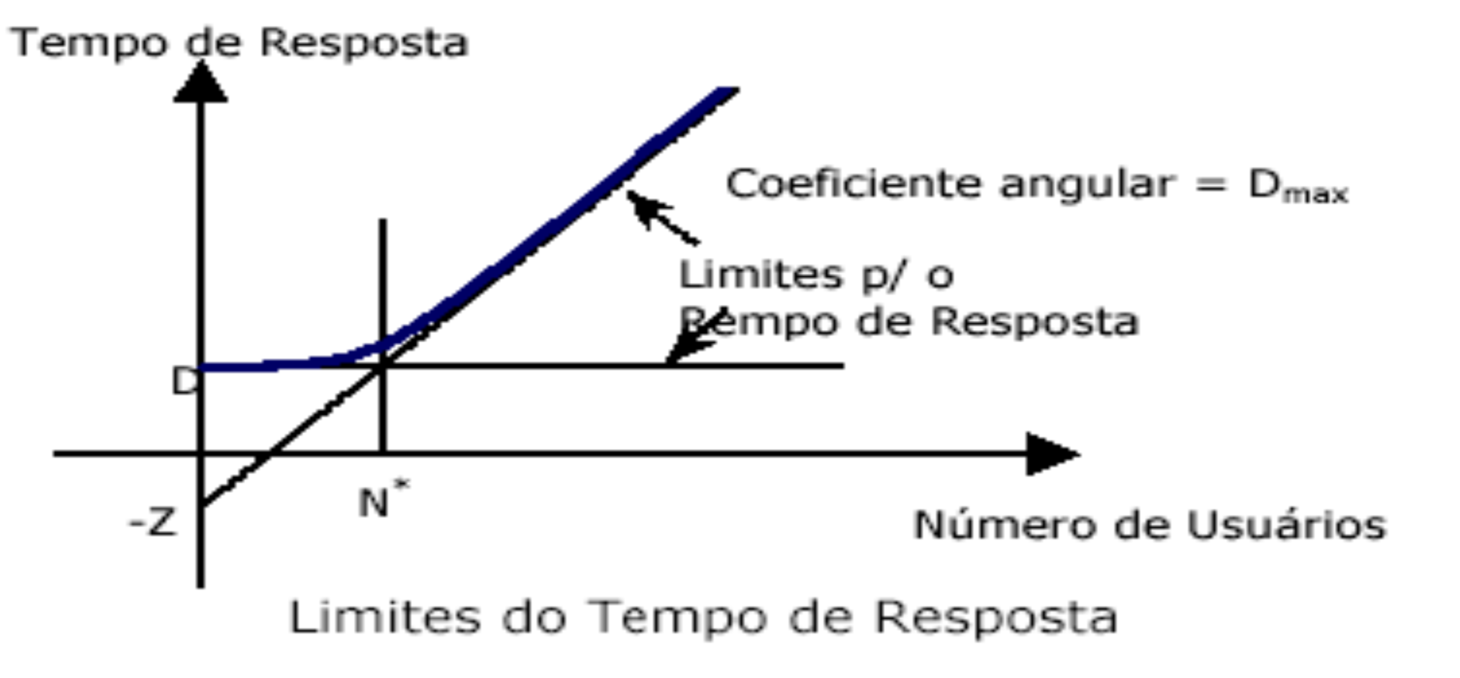
Tempo de resposta:

R(N) >= max{ D, (N*Dmax - Z) }

Sendo que D é a soma das Demandas parciais.

3 - Leis Operacionais

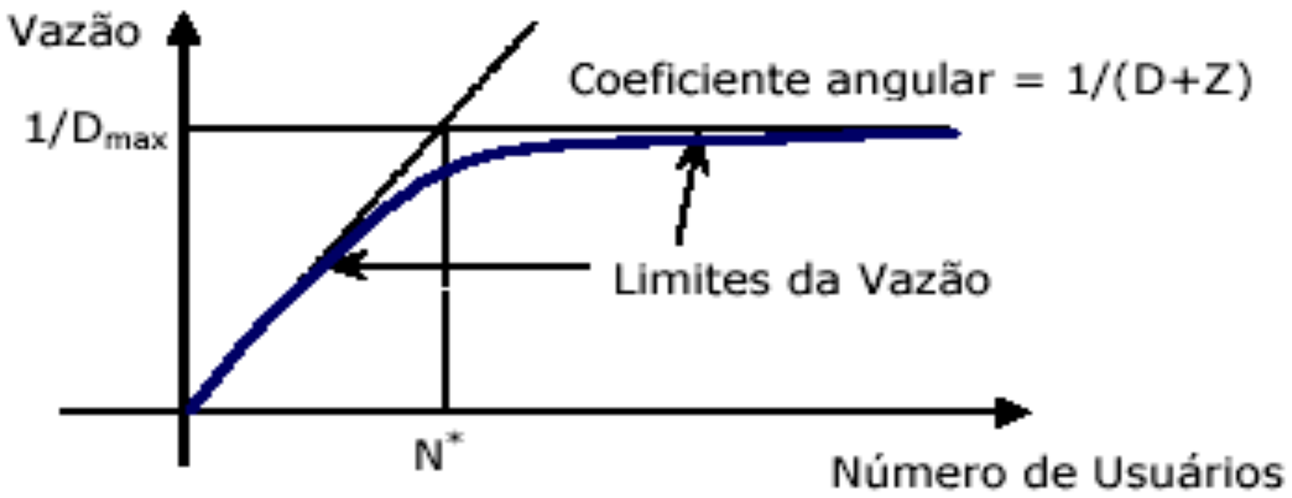
- **Análise do Gargalo:**



- Tempo de resposta: R(N) >= max{ D, (N*Dmax - Z)
- N* = (D + Z)/Dmax

3 - Leis Operacionais

- **Análise do Gargalo:**



Limites para a Vazão do Sistema

- Vazão: $X(N) <= \{ \ (1/Dmax) \ , \ (N/(D+Z)) \ \}$
- $N^* = (D + Z)/Dmax$

Bibliografia

- ✓ **Apostila 8 – Redes de Filas.**