

Gravitação – 4300156 – IME – Noturno

Lista de Exercícios 3

Q1 Considere as afirmações abaixo e considere se são corretas ou incorretas, justificando.

- A segunda Lei de Kepler implica que velocidade dos planetas ao longo de suas órbitas não é constante, sendo maior no ponto mais próximo ao Sol (periélio).
- Segundo a 1ª Lei de Kepler, os planetas tem órbitas elípticas altamente ecêntricas, com excentricidade maior do que 0,5.
- A primeira Lei do movimento de Newton diz que um corpo só permanece em movimento se for impelido por uma força.
- Newton mostrou que as Leis de Kepler decorrem naturalmente da atração gravitacional entre os corpos por uma força proporcional ao inverso do quadrado da distância.
- A aceleração sobre um corpo em órbita circular uniforme é nula já que o módulo da sua velocidade não varia.
- A 3ª Lei de Newton implica que a força gravitacional que o corpo A exerce sobre o corpo B será cancelada pela força de reação que o corpo B exerce sobre o corpo A de modo que as acelerações de ambos serão nulas.

Q2 – A 2ª Lei de Kepler pode ser entendida como uma manifestação da *conservação do momento angular*. Veremos no exemplo abaixo, no movimento orbital de um planeta.

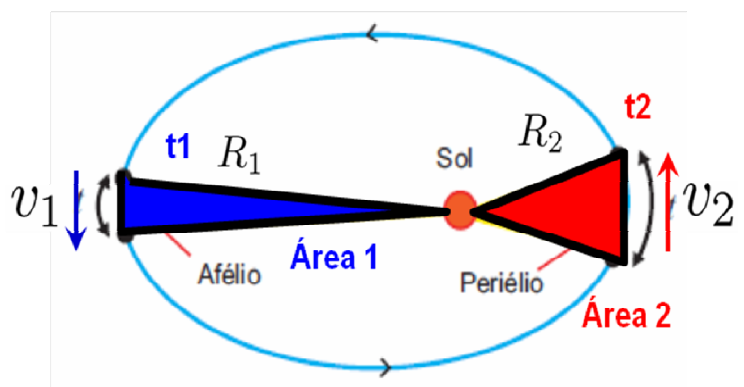
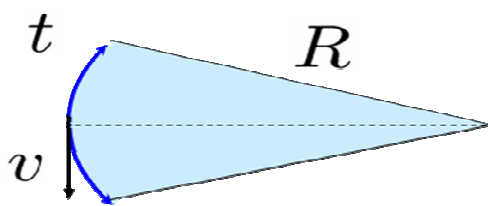
- Considere o caso de intervalos de tempo pequenos, de modo que os arcos percorridos são pequenos e que as áreas são aproximadamente triangulares (figura). Se v é a velocidade do planeta e R é a distância ao Sol mostre que a área A varrida no tempo t é dada (aprox) por:

$$A \approx (v.t).R/2$$

- Se m é a massa do planeta e $L=mvR$ é o seu *momento angular*. Aplique a 2ª Lei de Kepler em torno do afélio (ponto 1 na figura) e do periélio (ponto 2) da órbita e mostre que L se conserva:

$$mv_1R_1 = mv_2R_2 \Rightarrow L_1 = L_2$$

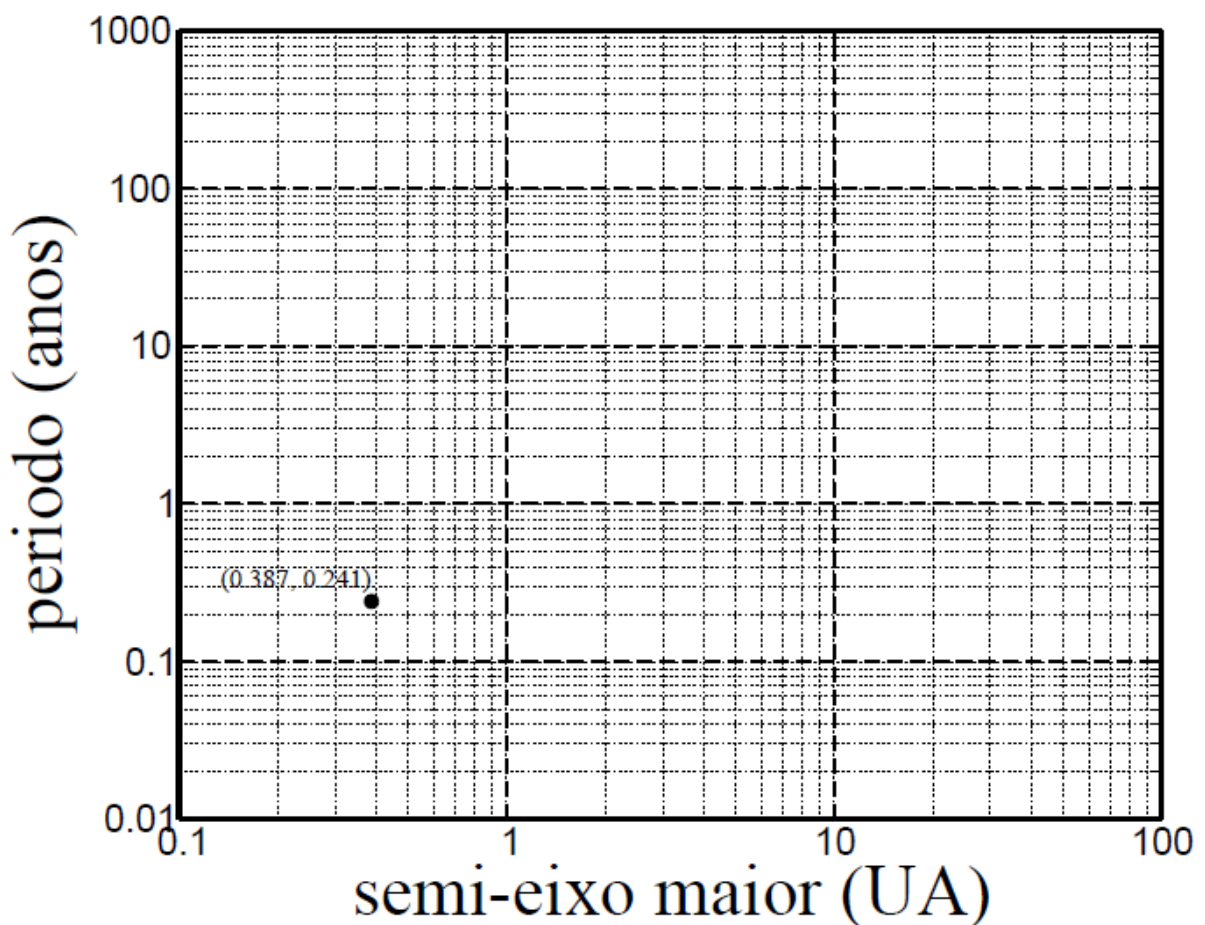
Fig1.



Q3 A tabela abaixo mostra os semi-eixos maiores (distância média ao sol) e o período dos planetas do sistema solar (+ Plutão). Os dados estão em Unidades Astronômicas (UA) e anos terrestres, respectivamente.

<i>Planeta</i>	<i>Semi-eixo maior a (UA)</i>	<i>Período T ($T_{Terra}=1$)</i>
<i>Mercúrio</i>	<i>0,387096</i>	<i>0,24085</i>
<i>Vênus</i>	<i>0,723342</i>	<i>0,61521</i>
<i>Terra</i>	<i>1</i>	<i>1</i>
<i>Marte</i>	<i>1,523705</i>	<i>1,88089</i>
<i>Júpiter</i>	<i>5,204529</i>	<i>11,8622</i>
<i>Saturno</i>	<i>9,575133</i>	<i>29,4577</i>
<i>Urano</i>	<i>19,30375</i>	<i>84,0139</i>
<i>Netuno</i>	<i>30,20652</i>	<i>164,793</i>
<i>Plutão</i>	<i>39,91136</i>	<i>247,686</i>

- Marque os pares de valores (a,T) como pontos no gráfico abaixo, que está em escala log-log. O ponto para Mercúrio já está marcado.
- Se os pontos forem unidos por uma curva, qual a curva resultante? Por quê? Justifique com base nas Leis de Kepler e nas propriedades do logaritmo.
- Use o gráfico para responder: se houvesse um planeta com semi-eixo maior igual a 3 UA, qual seria seu período (em anos)?



Q4 Considere os seguintes dados da Terra e do Sol:

- Massa do Sol: 2×10^{30} kg
- Massa da Terra: 6×10^{24} kg
- Distância média Terra-Sol: 1.5×10^8 km = 1 AU
- $G=6,67 \times 10^{-11}$ N m² / kg²

a) Calcule o módulo da força gravitacional média que o Sol exerce sobre a Terra (em N).

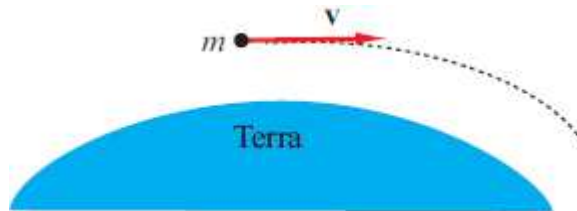
b) Use a 2ª Lei de Newton para calcular o módulo da aceleração média da Terra devido à força gravitacional exercida pelo Sol $|a_T|$ (em m/s²).

c) Com base no resultado do item (b) e considerando a órbita da Terra circular e uniforme (e não elíptica), calcule o período orbital da Terra em torno do Sol (em dias). Compare com o valor já conhecido desde a antiguidade ($365 \frac{1}{4}$ dias).

d) Use as Leis de Newton para calcular a razão $|a_S|/|a_T|$ onde $|a_S|$ é o módulo da aceleração média do Sol devido à força exercida pela Terra.

Resp: (a) $3,56 \times 10^{22}$ N (b) $0,006$ m/s² (c) 365,784 dias (d) $|a_S|/|a_T| = 0,000003$

Q5 Calcule a velocidade necessária para que um projétil lançado horizontalmente próximo à superfície entre em órbita circular em torno da Terra. Despreze os efeitos de atrito com o ar. Expresse sua resposta em termos da constante gravitacional G , da massa da Terra M_T e do raio da Terra R_T . **Dica:** Considere que o objeto está em MCU de raio R_T em torno da Terra.

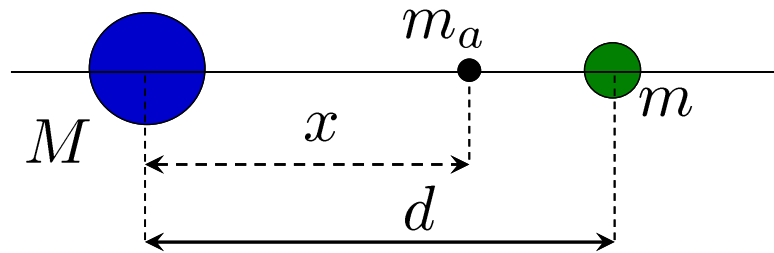


Resp:
$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T}}$$

Usando $M_T=6 \times 10^{24}$ kg, $G=6.67 \times 10^{-11}$ Nm²/kg² e $R_T=6400$ km, compare a velocidade do objeto com a velocidade do som no ar ($v_s=340$ m/s).

Resp: $v=23.3v_s$

Q6 Um astronauta de massa m_a se encontra na linha que passa entrum planeta de massa M e sua lua de massa $m=M/16$. A distância entre o centro do planeta e o centro da lua é d (vide figura).



- a) Indique (desenhe) de forma esquemática os vetores das forças gravitacionais que atuam sobre o astronauta.
- b) Se a força resultante sobre o astronauta é nula, calcule a razão x/d , onde x é a distância do astronauta ao planeta (figura).
- c) Determine a aceleração do astronauta se ele estiver a uma distância $d/2$ do centro do planeta. Expresse seu resultado em termos de G , M e d .

Resp: b) $x/d = 4/5$ c) $a = \frac{15}{4} \frac{GM}{d^2}$