

PRODUÇÃO

Introdução a Economia

Tópicos para discussão

Slide 2

- Conceitos Básicos
- Produção no Curto Prazo
- Produção no Longo Prazo
- Rendimentos de escala

Oferta

Slide 3

Quantidade de um bem que os produtores desejam vender a um determinado preço



Teoria da Empresa ou da Firma

Introdução

Slide 4

- **Teoria da empresa** trata:
 - ▣ Do modo pelo qual uma firma toma decisões de produção minimizadoras de custo
 - ▣ Do modo pelo qual os custos de produção variam com o nível de produção
 - ▣ De características da oferta de mercado
 - ▣ De problemas das atividades produtivas em geral

Introdução

Slide 5

Oferta



Teoria da Empresa

Teoria da Produção

(relações entre a quantidade produzida e as quantidades de insumos utilizados)

Teoria dos Custos de
Produção

(relações entre a quantidade produzida e os preços dos insumos)

Introdução

Slide 6

Lei da Oferta

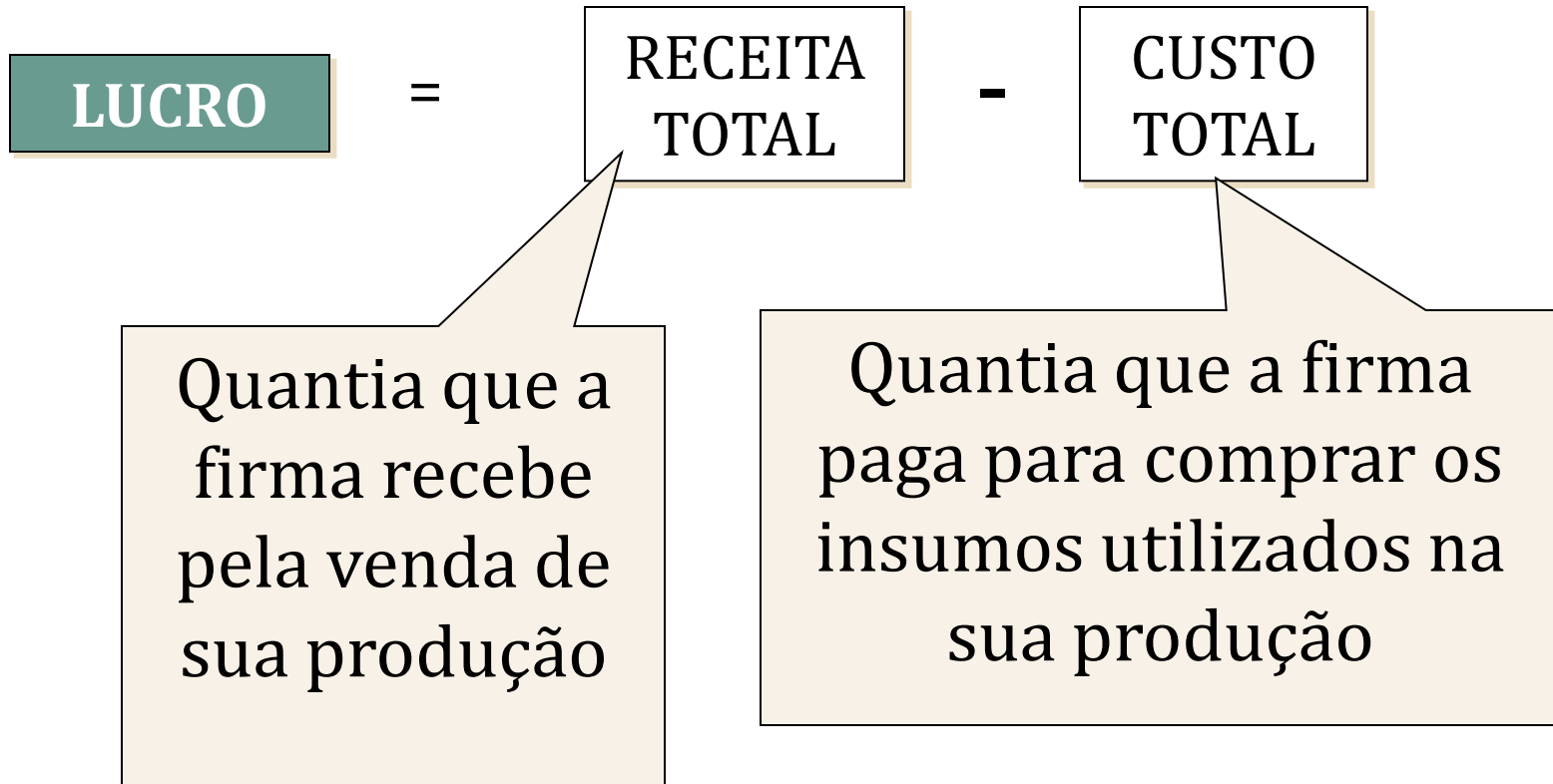
Quanto maior o preço, maior os incentivos que os produtores têm para produzir

O objetivo econômico de uma firma é maximizar seus lucros



Introdução

Slide 7



Introdução

Slide 8

- **Receita Total = Preço de Venda X Quantidade Produzida**

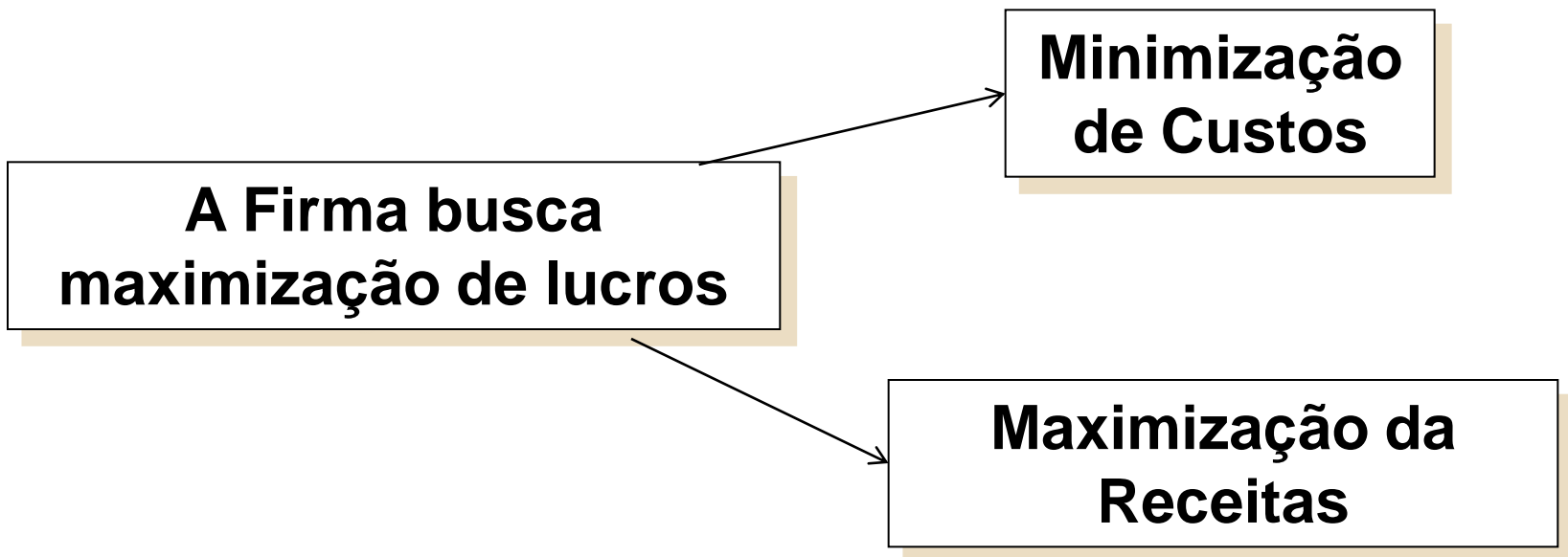
$$RT = p \cdot q$$

Como o preço é dado, a Receita Total depende da quantidade produzida

Introdução

Slide 9

$$\text{LUCRO} = \text{RECEITA TOTAL} - \text{CUSTO TOTAL}$$



Introdução

Slide 10

Eficiência

Eficiência Técnica: produz mesma quantidade de produto com quantidade menor de insumos

Eficiência Econômica: produz mesma quantidade de produto com menor custo de produção

Processo Produtivo

Slide 11

- ○ processo produtivo
 - ▣ Combinação e transformação de insumos ou fatores de produção em produtos

- Tipos de insumos (fatores de produção)
 - ▣ Trabalho
 - ▣ Matérias-primas
 - ▣ Capital

Processo Produtivo

Slide 12

Insumos (*inputs*)

- Mão-de-obra (N)
- Capital Físico (K)
- Área, Terra (T)
- Matérias-primas (M_p)



Produtos

- Bens e Serviços Finais

Processo Produtivo

□ Função de produção

- Indica o maior nível de produção que uma firma pode atingir para cada possível combinação de insumos, dado o estado da tecnologia.
- Mostra o que é *tecnicamente viável* quando a firma opera de forma *eficiente*.

Função da Produção

Slide 14

$$q = f(N, K, M)$$

Depende do estado da
Tecnologia

Relação entre a quantidade de
insumos utilizados e a
quantidade produzida

q = Produto

N = Trabalho

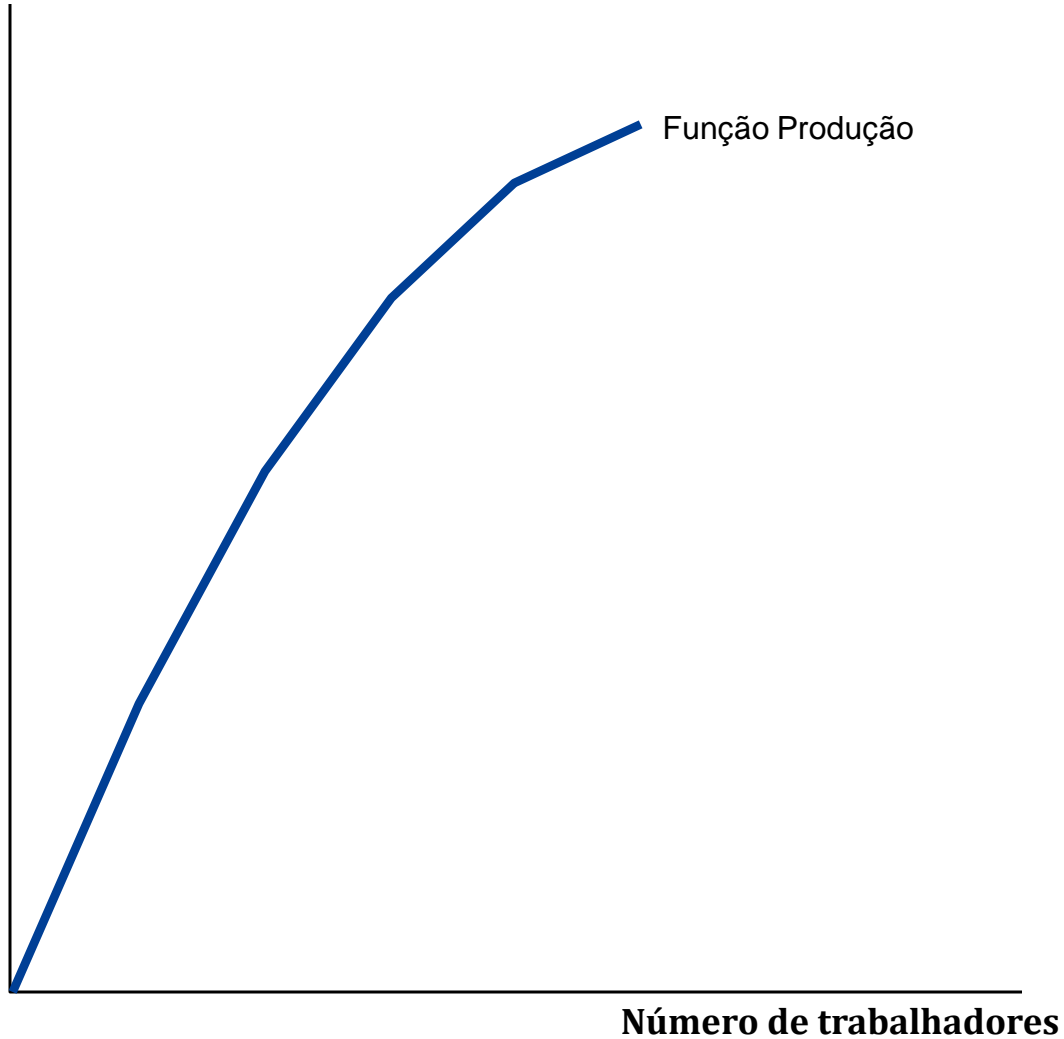
K = Capital

M = Matéria Prima

Função de Produção

Slide 15

Quantidade
por hora



Função de Produção

Slide 16

Fatores fixos de produção: Permanecem inalterados quando a quantidade produzida varia

Fatores variáveis de produção : Alteram-se quando a quantidade produzida varia

Curto prazo (*CP*): Período com pelo menos um fator de produção fixo

Longo prazo (*LP*): Período com variação em todos os fatores de produção

Produto Marginal

Slide 17

Produto Marginal

Acréscimo da quantidade produzida obtido com o acréscimo de uma unidade do insumo

Produção no Curto Prazo

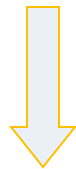
Slide 18

Supondo dois fatores de produção: mão de obra (N) e capital (K)

N = variável

K = fixo

$$q = f(N, K)$$



$$q = f(N)$$

Produção no Curto Prazo

Slide 19

Produto total (PT): Quantidade total produzida em determinado período de tempo

$$PT = q$$

Produção no Curto Prazo

Slide 20

Produtividade média (PMe)

Relação entre o produto total e a quantidade do fator de produção em determinado período de tempo.

Representa a contribuição média de cada insumo.

$$PMe_N = \frac{PT}{N}$$



Produtividade média da Mão de Obra

$$PMe_K = \frac{PT}{K}$$



Produtividade média do Capital

Produção com um insumo variável (trabalho)

Slide 21

- Produtividade da mão-de-obra

$$\text{Produtividade média} = \frac{\text{Produção total}}{\text{Quantidade de trabalho}}$$

Produção com um insumo variável (trabalho)

Exemplo: Produtividade da mão-de-obra nos países desenvolvidos

	EUA	Japão	França	Alemanha Unido	Reino
	Produção real por trabalhador (2001)				
	\$75.575	\$52.848	\$62.461	\$66.369	\$52.499
	Taxa de crescimento anual da produtividade da mão-de-obra (%)				
1960-1973	2,29	7,86	4,70	3,98	2,84
1974-1982	0,22	2,29	1,73	2,28	1,53
1983-1991	1,54	2,64	1,50	2,07	1,57
1992-2001	2,00	1,19	0,86	2,10	1,98

Produção no Curto Prazo

Slide 23

Produtividade marginal (*PMg*)

Variação do produto dada variação de uma unidade na quantidade de fator de produção em determinado período de tempo.

Representa a contribuição adicional de cada insumo.

$$PMg_N = \frac{\Delta PT}{\Delta N} = \frac{\Delta q}{\Delta N} = \frac{dq}{dN}$$



Produtividade marginal da
Mão de Obra

$$PMg_K = \frac{\Delta PT}{\Delta K} = \frac{\Delta q}{\Delta K} = \frac{dq}{dK}$$



Produtividade marginal do
Capital

Produção no Curto Prazo

Slide 24

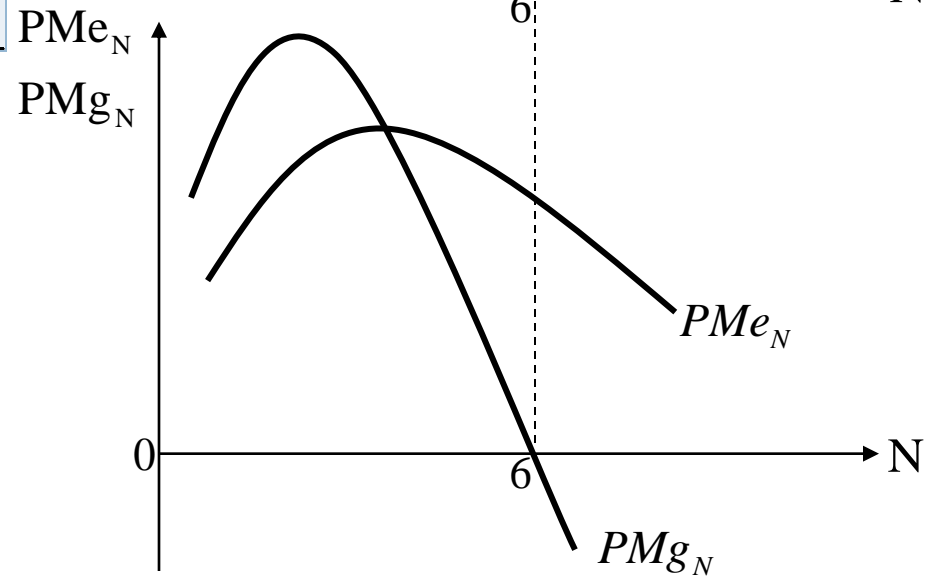
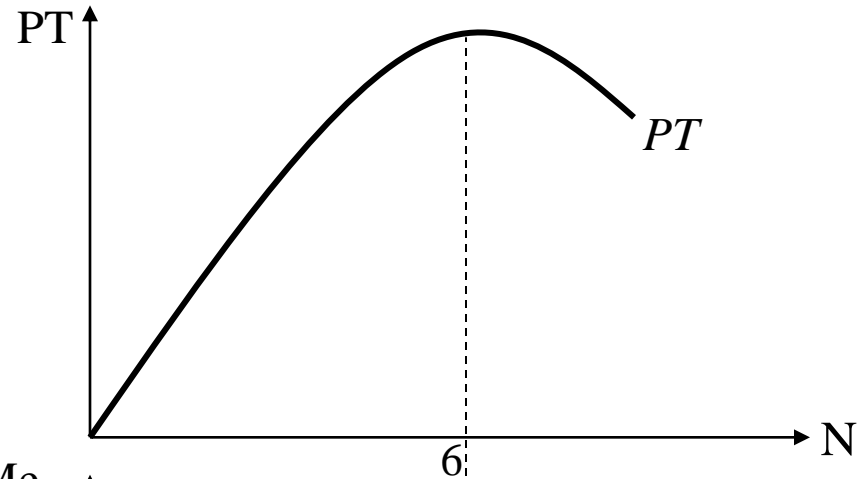
K	N	PT	PMe_N	PMg_N
10	0	0		
10	1	3		
10	2	8		
10	3	12		
10	4	15		
10	5	17		
10	6	17		
10	7	16		
10	8	13		

Traçar as curvas PT , PMe_N e PMg_N

Produção no Curto Prazo

25

K	N	PT	Pme N	PMg N
10	0	0		
10	1	3	3.0	3
10	2	8	4.0	5
10	3	12	4.0	4
10	4	15	3.8	3
10	5	17	3.4	2
10	6	17	2.8	0
10	7	16	2.3	-1
10	8	13	1.6	-3



Produção com um insumo variável (trabalho)

Slide 26

1. À medida que aumenta o número de trabalhadores, o produto (q) aumenta, atinge um máximo e, então, decresce.

Produção com um insumo variável (trabalho)

Slide 27

2. O produto médio do trabalho (PM), ou produto por trabalhador, inicialmente aumenta e depois diminui.

$$PM = \frac{\textit{Produto}}{\textit{Trabalho}} = \frac{Q}{L}$$

Produção com um insumo variável (trabalho)

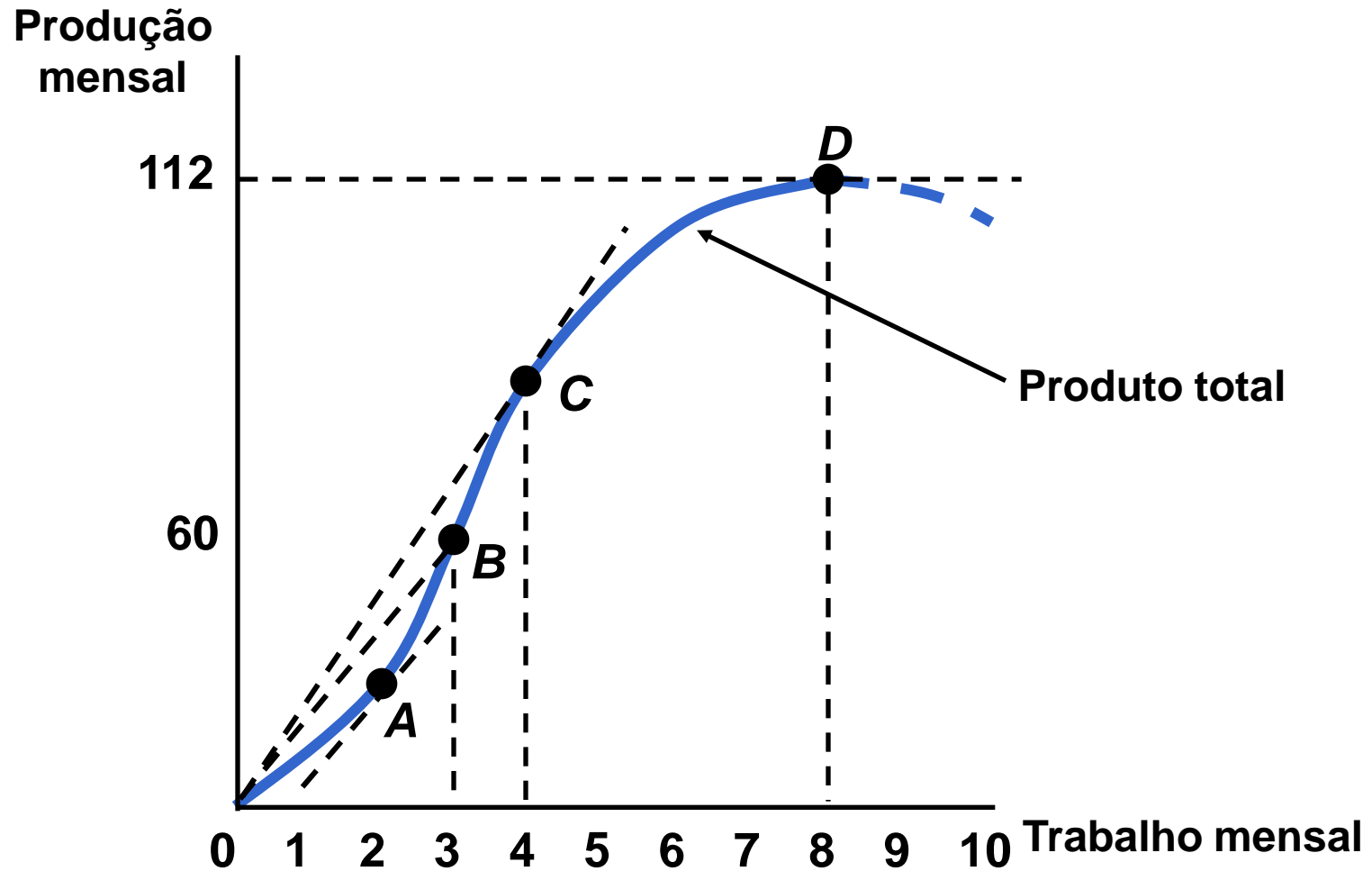
Slide 28

3. O produto marginal do trabalho (PMg_L), ou produto de um trabalhador adicional, aumenta rapidamente no início, depois diminui e se torna negativo.

$$PMg_L = \frac{\Delta \text{Produto}}{\Delta \text{Trabalho}} = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$$

Produção com um insumo variável (trabalho)

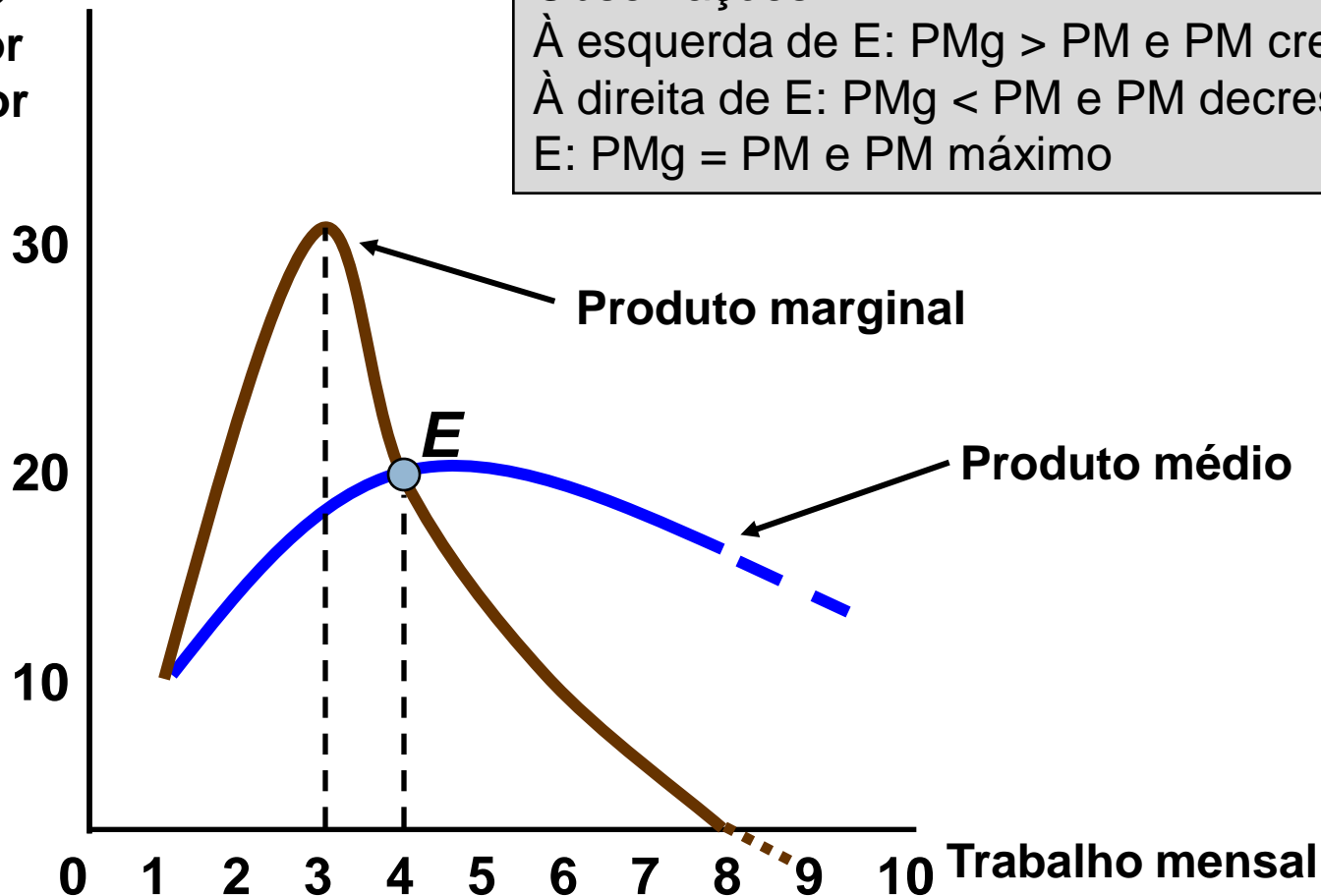
Slide 29



Produção com um insumo variável (trabalho)

Slide 30

Produção mensal por trabalhador



Observações:

À esquerda de E: $PMg > PM$ e PM crescente

À direita de E: $PMg < PM$ e PM decrescente

E: $PMg = PM$ e PM máximo

Produção com um insumo variável (trabalho)

Slide 31

Quando $PMg = 0$, PT encontra-se no seu nível máximo

Quando $PMg > PM$, PM é crescente

Quando $PMg < PM$, PM é decrescente

Quando $PMg = PM$, PM encontra-se no seu nível máximo

Produção com um insumo variável (trabalho)

Slide 32

Lei dos rendimentos marginais decrescentes

- ▣ À medida que o uso de determinado insumo aumenta, chega-se a um ponto em que as quantidades adicionais de produto obtidas tornam-se menores (ou seja, o PMg diminui).

Produção com um insumo variável (trabalho)

Slide 33

Lei dos rendimentos marginais decrescentes

Ao aumentar o fator variável (N), dada o fator fixo (K) a *Produtividade Marginal* cresce até certo ponto e, a partir daí, decresce, até tornar-se negativa.

Ex.: Atividade agrícola

Fator fixo: área cultivada

Fator variável: mão de obra

Obs: Só é válida se for mantido um fator fixo. Portanto, só vale no curto prazo.

Produção com um insumo variável (trabalho)

Slide 34

Lei dos rendimentos marginais decrescentes

- Pode ser aplicada a decisões de longo prazo relativas à escolha entre diferentes configurações de plantas produtivas
- Supõe-se que a qualidade do insumo variável seja constante

Produção com um insumo variável (trabalho)

Slide 35

Lei dos rendimentos marginais decrescentes

- Explica a ocorrência de um PMg declinante, mas não necessariamente de um PMg negativo
- Supõe-se uma tecnologia constante

Exercício 1

Suponha que um fabricante de cadeiras esteja produzindo no curto prazo (com uma fábrica e equipamentos pré-existentes). Conforme o número de funcionários, o fabricante observou os seguintes níveis de produção:

Número de Funcionários	Número de Cadeiras
1	10
2	18
3	24
4	28
5	30
6	28
7	25

- Calcule o produto marginal e o produto médio do trabalho para esta função produção
- Essa função de produção apresenta rendimentos decrescentes de escala? Explique
- De acordo com sua opinião, qual a razão do produto marginal do trabalho se tornar negativo?

- a. Calcule o produto marginal e o produto médio do trabalho para essa função de produção.

O produto médio do trabalho, PM_{L_t} , é igual a $\frac{Q}{L}$. O produto marginal do trabalho,

PM_{L_t} , é igual a $\frac{\Delta Q}{\Delta L}$, isto é, a variação na produção dividida pela variação no insumo trabalho. Para esse processo produtivo, temos:

L	Q	PM_{L_t}	PM_{L_t}
0	0	—	—
1	10	10	10
2	18	9	8
3	24	8	6
4	28	7	4
5	30	6	2
6	28	4,7	-2
7	25	3,6	-3

- b. Essa função de produção apresenta rendimentos decrescentes de escala para o trabalho? Explique.

Esse processo produtivo apresenta rendimentos decrescentes para o trabalho. O produto marginal do trabalho, que é a produção adicional produzida por trabalhador adicional, diminui à medida que mais trabalhadores são contratados e torna-se negativa para o sexto e o sétimo trabalhador.

- c. Explique, de acordo com sua opinião, qual poderia ser a razão de o produto marginal do trabalho se tornar negativo.

O produto marginal do trabalho negativo para $L > 5$ pode ocorrer devido ao excesso de pessoas na fábrica de cadeiras. Dado que um número maior de trabalhadores estaria usando a mesma quantidade de capital, seria possível que os trabalhadores se atrapalhassem mutuamente, diminuindo a eficiência e o nível de produção da empresa. Muitas empresas também têm de controlar a qualidade da produção, e o excesso de trabalhadores pode levar a uma produção que não tenha qualidade suficiente para ser colocada à venda, o que pode contribuir para um produto marginal negativo.

Exercício 2

A quantidade de peixes pescados em uma semana por um barco é função do tamanho da tripulação. Com base nos dados passados, a seguinte tabela de produção foi desenvolvida

Tripulação (homens)	Quantidade de Peixe (toneladas)
2	3
3	6
4	11
5	19
6	24
7	28
8	31
9	33
10	34
11	34
12	33

- Em que faixa de trabalhadores existem rendimentos i. Crescente; ii. Constantes; iii. Decrescente; iv. Negativos?
- Qual deve ser o tamanho da tripulação para maximizar a quantidade total de peixe apanhado?
- Qual deve ser o tamanho da tripulação para maximizar a quantidade média de peixe apanhado?

4. a.	Crew Size	$TP_x = Q$	$AP_x = Q/X$	$MP_x = \Delta Q/\Delta X$
	0	0	-	-
	2	3	1.50	1.5
	3	6	2.00	3.0
	4	11	2.75	5.0
	5	19	3.80	8.0
	6	24	4.00	5.0
	7	28	4.00	4.0
	8	31	3.88	3.0
	9	33	3.67	2.0
	10	34	3.40	1.0
	11	34	3.09	0.0
	12	33	2.75	-1.0

i. Increasing returns: 0 – 5 (MP_x increasing)

ii. Constant returns: None (MP_x constant)

iii. Decreasing returns: 5⁺ – 11 (MP_x decreasing)

iv. Negative returns: 11⁺ – 12 (MP_x negative)

b. Max $Q = 34$. This corresponds to a crew size of 10 or 11 men. Assuming a positive cost for an additional crew member, a crew size of 10 should be used to minimize the cost of obtaining this output.

c. Max $AP_x = 4.00$. This corresponds to a crew size of 6 or 7 men. Again, for any positive cost to manpower, a crew size of 6 is preferred to achieve this objective.

Produção no Longo Prazo

Fatores de Produção Variam

Slide 40

- No curto prazo, trabalho é variável e capital é fixo.
- No longo prazo, trabalho e capital são variáveis.

Produção no Longo Prazo (Fatores de Produção Variam)

Supondo dois fatores de produção: mão de obra (N)
e capital (K)

N = variável

K = variável

$$q = f(N, K)$$

Várias combinações de insumos podem produzir
a mesma quantidade de produto.

Produção no Longo Prazo (Dois insumos variáveis)

Isoquantas

- São curvas que representam todas as possíveis combinações de insumos que geram a mesma quantidade de produto
- Uma firma pode apresentar várias isoquantas de produção (*mapa de produção*)
- **Escolha da isoquanta:** Quantidade que o empresário deseja produzir, depende dos custos de produção e da demanda pelo produto.

Produção com dois insumos variáveis

Trabalho

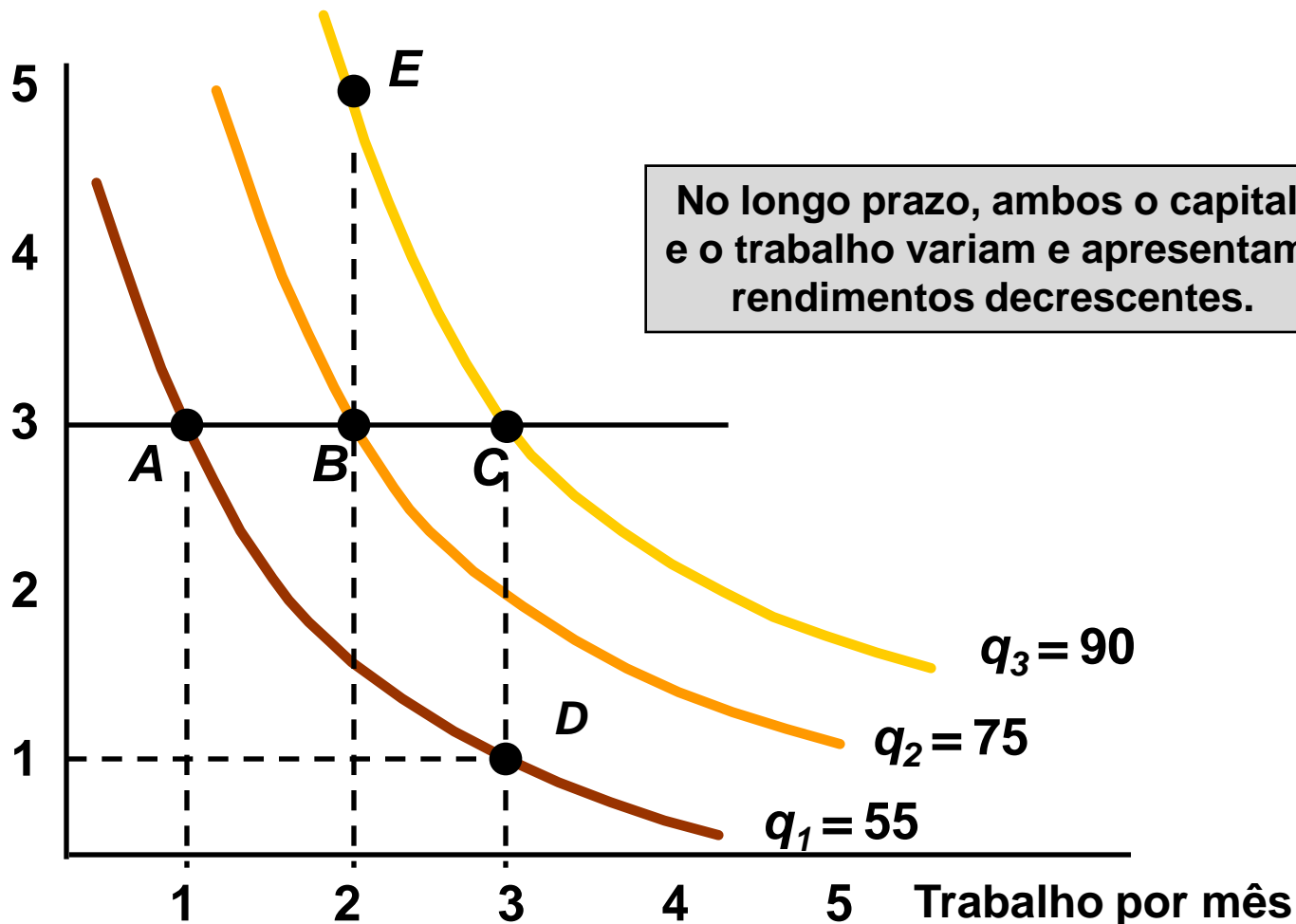
Capital

	1	2	3	4	5
1	20	40	55	65	75
2	40	60	75	85	90
3	55	75	90	100	105
4	65	85	100	110	115
5	75	90	105	115	120

Produção com dois insumos variáveis

Slide 44

Capital
por mês



No longo prazo, ambos o capital e o trabalho variam e apresentam rendimentos decrescentes.

Produção com dois insumos variáveis

Slide 45

- Flexibilidade do insumo
 - ▣ As isoquantas mostram de que forma diferentes combinações de insumos podem ser usadas para produzir a mesma quantidade de produto.
 - ▣ Essa informação permite ao produtor reagir eficientemente às mudanças nos mercados de insumos.

Rendimentos de escala ou economias de escala

No longo prazo todos os insumos são variáveis.

Como decidir a melhor maneira de aumentar o produto?

Rendimentos de escala ou economias de escala

- Um fazendeiro que opera uma colheitadeira em um acre de terra e produz 100 kg de trigo
- Dois fazendeiros operando duas colheitadeiras em dois acres de terra produzirão quanto?
- O produto certamente aumentará, mas quanto?

Rendimento de escala: proporção de aumento do produto quando os insumos aumentam proporcionalmente entre si

Rendimentos crescentes de escala

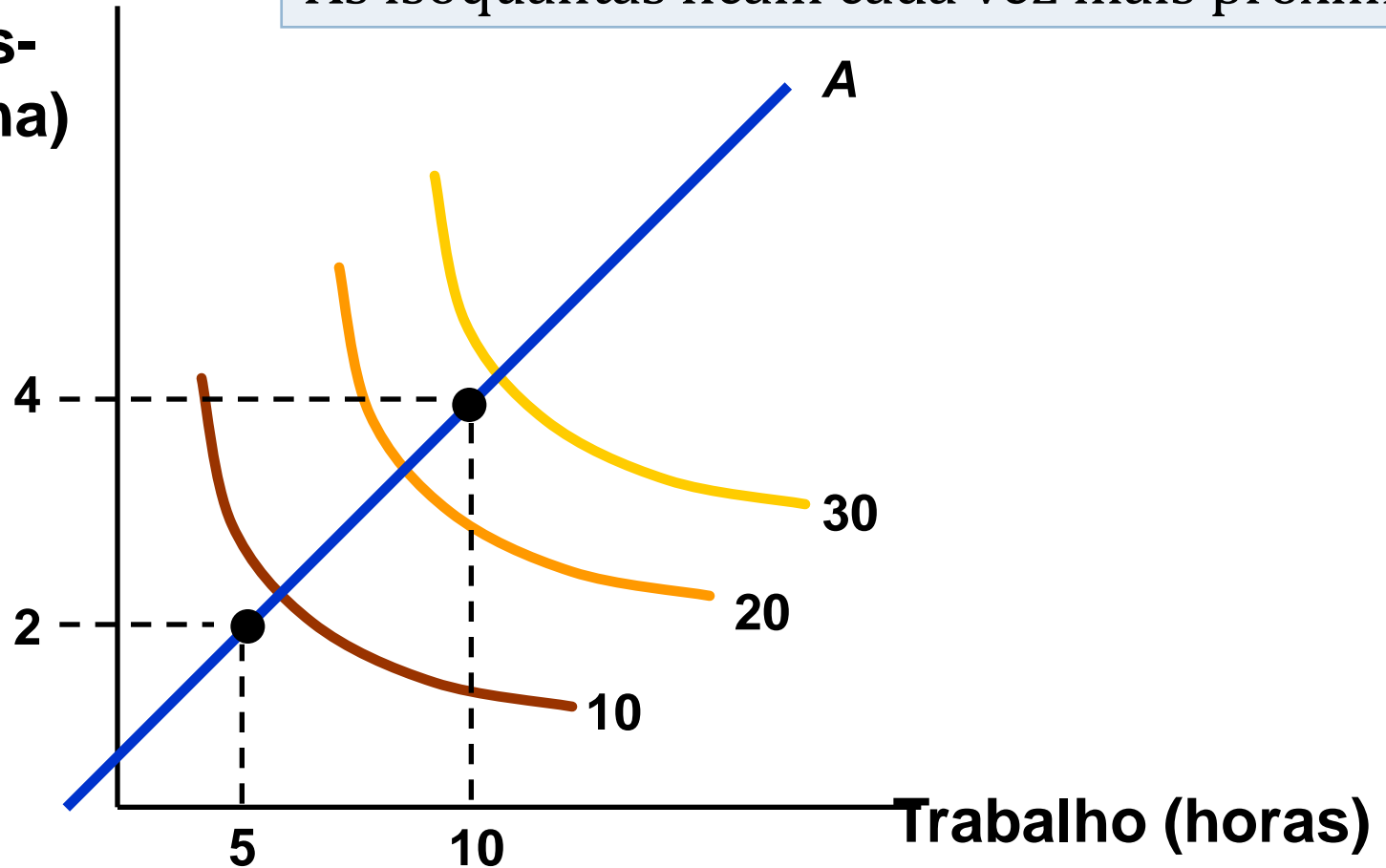
Produção cresce mais do que o crescimento dos insumos

Exemplo: $\uparrow 10\% N$ e $K \rightarrow$ produção \uparrow mais que 10%

Rendimentos crescentes de escala

**Capital
(horas-
máquina)**

As isoquantas ficam cada vez mais próximas



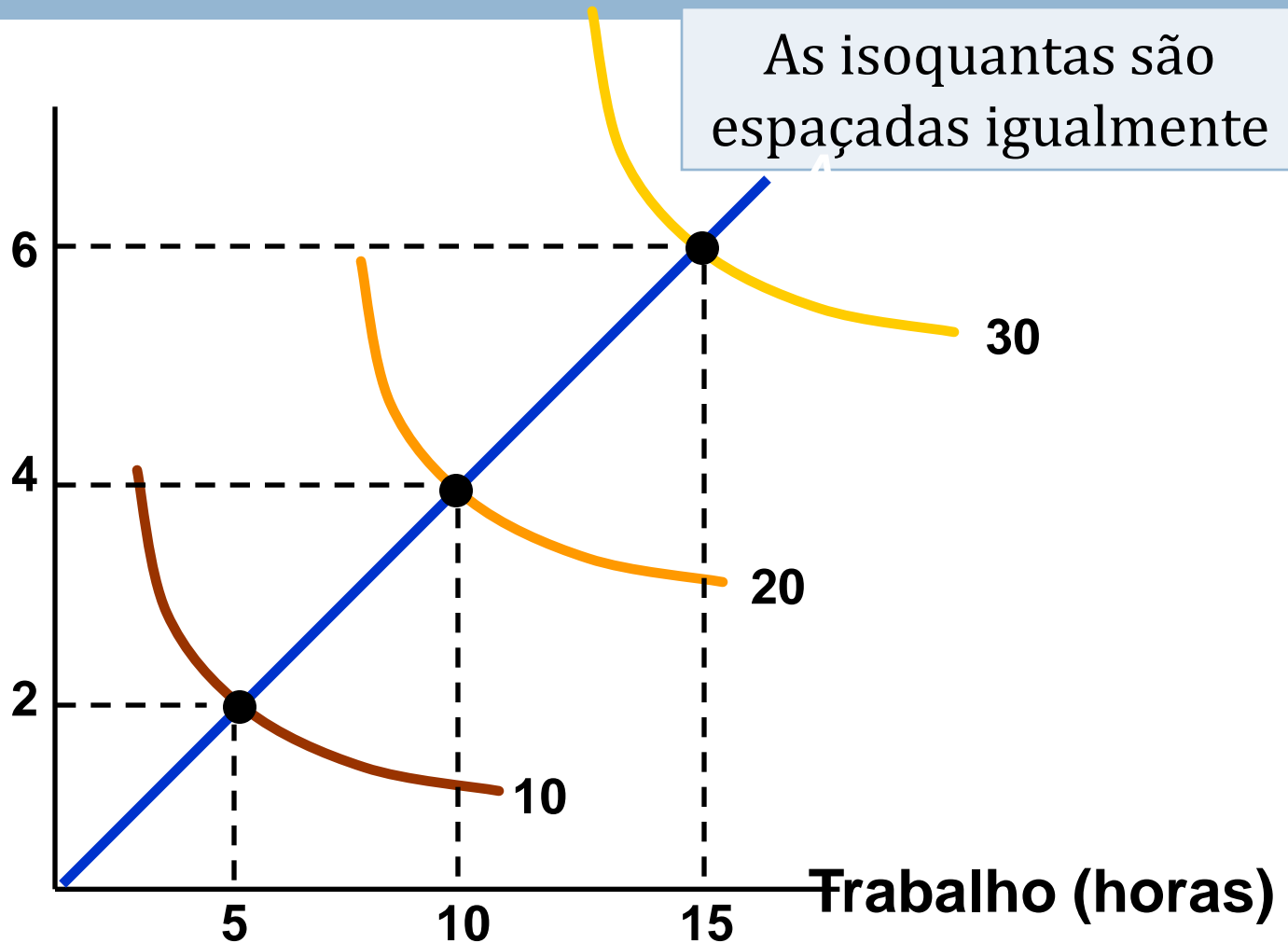
Rendimentos constantes de escala

Produção aumenta na mesma proporção que os insumos

$\uparrow 10\% N e K \rightarrow \uparrow 10\%$ na produção

Rendimentos constantes de escala

**Capital
(horas-
máquina)**

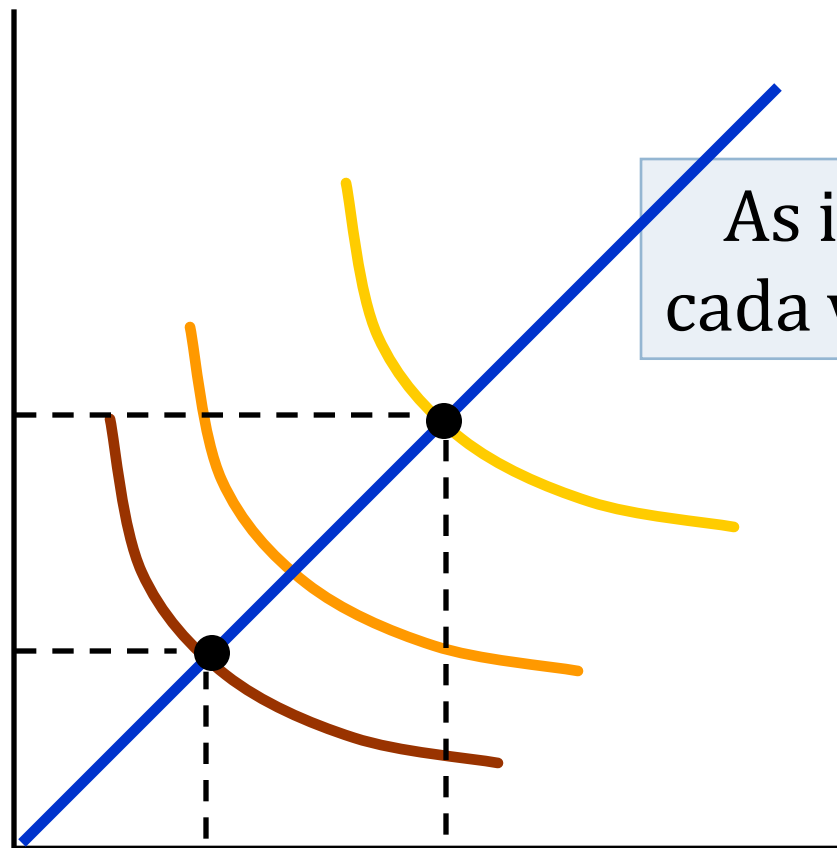


Rendimentos decrescente de escala

Produção aumenta menos que o aumento dos insumos

$\uparrow 10\% N \text{ e } K \rightarrow \text{produção } \uparrow \text{ menos que } 10\%$

Rendimentos decrescentes de escala



As isoquantas ficam cada vez mais afastadas

Rendimentos de Escala \neq Lei de Rendimentos Decrescentes

Lei dos Rendimentos Decrescentes = supõe algum fator fixo

Rendimentos de Escala =
conceito de longo prazo onde não há fatores fixos de
produção

Exercício 3

A função de produção da empresa fabricante de computadores pessoais Disk Inc. é expressa por $q = 10K^{0,5}L^{0,5}$ onde q é o número de computadores produzidos diariamente, K é o número de horas-máquina e L é o número de horas do insumo trabalho. Um concorrente da Disk, a empresa Floppy Inc. está utilizando a função de produção $q = 10K^{0,6}L^{0,4}$

- a) Se ambas utilizam quantidades iguais de capital e trabalho, qual das duas produz mais?
- b) Suponha que o capital esteja limitado a 9 horas-máquina, porém o trabalho seja ilimitado. Em qual das duas empresas seria maior o produto marginal do trabalho? Explique.

9. A função de produção da empresa fabricante de computadores pessoais Disk, Inc., é expressa por

$$q = 10K^{0,5}L^{0,5},$$

onde q é o número de computadores produzidos diariamente, K é o número de horas-máquina e L é o número de horas do insumo trabalho. Um concorrente da Disk, a empresa Floppy, Inc., está utilizando a função de produção

$$q = 10K^{0,6}L^{0,4}.$$

a. Se ambas as empresas utilizam quantidades iguais de capital e trabalho, qual das duas produz mais?

Sejam q a produção da Disk, Inc., q_2 a produção da Floppy, Inc., e X as quantidades iguais de capital e trabalho das duas empresas. Logo, a partir de suas funções de produção,

$$q = 10X^{0,5}X^{0,5} = 10X^{(0,5 + 0,5)} = 10X$$

e

$$q_2 = 10X^{0,6}X^{0,4} = 10X^{(0,6 + 0,4)} = 10X.$$

Dado que $q = q_2$, ambas as empresas geram o mesmo nível de produção com os mesmos insumos. Observe que, se as duas empresas utilizassem a mesma quantidade de capital e a mesma quantidade de trabalho, mas as quantidades de capital e trabalho fossem diferentes, o nível de produção das duas empresas não seria igual. De fato, se $K > L$, então $q_2 > q$.

b. Suponhamos que o capital esteja limitado a 9 horas-máquina, porém o trabalho seja ilimitado. Em qual das duas empresas seria maior o produto marginal do trabalho? Explique.

Com o capital limitado a 9 unidades, as funções de produção se tomam $q = 30L^{0,5}$ e $q_2 = 37,372L^{0,4}$. Para determinar a função de produção com o maior produto marginal do trabalho, considere a seguinte tabela:

L	q Empresa 1.	PMg_L Empresa 1.	q Empresa 2.	PMg_L Empresa 2.
0.	0,0		0,00	
1.	30,00	30,00	37,37	37,37
2.	42,43	12,43	49,31	11,94
3.	51,96	9,53	58,00	8,69
4.	60,00	8,04	65,07	7,07

Para cada unidade de trabalho acima de 1, o produto marginal do trabalho é maior para a primeira empresa, Disk, Inc.

Exercício 4

As funções a seguir representam rendimentos de escala crescentes, decrescentes ou constantes? O que acontece com o produto marginal de cada fator isolado quando esse fator aumenta e o outro se mantém constante?

- a) $q = 3L + 2K$
- b) $q = (2L + 2K)^{1/2}$
- c) $q = 3LK^2$
- d) $q = 4K + 4L^{0,5}$

8. As funções a seguir representam rendimentos de escala crescentes, constantes ou decrescentes? O que acontece com o produto marginal de cada fator isolado quando esse fator aumenta e o outro se mantém constante?

a. $q = 3L + 2K$

Esta função apresenta rendimentos de escala constantes. Por exemplo, se L é 2 e K é 2, então q é 10. Se L é 4 e K é 4, então q é 10. Cada produto marginal é constante para essa função de produção. Quando L aumenta em 1, q aumenta em 3. Quando K aumenta em 1, q aumenta em 2.

b. $q = (2L + 2K)^{\frac{1}{2}}$

Esta função apresenta rendimentos de escala decrescentes. Por exemplo, se L é 2 e K é 2, então q é 2,8. Se L é 4 e K é 4, então q é 4. Quando se dobram os insumos, a produção não chega a dobrar. O produto marginal de cada insumo é decrescente. Isso pode ser determinado com o uso de cálculo diferenciando-se a função de produção em relação a ambos os insumos, com o outro insumo sendo mantido constante. Por exemplo, o produto marginal do trabalho é

$$\frac{\partial q}{\partial L} = \frac{2}{2(2L + 2K)^{\frac{1}{2}}}$$

Uma vez que L está no denominador, à medida que L se torna maior o produto marginal se torna menor. Se você não tem conhecimentos de cálculo, pode escolher diversos valores para L , encontrar q (para algum valor fixo de K) e então encontrar o produto marginal. Por exemplo, se $L = 4$ e $K = 4$, então $q = 4$. Se $L = 5$ e $K = 4$, então $q = 4,24$. Se $L = 6$ e $K = 4$, então $q = 4,47$. O produto marginal do trabalho cai de 0,24 para 0,23.

c. $q = 3LK^2$

Esta função apresenta rendimentos de escala crescentes. Por exemplo, se L é 2 e K é 2, então q é 24. Se L é 4 e K é 4, então q é 192. Quando se dobram os insumos, a produção mais do que dobra. Observe também que, se para cada insumo há um aumento λ , então obtemos o seguinte:

$$q' = 3(\lambda L)(\lambda K)^2 = \lambda^3 3LK^2 = \lambda^3 q.$$

Uma vez que λ é elevado a uma potência maior do que 1, temos rendimentos de escala crescentes.

O produto marginal do trabalho é constante e o produto marginal do capital é crescente. Para qualquer dado valor de K , quando L aumenta 1 unidade, q aumenta $3K^2$ unidades, que é um número constante. Com o uso de cálculo, o produto marginal do capital é $PMg_K = 2 \cdot 3 \cdot L \cdot K$. À medida que K aumenta, o PMg_K

também aumenta. Se você não tem conhecimento de cálculo, pode fixar o valor de L , escolher um valor inicial para K e encontrar q . Agora aumente K em uma unidade e encontre o novo q . Faça isso algumas vezes e conseguirá calcular o produto marginal. Isso foi feito no item b e também será feito no d.

d. $q = L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}$

Esta função apresenta rendimentos de escala constantes. Por exemplo, se L é 2 e K é 2, então q é 2. Se L é 4 e K é 4, então q é 4. Quando se dobram os insumos, a produção dobra. Observe também que, se para cada insumo há um aumento λ , então obtemos o seguinte:

$$q' = (\lambda L)^{\frac{1}{2}}(\lambda K)^{\frac{1}{2}} = \lambda L^{\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}} = \lambda q.$$

Uma vez que λ é elevado à potência 1, temos rendimentos de escala constantes.

O produto marginal do trabalho e o produto marginal do capital são decrescentes. Com o uso de cálculo, o produto marginal do capital é

$$PM_{g_K} = \frac{L^{\frac{1}{2}}}{2K^{\frac{1}{2}}}.$$

Para qualquer dado valor de L , à medida que K aumenta o PM_{g_K} também aumenta. Se você não tem conhecimento de cálculo, pode fixar o valor de L , escolher um valor inicial para K e encontrar q . Consideremos, por exemplo, que $L = 4$. Se K é 4, então q é 4; se K é 5, então q é 4,47; se K é 6, então q é 4,89. O produto marginal da quinta unidade de K é $4,47 - 4 = 0,47$, e o produto marginal da sexta unidade de K é $4,89 - 4,47 = 0,42$. Assim, temos um produto marginal do capital decrescente. Você pode fazer o mesmo para o produto marginal do trabalho.

e. $q = 4L^{\frac{1}{2}} + 4K$

Esta função apresenta rendimentos de escala decrescentes. Por exemplo, se L é 2 e K é 2, então q é 13,66. Se L é 4 e K é 4, então q é 24. Quando se dobram os insumos, a produção não chega a dobrar.

O produto marginal do trabalho é decrescente e o produto marginal do capital é constante. Para qualquer dado valor de L , quando K aumenta 1 unidade, q aumenta 4 unidades, que é um número constante. Para confirmar que o produto marginal do trabalho é decrescente, estabeleça que $K = 1$ e escolha valores para L . Se $L = 1$, então $q = 8$; se $L = 2$, então $q = 9,65$, e, se $L = 3$, então $q = 10,93$. O produto marginal da segunda unidade de trabalho é $9,65 - 8 = 1,65$, e o produto marginal da terceira unidade de trabalho é $10,93 - 9,65 = 1,28$. O produto marginal do trabalho é decrescente.

Exercício 5

Considere a seguinte função de produção de curto prazo (X=insumo variável e Q=quantidade): $Q=6X^2-0,4X^3$)

- a. Determine a função do produto marginal
- b. Determine a função do produto médio
- c. Indique o valor de X que maximiza Q
- d. Indique o valor de X para o qual a função do produto marginal assume seu valor máximo

.

6. a. $Q = 6X^2 - .4X^3$
 $MP_X = 12X - 1.2X^2$

b. $AP_X = 6X - .4X^2$

c. Q takes on its maximum value when $MP_X = 0$, and $d^2Q/dX^2 < 0$:

$$12X - 1.2X^2 = 0$$

$$X(12 - 1.2X) = 0$$

$$X = 0 \text{ and } X = 10$$

At $X = 0$, $d^2Q/dX^2 = 12 - 2.4(0) = 12 > 0$, hence $X = 0$ is not a maximum point on the Q function.

At $X = 10$, $d^2Q/dX^2 = 12 - 2.4(10) = -12 < 0$.

Therefore Q is maximized at $X^* = 10$

d. The MP_X function takes on its maximum value when $d(MP_X)/dX = 0$, and the second derivative is negative.

Resumo

- Uma *função de produção* descreve a produção máxima que uma empresa pode obter para cada combinação específica de insumos.
- Uma *isoquanta* é uma curva que mostra todas as combinações de insumos que resultam em um determinado nível de produção.

Resumo

- O *produto médio do trabalho* mede a produtividade do trabalhador médio, enquanto o *produto marginal do trabalho* mede a produtividade do último trabalhador incluído no processo produtivo.

Resumo

Slide 64

- *A lei dos rendimentos decrescentes* explica que o produto marginal de um insumo diminui quando a quantidade desse insumo é aumentada.