SEM 538 - Sistemas de Controle II
Aula 8 - Lugar das Raízes Discreto e PID

Adriano A. G. Siqueira

Universidade de São Paulo

Índice

- Exemplo
- Lugar das Raízes
- Controlador PID
- Exemplo

Exemplo

- Planta

$$G(s) = \frac{1}{s(10s+1)}$$

- Especificações de desempenho
  1- Sobressinal menor que 16% para entrada degrau $\Rightarrow \quad \zeta \geq 0,5$
  2- Tempo de acomodação menor que 10 s (sisotool) $\Rightarrow \quad \sigma \geq 0,40$

Lugar das Raízes

- Equação Característica

$$1 + KD(z)G(z) = 0$$

- Construção do Lugar das Raízes é idêntico ao caso contínuo

Lugar das Raízes

- Especificações no plano z para $T_0 = 1$ s

  1- Sobressinal: $\zeta \geq 0,5$

  2- Tempo de acomodação: $r \leq e^{\sigma T_0} = e^{-0.4 \cdot 1} = 0,67$

Controlador PID Discreto

- Controle Proporcional

$$u_P(k) = Ke(k)$$

- Controle Integral

$$u_I(k) = u(k-1) + K\frac{T_0}{T_I}e(k)$$

Controlador PID Discreto

- Controle Derivativo

$$u_D(k) = K\frac{T_D}{T_0}[e(k) - e(k-1)]$$

Controlador PID Discreto

- Controlador PID Contínuo

$$u(t) = K\left[e(t) + \frac{1}{T_I}\int e(\tau)d\tau + T_D\frac{de(t)}{dt}\right]$$

- Para T_0 pequeno

$$u(k) = K\left[e(k) + \frac{T_0}{T_I}\sum_{v=0}^{k} e(v) + \frac{T_D}{T_0}(e(k) - e(k-1))\right]$$

Controlador PID Discreto

- Forma recursiva

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 e(k-1) + q_2 e(k-2)$$

$$\begin{aligned} q_0 &= K(1 + \frac{T_D}{T_0} + \frac{T_0}{T_I}) \\ q_1 &= -K(1 + \frac{2T_D}{T_0}) \\ q_2 &= K\frac{T_D}{T_0} \end{aligned}$$

Controlador PID Discreto

- Função de tranferência

$$D_{PID}(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

$$D_{PID}(z) = \frac{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}{z^2 - z}$$

Controlador PID Discreto

- Controle PID do Motor

$$G(s) = \frac{21800}{s^2 + 55.35s}$$

- Segurador de Ordem Zero com $T_0 = 0.10$ s

$$G(z) = \frac{32.3z + 6.933}{z^2 - 1.004z + 0.003948}$$