

ENGINEERING ECONOMY, *Sixth Edition*

by Blank and Tarquin

Análise da Taxa de Retorno: Alternativa Única

Objetivos

2

1. Definição da Taxa de Retorno (TIR)
2. TIR usando VP e VF
3. Cuidados ao se utilizar a TIR
4. TIR Múltiplas
5. TIR Composta

Exercício 14.1

3

Um banco emprestou \$ 1.000 a um engenheiro recém-formado, à taxa $i=10\%$ ao ano, por 4 anos, para comprar o equipamento do escritório. O banco (o credor) espera que o investimento nesse jovem engenheiro produza um fluxo de caixa líquido equivalente a \$ 315,47 em cada ano.

$$A = \$1.000(A/P, 10\%, 4) = \$ 315,47$$

Calcule o valor do investimento correspondente a cada um dos 4 anos, utilizando a) a taxa de **retorno sobre o investimento inicial** de \$ 1.000 b) a taxa de **retorno sobre o saldo não recuperado**.

Exercício 14.1

4

Ano	Saldo Não Recuperado	Juros sobre a Quantia Inicial	Fluxo de Caixa	Quantia Recuperada	Encerramento do Saldo Não Recuperado
0					
1					
2					
3					
4					

Ano	Saldo Não Recuperado	Juros sobre o Saldo Não Recuperado	Fluxo de Caixa	Quantia Recuperada	Encerramento do Saldo Não Recuperado
0					
1					
2					
3					
4					

Exercício

Ano	Saldo Não Recuperado	Juros sobre a Quantia Inicial	Fluxo de Caixa	Quantia Recuperada	Encerramento do Saldo Não Recuperado
0	-	-	-1.000	-	-1.000
1	-1.000	100	+315,47	215,47	-784,53
2	-784,53	100	+315,47	215,47	-569,06
3	-569,06	100	+315,47	215,47	-353,59
4	-353,59	100	+315,47	215,47	-138,12
Saldo		400		861,88	

Ano	Saldo Não Recuperado	Juros sobre o Saldo Não Recuperado	Fluxo de Caixa	Quantia Recuperada	Encerramento do Saldo Não Recuperado
0	-	-	-1.000	-	-1.000
1	-1.000	100	+315,47	215,47	-784,53
2	-784,53	78,45	+315,47	237,02	-547,51
3	-547,51	54,75	+315,47	260,72	-286,79
4	-286,79	28,68	+315,47	286,79	0
Saldo		261,88		1000	

Programação do Empréstimo

6

Ano	Saldo Devedor	Valor dos juros	Pagamento	Valor Amortizado do Principal	Saldo não recuperado
0	\$1,000	--	0	---	\$1,000
1	1,000	100.00	315.47	215.47	784.53
2	784.53	78.45	315.47	237.02	547.51
3	547.51	54.75	315.47	260.72	286.79
4	286.79	28.68	315.47	286.79	0

Ao final o saldo é zero

Taxa Interna de Retorno (TIR) ou Taxa de Retorno (ROR)

7

TIR (ou ROR) é a taxa que, aplicada a um fluxo de caixa, torna o saldo final dos pagamentos e recebimentos igual a zero

A TIR pode:

Ser paga sobre o **saldo não liquidado** de um empréstimo (o valor que ainda devo...devedor)

Ser ganha sobre o **saldo não recuperado** de um investimento (o valor que mantenho aplicado....credor)

O que as pessoas acham que é a TIR...

8

ERRADO PENSAR QUE A TIR É!

Quanto está ganhando sobre o valor investido
(taxa de retorno absoluto do projeto)...

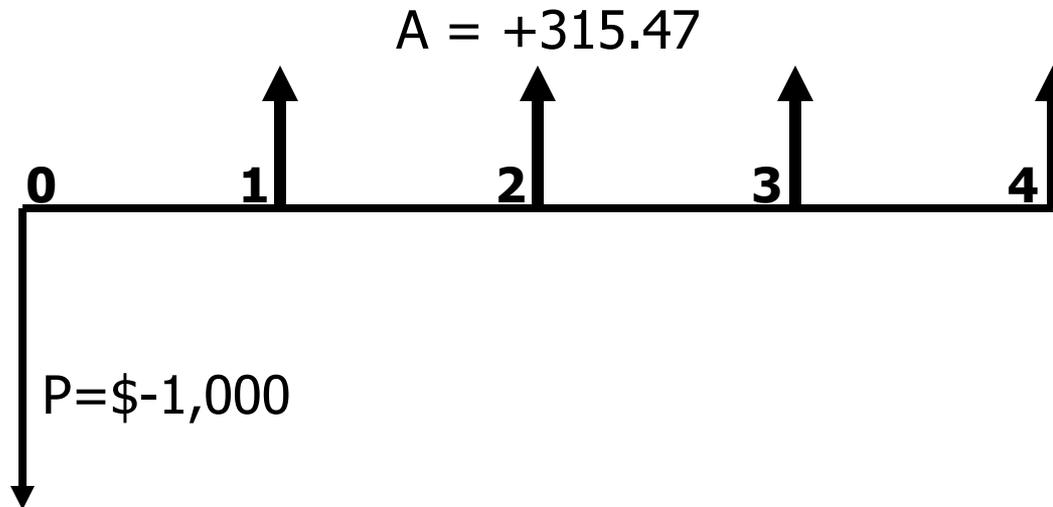
Se você investir \$100.000
– e a TIR for 15% –
não significa que terá ao
final \$115.000...

Significa que – à esta taxa – o saldo final das entradas e saídas será zero

Pensando no Investimento...

9

Investimento de \$ 1.000 em 4 anos, gera \$ 315,47/ano

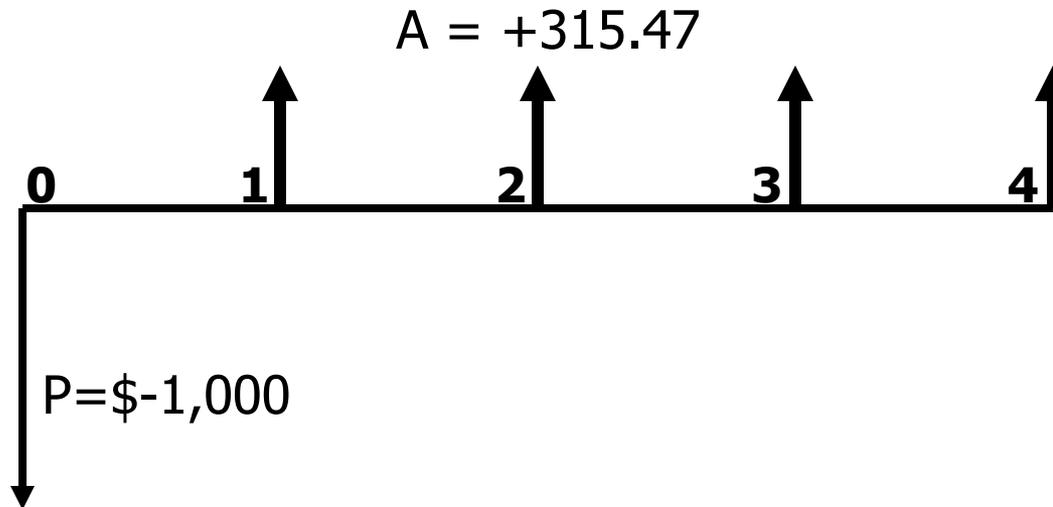


Qual taxa de juros iguala o Fluxo de Caixa ao Investimento Inicial (TIR)?

Pensando no Investimento...

10

Investimento de \$ 1.000 em 4 anos, gera \$ 315,47/ano



Qual taxa de juros iguala o fluxo de caixa ao Investimento Inicial?

$$-\$1000 = 315.47(P/A, i^*, 4)$$

i^* é a taxa de juros que torna $VP(+)$ = $VP(-)$

Pensando no Investimento...

11

$$\$ 1.000 = 315,47(P/A, i^*, 4)$$

$$(P/A, i^*, 4) = 1.000/315,47 = 3.16987$$

$$P/A=3.16987 \quad n=4 \quad i^*=?$$

Tabela de Fator: $i^* = 10\%$

TIR (i^*) Utilizando VP ou VA

12

$$-VP_D + VP_R = 0$$

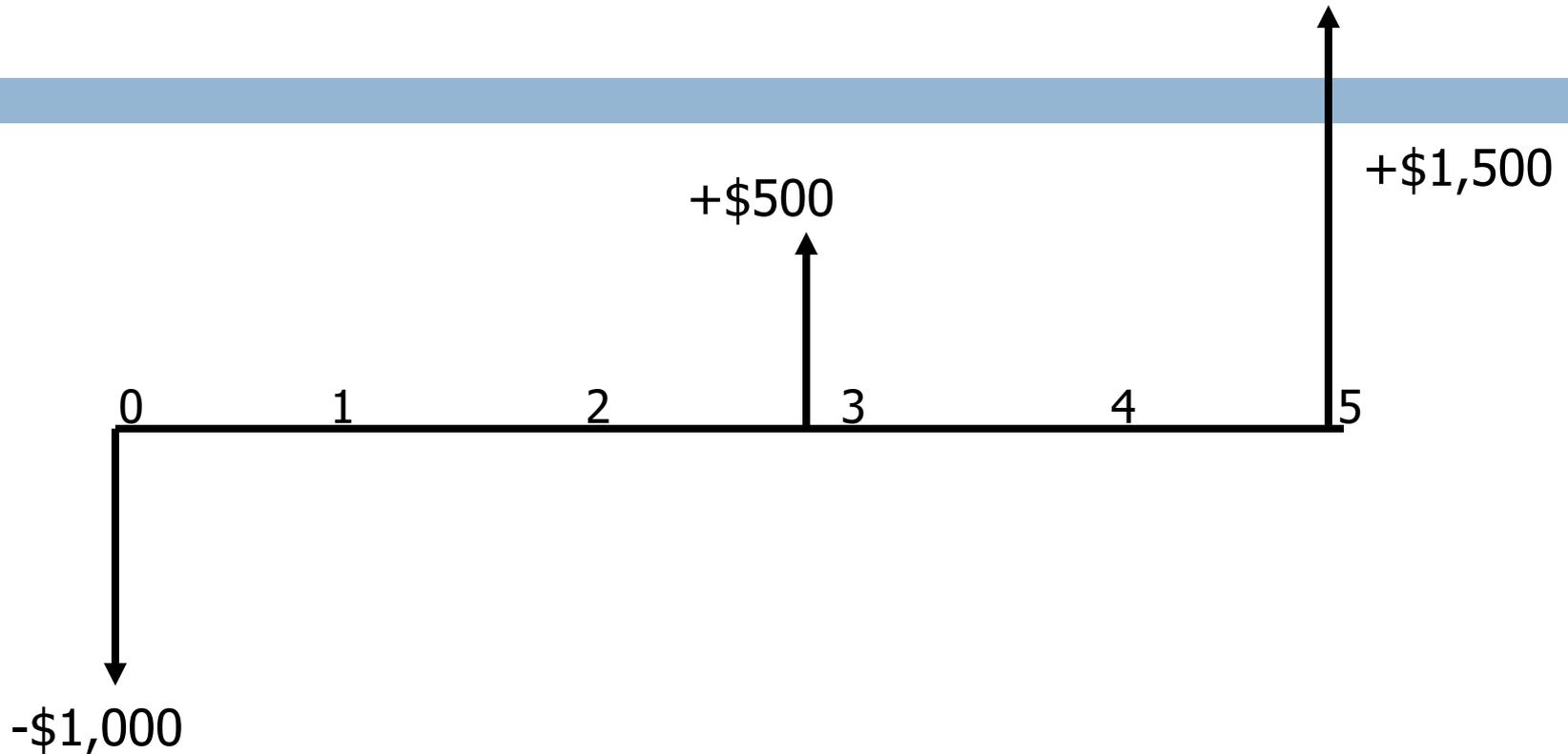
$$-VA_D + VA_R = 0$$

i^* : é a raiz das equações

Calculado de forma aproximada...

TIR (i^*) usando Valor Presente

13



Investimento = \$ 1.000

Recebe \$ 500 no $t=3$; e \$ 1.500 no $t=5$

Qual a TIR do projeto?

TIR (i^*) usando Valor Presente

14

Escreva a expressão:

$$- 1000 + 500(P/F, i^*, 3) + 1500(P/F, i^*, 5) = 0$$

Ache um i^* que resolva a equação...

$$1000 = 500(P/F, i^*, 3) + 1500(P/F, i^*, 5)$$

Para encontrar i^* :

Método de tentativa e erro

Computador usando planilhas

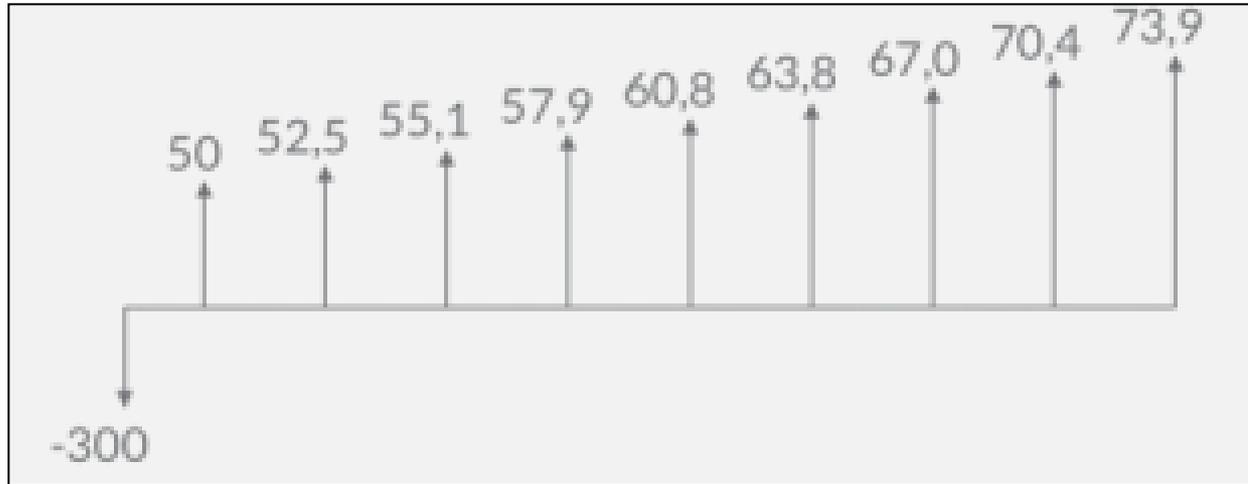
i^* aproximadamente 16.9% por ano sobre o saldo do investimento não recuperado

Método de Tentativa e Erro

16

1. Desenhar um diagrama do fluxo de caixa
2. Montar a equação da taxa de retorno
3. Simular os valores de i^* pelo método da tentativa e erro
4. Avaliar i^* ... até encontrar o Valor Presente Líquido (VPL) mais próximo de 0 e, em seguida, um VPL negativo

Exercício 14.2

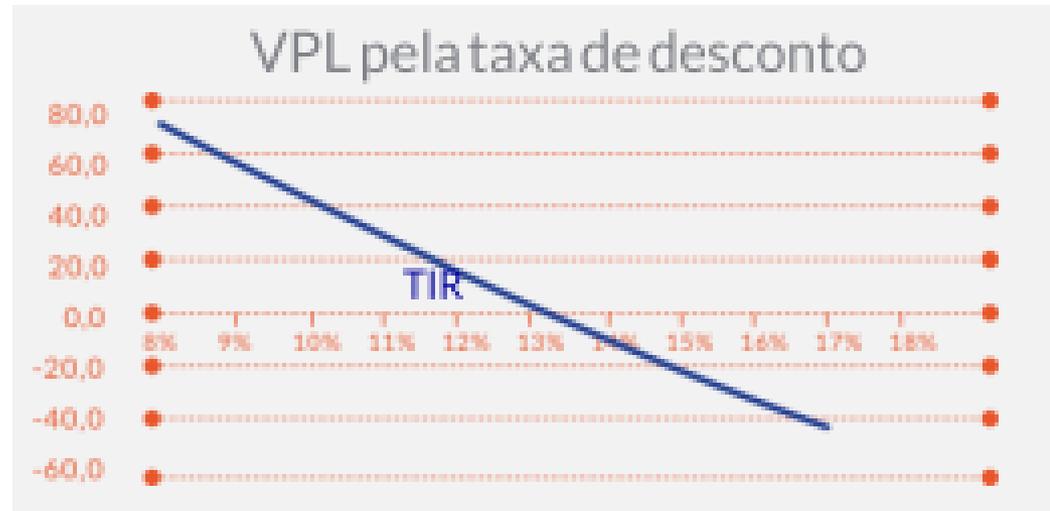


Encontrar a TIR

i (%)	VPL
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	

Fazer gráfico VPL pela Taxa de Desconto

i (%)	VPL
8	73,25
9	57,16
10	42,09
11	27,96
12	14,10
13	2,24
14	-9,47
15	-20,49
16	-30,88
17	-40,67



TIR é a Taxa de Desconto que anula o VPL

Critério para o TIR (i^*)

20

i^* comparada ao TMA

Se $i^* > TMA$, investimento justificado

Se $i^* = TMA$, investimento indiferente

Se $i^* < TMA$, investimento não justificado

Método para encontrar a TIR no Excel

21

TIR(valores; estimativas)
Quando os fluxos de caixa variam ano a ano

TAXA(nper; A; P; F)
Quando há uma série de fluxos de caixa iguais

1. Desenhe o diagrama de fluxos de caixa
2. Crie a relação TIR na forma da equação
3. Insira os fluxos de caixa na planilha em células contínuas
4. Desenvolva a função TIR para encontrar i^*

Exercício 14.2 (Excel)

22

Ano	Fluxo de Caixa
0	-500.000
1	10.000
2	10.000
3	10.000
4	10.000
5	10.000
6	10.000
7	10.000
8	10.000
9	10.000
10	710.000
	0%
	5,16

Excel

=TIR(D6:D16,D19)

D19 = Valor Previsto

Saldo do Investimento

23

Ano	Saldo i^*
0	-500.000
1	-515.784,79
2	-532.383,60
3	-549.838,40
4	-568.193,34
5	-587.494,83
6	-607.791,70
7	-629.135,26
8	-651.579,50
9	-675.181,19
10	0

Saldo do Investimento à taxa i^*

Em $t=10$, $VPL = 0$

Limitações do Método TIR

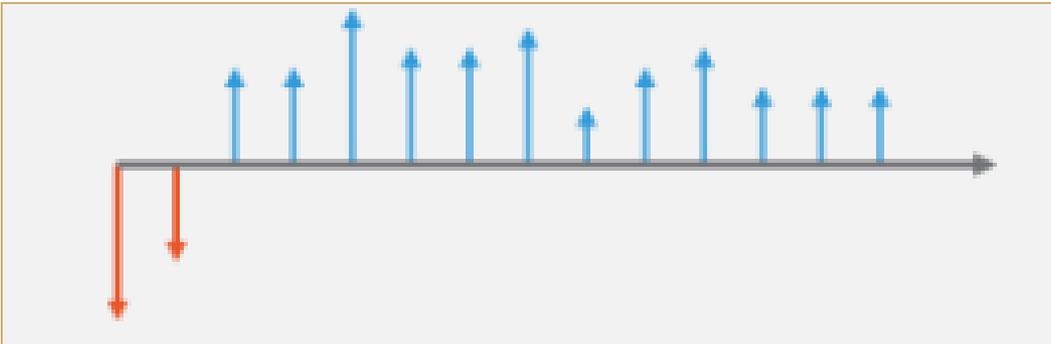
24

Múltiplas soluções em fluxos não convencionais

Múltiplas Soluções...

25

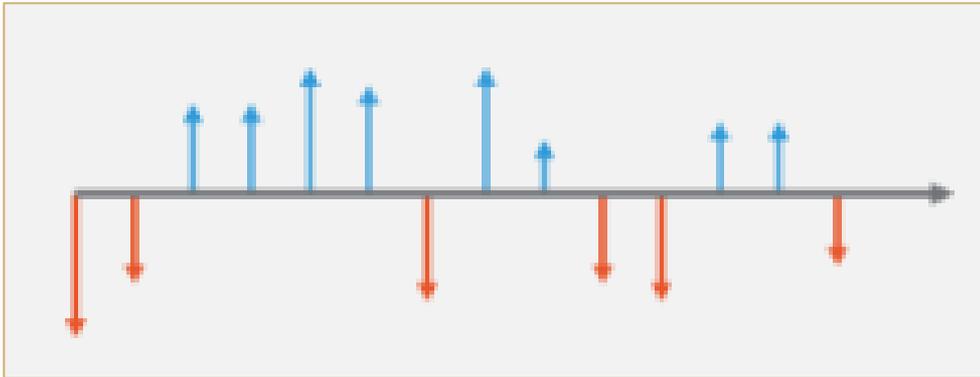
Fluxo Convencional: uma ou mais saídas de caixa seguido de várias entradas



Equação de grau n
TIR converge para o
mesmo valor

Múltiplas Soluções...

26



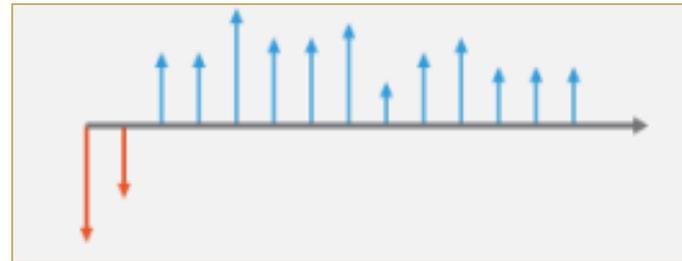
Posso ter mais de um TIR para o mesmo projeto

Fluxo Não Convencional: fluxos negativos e positivos alternados

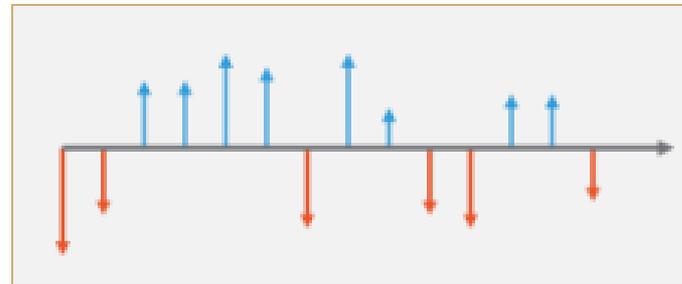
Múltiplas Soluções...

27

Fluxo Convencional:
sinais se modificam
apenas uma vez



Fluxo Não Convencional:
sinais se modificam mais
de uma vez nos fluxos
de caixa líquidos



Testes Múltiplos da i^*

28

Para definir se o valor de i^* **será único** ou se **serão múltiplos**

Executar dois testes

1. Regra de Sinais

Número de raízes reais \leq Número de mudança de sinal

Regra de Sinais

29

Tipos de Séries	1	2	3	4	5	6	Max i*
Não convencional	-	+	+	+	-	-	2
Não convencional	+	-	+	-	+	+	4
Convencional	-	+	+	+	+	+	1
Convencional	-	-	-	+	+	+	1
Convencional	+	+	+	-	-	-	1
Não Convencional	+	+	-	-	-	+	2

Testes Múltiplos da i^*

30

2. Teste de Sinal do Fluxo de Caixa Acumulado (Norstrom's Test)

Teste de Sinal do Fluxo de Caixa Acumulado

31

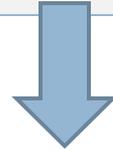
Se o valor do FCA < 0 e torna-se > 0 , há uma raiz real positiva

Os sinais se alteram 2 ou mais vezes
Taxas de Retorno Múltiplas

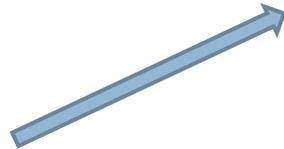
Testes Múltiplos da i^*

32

Com os resultados dos dois testes, define se o i^* será único ou se serão múltiplos

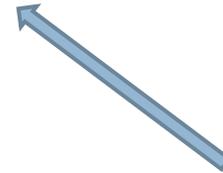


i^*s



Tentativa e Erro

ou



Excel

Exercício 14.3

33

A equipe de projeto e testes de engenharia da Honda realiza trabalhos sob contrato para fábricas de automóveis do mundo inteiro. Durante os últimos 3 anos, os fluxos de caixa líquidos dos pagamentos de contratos variaram amplamente, conforme é apresentado a seguir, principalmente devido à incapacidade de as grandes fábricas pagarem seus contratos

Ano	Fluxos de Caixa (\$1.000)
0	+ 2.000
1	-500
2	- 8.100
3	+ 6.800

- Determine o número máximo de valores i^* que podem satisfazer a relação TIR
- Escreva a relação TIR, baseada no VP, e aproxime os valores i^* esboçando o VP em relação a i , manualmente
- Calcule os valores de i^* usando Excel

Exercício 14.3

34

Regra de Sinais

Year	Cash Flow	
0	\$2,000	+
1	-\$500	-
2	-\$8,100	-
3	\$6,800	+

Exercício 14.3

35

Year	Cash Flow	
0	\$2,000	+
1	-\$500	-
2	-\$8,100	-
3	\$6,800	+

Resultado: 2 mudanças de sinais no fluxo de caixa

Portanto: no máximo 2 valores i^*

Teste é fraco e exige um novo teste

Exercício 14.3

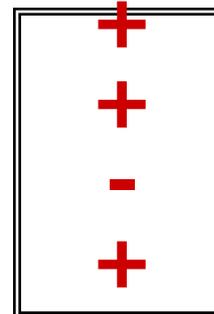
36

A sequencia de fluxos de caixa cumulativos se inicia com um número positivo (+2.000), e indica que **há mais de uma** raiz real positiva.

Portanto, pode haver até 2 i^* s

Ano	Fluxos de Caixa (\$1.000)	Num. da Sequencia	Fluxo de Caixa Cumulativo (\$1.000)
0	+ 2.000	S_0	+2.000
1	-500	S_1	+1.500
2	- 8.100	S_2	- 6.600
3	+ 6.800	S_3	+200

O FCA muda de sinal 2 vezes



Exercício 14.3

37

Encontre os dois valores de i^* e trace VP em relação a i

$i\%$	VP(\$1.000)
0	
5	
10	
20	
30	
40	
50	

Exercício 14.3

38

$$VP = 2.000 - 500(P/F; i; 1) - 8.100(P/F; i; 2) + 6.800(P/F; i; 3)$$

Encontrar os dois valores de i^* e trace VP em relação a i

$i\%$	VP(\$1.000)
0	+200
5	+51,44
10	-39,55
20	-106,13
30	-82,01
40	-11,83
50	+81,85

VP cruza o eixo em aproximadamente
 $i^*=8\%$ e $i^*=41\%$

Exercício 14.4

39

A equipe de projeto e testes de engenharia da Honda realiza trabalhos sob contrato para fábricas de automóveis do mundo inteiro. Durante os últimos 3 anos, os fluxos de caixa líquidos dos pagamentos de contratos variaram amplamente, conforme é apresentado a seguir, principalmente devido à incapacidade de as grandes fábricas pagarem seus contratos

Ano	Fluxos de Caixa (\$1.000)
0	+ 2.000
1	-500
2	- 8.100
3	+ 6.800

- Determine o número máximo de valores i^* que podem, satisfazer a relação TIR
- Escreva a relação TIR, baseada no VP, e aproxime os valores i^* esboçando o VP em relação a i , manualmente
- Calcule os valores de i^* usando Excel

Análise do Excel

40

Ano	Fluxo de Caixa
0	2.000
1	-500
2	-8.100
3	6.800
Soma	200

Foram encontrados 2 i^* s
{7.47%, 41.35%}

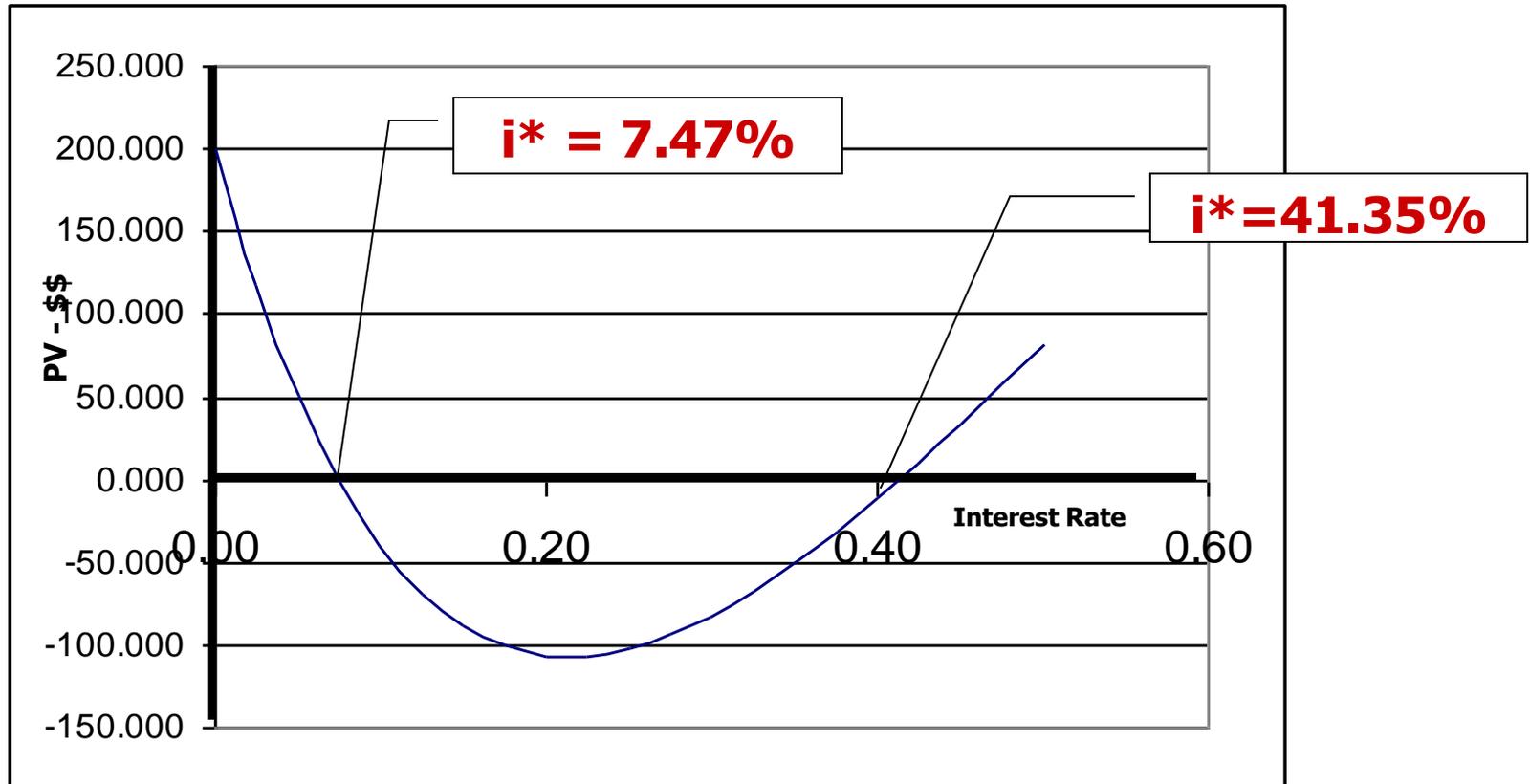
TIR	0%
Esperado	7,47%
TIR	
VPL	200
TIR	30%
Esperado	41,35%
TIR	

Primeiro i^* usando valor esperado de 0%

Segundo i^* usando valor esperado de 30%

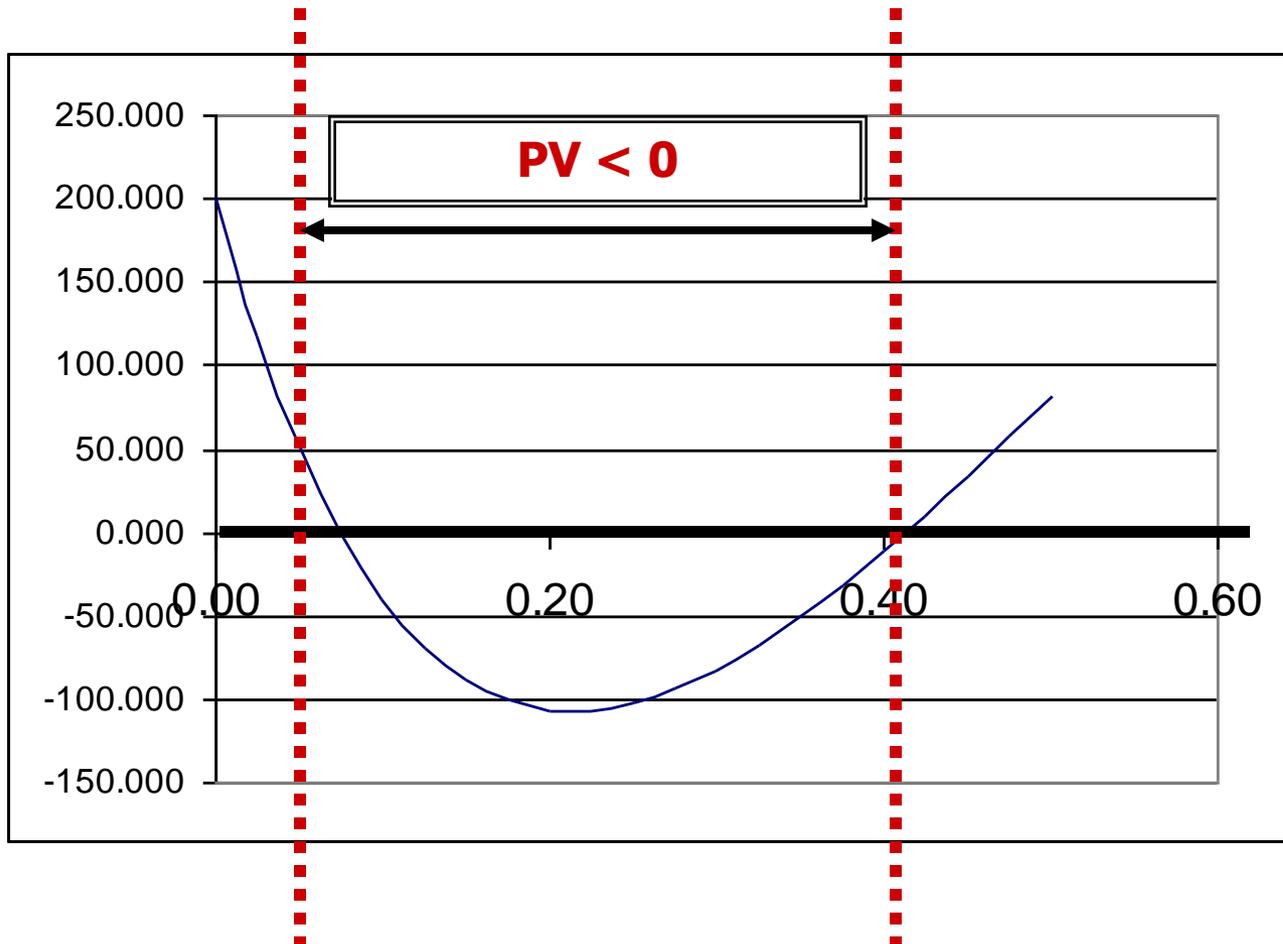
Exercício 14.3

41



Exercício 14.3

42



Se o TMA está entre os dois valores de i^* ,
rejeitar investimento

Saldo do Investimento

43

Examine o Investimento ou Saldos do Projeto a cada taxa i^*

$i^* = 7,47\%$	
Ano	Saldos do Projeto
0	2.000
1	1.649,36
2	-6.327,47
3	0

$i^* = 41,35\%$	
Ano	Saldos do Projeto
0	2.000
1	2.327,04
2	4.810,69
3	0

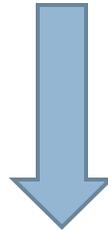
Os dois i^* s resultam em Saldo Final 0

Saldos diferentes

Taxa de Retorno Multiplas

44

Múltiplos i^* s.....



Propor nova abordagem...

Taxa Composta de Retorno

45

ROI (Retorno do Capital Investido) ou i'

1. Converte uma série não convencional em convencional (1 raiz)
2. Pressupõe que os recursos liberados durante um projeto são reinvestido a uma taxa "c".

Taxa Composta de Retorno i'

46

Quando existem Múltiplas TIRs, calcular Taxa Composta de Retorno i'

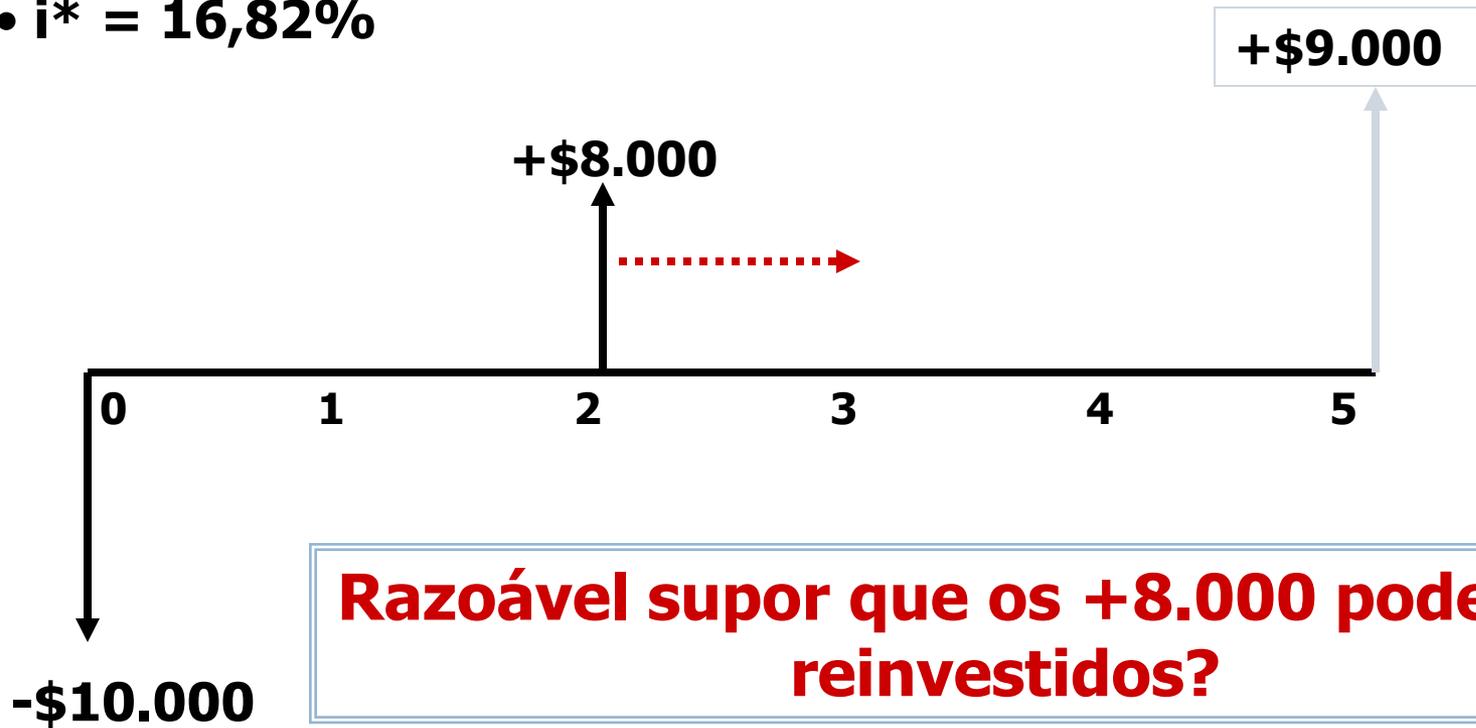
- i^* : Taxa Interna de Retorno
- c : Taxa Externa da Retorno ou Taxa de Reinvestimento

Taxa que a empresa pode reinvestir seus superávits por ao menos 1 período de tempo

Taxa Composta de Retorno

47

- $i^* = 16,82\%$



Taxa Composta de Retorno i'

48

$$i' : i^*/c$$

$i^*/c : i^*$ dado um valor de "c"

Qual é a TIR, dado que a taxa de reinvestimento é "c"?

Taxa Composta de Retorno

49

$$F_t = F_{t-1}(1+i) + C_t$$

n = total de anos do projeto

C_t = fluxo de caixa líquido no ano t

$$i = \begin{cases} c & \text{se } F_{t-1} > 0 \text{ (Investimento Líquido Positivo)} \\ i'' & \text{se } F_{t-1} < 0 \text{ (Investimento Líquido Negativo)} \end{cases}$$

Exercício 14.4

50

Ano	Fluxo de Caixa (\$)
0	50
1	-200
2	50
3	100

$c = \text{TMA (geralmente!)}$

$c = \text{TMA} = 15\%$

Exercício 14.5

51

Considerando a série de fluxos de caixa, calcule a taxa composta de retorno utilizando uma taxa de reinvestimento de 14% ao ano.

Ano	Fluxo de Caixa
0	3.000
1	-2.000
2	1.000
3	-6.000
4	3.800

Exercício 14.5

52

$$F_0 = 3000$$

$$F_0 > 0; \text{ use } c$$

$$F_1 = 3000(1 + 0.14) - 2000 = 1420$$

$$F_1 > 0; \text{ use } c$$

$$F_2 = 1420(1 + 0.14) + 1000 = 2618.80$$

$$F_2 > 0; \text{ use } c$$

$$F_3 = 2618.80(1 + 0.14) - 6000 = -3014.57$$

$$F_3 < 0; \text{ use } i'$$

$$F_4 = -3014.57(1 + i') + 3800$$

$F_4 = 0$ e resolve para i'

$$0 = -3014.57(1 + i') + 3800$$

$$i' = 26.1\%$$

Exercício 14.6

53

A equipe de projeto e testes de engenharia da Honda realiza trabalhos sob contrato para fábricas de automóveis do mundo inteiro. Durante os últimos 3 anos, os fluxos de caixa líquidos dos pagamentos de contratos variaram amplamente, conforme é apresentado a seguir, principalmente devido à incapacidade de as grandes fábricas pagarem seus contratos

Ano	Fluxos de Caixa (\$1.000)
0	+ 2.000
1	-500
2	- 8.100
3	+ 6.800

Calcule a taxa composta de retorno para a equipe de engenharia da Honda, considerando que a) a taxa de reinvestimento é de 7,47% e b) TMA corporativa de 20%.

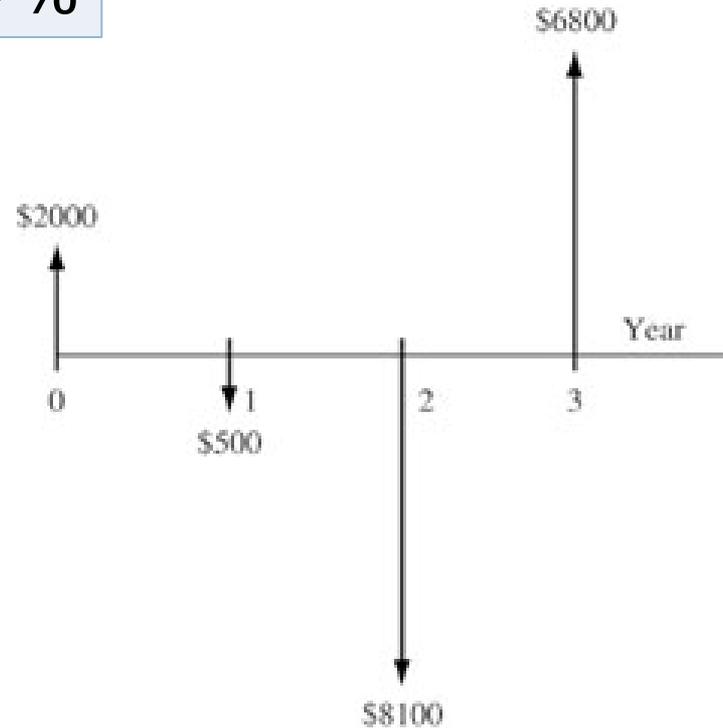
Exercício 14.6

54

Determinar i' para

$$c = 7,47\%$$

Ano	Fluxos de Caixa (\$1.000)
0	+ 2.000
1	-500
2	- 8.100
3	+ 6.800



Exercício 14.6

55

$F_0 = \$ + 2.000$, como $F_0 > 0$, utilize $c = 7,47\%$

$$F_1 = 2.000(1,0747) - 500 = 1.649,40$$

Como $F_1 > 0$, utilize $c = 7,47\%$ para determinar F_2

$$F_2 = 1.649,40(1,0747) - 8.100 = \$ - 6.327,39$$

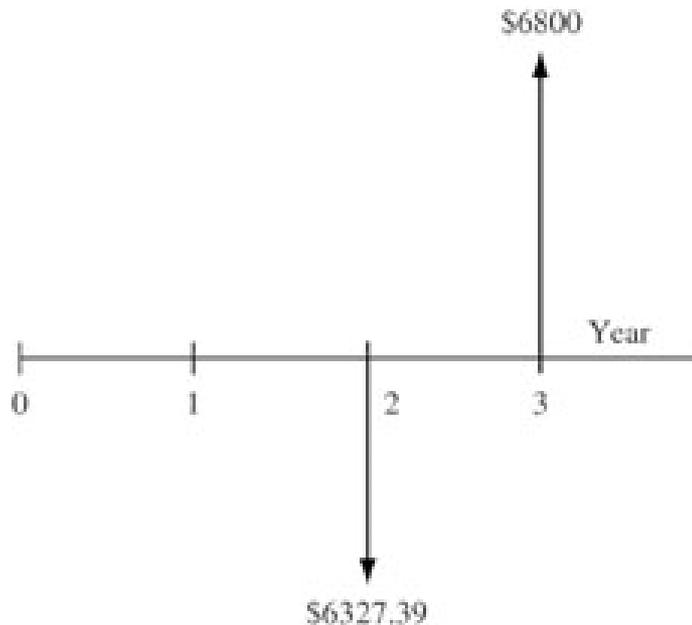
Como $F_2 < 0$, utilize i'' para exprimir F_3

$$F_3 = -6.327,39(1 + i) + 6.800$$

Exercício 14.6

56

Temos 2 i^* s: **7,47%** e **41,35%**



$$-6.327,39(1 + i'') + 6.800 = 0$$

$$i'' = 7,47\%$$

$$i' = c = i^* = 7,47\%$$

$$\text{TMA} = 20\%?$$

$$c = \text{TMA}$$

57

$$F_0 = 2.000$$

$$F_1 = 2.000(1,20) - 500 = \$1.900$$

$$F_2 = 1.900(1,20) - 8.100 = \$ - 5.820$$

$$F_3 = -5820(1 + i'') + 6.800$$

$$F_3 = 0$$

$$1 + i'' = \frac{6.800}{5.820} = 1,1684 = 16,84\%$$

Valor Único TIR=TCR

$$i' : i^*/c$$

58

- dado $c = 20\%$, $i' = 16.84\%$
- Se TMA = 20% e $i' = 16.84\%$, rejeitar investimento

i' reduz problemas a uma solução única

Resumo

59

Taxa Composta de Retorno

Quando existem múltiplos i^* s:

1. Escolha um dos i^* s

ou

2. Calcule a Taxa Composta de Retorno i''

Dê preferência aos outros métodos de avaliação como
VP ou VA

Conclusão

60

Dar preferência aos Métodos VP e VA ao invés da TIR

Quando usar a i^* (TIR)?

Calcular i^* (TIR) somente para VP ou VA positivos

Projeto com $VP < 0$, não calcular i^* (descartar)

Projeto com $VP > 0$, calcular i^*

Exercício 14.7

61

Uma empresa que produz discos de embreagem para carros de corrida teve os fluxos de caixa apresentados a seguir, em um dos seus departamentos. Calcule a) a taxa interna de retorno b) a taxa composta de retorno utilizando uma taxa de reinvestimento de 15% ao ano.
R. a) 28,6% a.a. b) 26,6% a.a.

Ano	Fluxo de Caixa (\$1000)
0	-65
1	30
2	84
3	-10
4	-12

Exercício 14.8

62

Determine a taxa composta de retorno, para os fluxos de caixa da tabela abaixo, considerando que a taxa de reinvestimento é a própria TMA de 15% ao ano. O projeto se justifica? R. $i' = 21,24\%$, como $i' > TMA$, projeto se justifica.

Ano	Fluxo de Caixa Líquido	Fluxo de Caixa Cumulativo	Ano	Fluxo de Caixa Líquido	Fluxo de Caixa Cumulativo
0	0	0	6	500	-350
1	200	200	7	400	50
2	100	300	8	300	350
3	50	350	9	200	550
4	-1.800	-1.450	10	100	650
5	600	-850			