

Mecânica Quântica [10]

Spin

Exercício 01

Quais são as relações de comutação entre os operadores de projeção do spin?

Exercício 02

Defina as matrizes de Pauli. Em seguida, considerando \mathbf{a} um vetor em três dimensões, prove que:

$$(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{a})(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + i\boldsymbol{\sigma} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})$$

Exercício 03

Ache os autovalores e autovetores de:

$$\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

Suponha que um elétron se encontre no estado de spin:

$$\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

Se S_y for medido, qual a probabilidade que o resultado seja $\frac{\hbar}{2}$?

Exercício 04

Ache, por construção explícita e usando as matrizes de Pauli, os autovalores do Hamiltoniano:

$$H = -\frac{2\mu}{\hbar} \mathbf{S} \cdot \mathbf{B}$$

Para uma partícula de spin $\frac{1}{2}$ na presença de um campo magnético:

$$\mathbf{B} = B_x \hat{x} + B_y \hat{y} + B_z \hat{z}$$

Exercício 05

Considere uma partícula de spin 1. Calcule o elemento de matriz de:

$$S_z(S_z + \hbar)(S_z - \hbar) \quad e \quad S_x(S_x + \hbar)(S_x - \hbar)$$

Exercício 06

O hamiltoniano dependente de spin de um sistema elétron-pósitron na presença de um campo magnético uniforme na direção z pode ser escrito como:

$$H = A\mathbf{S}^{(e-)} \cdot \mathbf{S}^{(e+)} + \left(\frac{eB}{mc}\right) (S_z^{(e-)} - S_z^{(e+)})$$

Suponha que a função de spin do sistema é dada por:

$$\chi_+^{(e-)} \chi_-^{(e+)}$$

- Seria esta uma autofunção de H no limite $A \rightarrow 0$, $eB/mc \neq 0$? Em caso afirmativo, qual o autovalor de energia? Caso contrário, qual o valor esperado de H ?
- Resolva o mesmo problema quando $eB/mc \rightarrow 0$, $A \neq 0$.