

EAE0203 - Microeconomia I

Lista 7

Prof.: Ariaster Baumgratz Chimeli

1. **(Exercício 10.1 do Nicholson Ed. 10)**

Em um artigo famoso [J. Viner, "Cost Curves and Supply Curves," *Zeitschrift fur Nationalökonomie* 3 (Setembro 1931): 23-46], Viner criticou seu desenhista que não conseguia desenhar uma família de curvas de Custo Médio de Curto prazo (SAC em inglês) das quais os pontos de tangência com a curva de Custo Médio (AC do inglês) em formato de "U" eram também os pontos de mínimo de cada uma das curvas SAC. O desenhista protestou dizendo que esse desenho era impossível de se fazer. Quem você apoiaria neste debate?

2. **(Exercício 10.3 do Nicholson Ed. 10)**

Professor Smith e Professor Jones irão produzir um novo livro texto de nível introdutório. Como verdadeiros cientistas, eles descreveram a função de produção do livro como

$$q = S^{1/2} J^{1/2},$$

onde q = número de páginas no livro finalizado, S = número de horas trabalhadas por Smith e J = número de horas trabalhadas por Jones.

Smith valora seu trabalho a \$3 por hora trabalhada. Ele gastou 900 horas preparando o rascunho inicial. Jones, que valora seu trabalho a \$12 por hora trabalhada, irá revisar o rascunho de Smith para completar o livro.

- (a) Quantas horas Jones terá trabalhar para produzir um livro finalizado de 150 páginas? E de 300? E de 450?
- (b) Qual é o custo marginal da página 150 do livro finalizado? E da 300? E da 450?

3. **(Exercício 10.5 do Nicholson Ed.10)**

Uma firma produzindo tacos de hóquei possui uma função de produção dada por

$$q = 2\sqrt{k.l}.$$

No curto prazo, a quantidade de capital da firma é fixa em $k = 100$. A taxa de aluguel para k é $v = \$1$, e o salário por l é $w = \$4$.

- (a) Calcule a curva de custo total de curto prazo da firma. Calcule a curva de custo médio de curto prazo.
- (b) Qual é a função de custo marginal de curto prazo da firma? Quais são as curvas de custo total, médio e marginal de curto prazo (respectivamente, SC , SAC e SMC em inglês) da firma se ela produz 25 tacos de hóquei? Cinquenta tacos de hóquei? Cem tacos de hóquei? Duzentos tacos de hóquei?
- (c) Desenhe o gráfico das curvas SAC e SMC . Indique os pontos encontrados no item (b).
- (d) Onde a curva SMC intercepta a curva SAC ? Explique porque a curva SMC sempre irá interceptar a curva SAC em seu ponto mais baixo.
Suponha que o capital utilizado para produção de tacos de hóquei está fixo em \bar{k} no curto prazo.

- (e) Calcule a função de custo total da firma em função de q , w , v e \bar{k} .
- (f) Dados q , w e v , como o estoque de capital deveria ser escolhido a fim de se minimizar os custos totais?
- (g) Use o resultado do item (f) para calcular o custo total de longo prazo para a produção de tacos de hóquei.
- (h) Para $w = \$4$, $v = \$1$, desenhe o gráfico da curva de custo total de longo prazo da produção de tacos de hóquei. Mostre que isto é um envelope para as curvas de curto prazo calculadas no item (a) ao examinar os valores de \bar{k} de 100, 200 e 400.

4. **(Exercício 10.6 do Nicholson)**

Um empresário empreendedor compra duas firmas para produzir aparelhos. Cada uma das firmas produz produtos idênticos, e cada uma possui uma função de produção dada por

$$q = \sqrt{k_i l_i}, \quad i = 1, 2.$$

As firmas diferem, entretanto, na quantidade de capital que cada uma possui. Em particular, a firma 1 possui $k_1 = 25$ sendo que a firma 2 possui $k_2 = 100$. A taxa de aluguel por k e l são dadas por $w = v = \$1$.

- (a) Se o empresário deseja minimizar o custo total de curto prazo na produção de aparelhos, como a produção deveria ser dividida entre as duas firmas?
- (b) Dado que essa alocação de produção é ótima entre as duas firmas, calcule as curvas de custo total, médio e marginal de curto prazo. Qual é o custo marginal do centésimo aparelho? E do 125? E do 200?
- (c) Como o empresário deveria dividir a produção dos aparelhos entre as duas firmas no longo prazo? Calcule as curvas de custo total, médio e marginal de longo prazo da produção de aparelhos?
- (d) Como sua resposta do item (c) mudaria se ambas firmas exibissem retornos decrescentes a escala?

5. **(Exercício 10.8 do Nicholson)**

Suponha que a função de custo total de uma firma é dado por

$$C = q(v + 2\sqrt{vw} + w).$$

- (a) Use o lema de Shephard para calcular a função de demanda de produção constante para cada um dos insumos, k e l .
- (b) Use o resultado obtido no item (a) para calcular a função de produção subjacente de q .
- (c) Você pode conferir os resultados ao utilizar os resultados do Exemplo 10.2 para mostrar que a função custo da forma CES com $\sigma = 0.5$, $\rho = -1$ gera essa função de custo total.

6. **(Exercício 10.9 do Nicholson Ed. 10) Generalizando a função de custo CES**

A função de produção CES pode ser generalizada para permitir pesar os insumos. No caso de dois insumos, essa função é

$$q = f(k, l) = [(ak)^\rho + (bl)^\rho]^{\gamma/\rho}.$$

- (a) Qual é a função de custo total para uma firma com essa função de produção? *Dica:* Você pode, é claro, resolver isto a partir do nada; é, talvez, mais fácil utilizar o resultado do Exemplo 10.2 e imaginar o preço de uma unidade de capital colocado nessa função de produção é v/a e por uma unidade de trabalho é w/b .
- (b) Se $\gamma = 1$ e $a + b = 1$, pode ser mostrado que essa função de produção converge para uma Cobb-Douglas $1 = k^a l^b$ quando $\rho \rightarrow 0$. Qual é a função de custo total para essa versão particular da função CES?

- (c) A proporção de custo relativo de trabalho para uma função de produção de 2 insumos é dado por wl/vk . Mostre que essa proporção é constante para a função Cobb-Douglas do item (b). Como a proporção do custo de trabalho é afetado pelos parâmetros a e b ?
- (d) Calcule a proporção de custo relativo de trabalho para a função CES generalizada apresentada acima. Como essa proporção é afetada por mudança em w/v ? Como a direção desse efeito é determinado pela elasticidade de substituição, σ ? Como é afetada pelo tamanho dos parâmetros a e b ?

7. (Exercício 10.10 do Nicholson Ed.10) Elasticidades da demanda por insumos

As elasticidades-preço da demanda contingente por trabalho e capital são definidas por

$$e_{l^c,w} = \frac{\partial l^c}{\partial w} \cdot \frac{w}{l^c}, \quad e_{k^c,v} = \frac{\partial k^c}{\partial v} \cdot \frac{v}{k^c}.$$

- (a) Calcule $e_{l^c,w}$ e $e_{k^c,v}$ para cada uma das funções custo mostradas no Exemplo 10.2.
- (b) Mostre que, em geral, $e_{l^c,w} + e_{l^c,v} = 0$.
- (c) Mostre que as derivadas cruzadas de preço da função demanda contingente são iguais—isto é, mostre que $\partial l^c / \partial v = \partial k^c / \partial w$. Use esse fato para mostrar que $s_l e_{l^c,v} = s_k e_{k^c,w}$, onde s_l , s_k são, respectivamente, a proporção de trabalho no custo total (wl/C) e de capital no custo total (vk/C).
- (d) Use os resultados dos itens (b) e (c) para mostrar que $s_l e_{l^c,w} + s_k e_{k^c,w} = 0$.
- (e) Interprete essas variadas relações de elasticidades em palavras e discuta sua relevância, em geral, para uma teoria geral de demanda por insumos.

8. (Exercício 10.12 do Nicholson Ed.10) A elasticidade de substituição de Allen

Muitos estudos empíricos sobre custos reportam uma definição alternativa da elasticidade de substituição entre insumos. Essa definição alternativa foi proposta inicialmente por R. G. D. Allen nos anos 1930 e depois esclarecido por H. Uzawa nos anos 1960. Essa definição baseia-se diretamente na elasticidade de substituição baseada na função de produção definida na nota de rodapé 6 do Capítulo 9: $A_{i,j} = C_{ij}C/C_iC_j$, onde os subscritos indicam a diferenciação parcial em relação aos vários preços dos insumos. Claramente, a definição de Allen é simétrica.

- (a) Mostre que $A_{i,j} = e_{x_i^c,w_j}/s_j$, onde s_j é a proporção do insumo j no custo total.
- (b) Mostre que a elasticidade de s_i em relação ao preço do insumo j está relacionado a elasticidade de Allen por $e_{s_i,p_j} = s_j(A_{i,j} - 1)$.
- (c) Mostre que, com apenas dois insumos, $A_{k,l} = 1$ para o caso Cobb-Douglas e $A_{k,l} = \sigma$ para o caso CES.
- (d) Leia Blackorby e Russell (1989: "Will the Real Elasticity of Substitution Please Stand Up?") para ver porque a definição de Morishima é preferida para maior parte dos propósitos.