Teoria dos Conjuntos: apontamentos

Paulo de Tarso Salles

CMU/ECA-USP, 2014.

Muitos estudos de análise de música pós-tonal adotam a teoria dos conjuntos como procedimento metodológico para a compreensão de certos procedimentos harmônicos. Apesar de concebida para a análise de música dodecafônica – onde se trabalha com conjuntos ordenados – a técnica pode ser empregada satisfatoriamente na análise de música tendo por base apenas o sistema de afinação temperada. E pode até mesmo ser usada na organização do material composicional, como ferramenta criativa.

A mera utilização de conjuntos de notas não garante a qualidade dos resultados da análise. É necessário compreender o funcionamento desse sistema analítico para entender como esses dados se processam de maneira significativamente musical. A teoria dos conjuntos oferece uma série de operadores que são uma alternativa lógica à ausência das hierarquias tradicionais do sistema tonal (fundamentado sobre as noções de tríade, campo harmônico, modulação, consonância e dissonância). Considerando que a noção de *intervalo* permaneceu importante para boa parte da produção musical do século XX, é importante conhecer e organizar as formas possíveis de combinação entre os intervalos.[1] A teoria dos conjuntos é um procedimento simples e eficaz para analisar essas combinações, ou ao menos para oferecer um esquema organizado delas.

De início são apresentadas as bases desse método: a numeração de 0 a 11 das notas da escala cromática e a equivalência entre as oitavas, gerando a noção de *classe de altura* [*pitch class*, ou *pc*], onde as notas são consideradas como entidades discretas dentro do conjunto da escala temperada (Dó = 0, Dó# = 1, ..., Si = 11). Como consequência, tem-se a noção das *classes de intervalos* [*interval classes*, ou *ic*] que representam os intervalos pela distância em semitons. Assim, uma 3ª Maior,

[1] Outra noção retida da teoria tradicional é a de *escala*, embora por vezes esse termo seja substituído por *coleção*. Na música da primeira metade do século XX, diversas escalas - além dos conhecidos modos Maior e menor - foram empregadas na organização harmônica de diversas obras significativas, tornando esse conceito uma consideração teórica importante. Assim como a noção de “modo” ou “escala”, em suas aplicações composicionais, não têm uma *ordenação* dos elementos como no serialismo), a noção de “conjunto” ou “coleção” se torna ainda mais precisa por prescindir da *hierarquia* ou *centralidade* típicas dos sistemas Tonal e Modal. Pode-se ainda optar por conjuntos *ordenados* ou *não-ordenados*.

classificação oriunda da teoria tonal, passa a ser considerada como uma classe de intervalo |4| (quatro semitons).

De modo a compreender as possibilidades mais finitas do universo cromático, os subconjuntos possíveis são reduzidos à sua *ordem normal* [*normal order*] ou em sua *forma primária* [*prime form*]. Assim é obtida uma representação numérica de quaisquer subconjuntos da escala cromática, dispostos em uma tabela ordenada que permite uma referência rápida. Considerando de tricordes a nonacordes, Forte estabeleceu uma tabela com 220 formas primárias, às quais atribuiu um número de classificação, o FN (*Forte number*).[2]

Cada forma primária é agrupada de acordo com seu número cardinal, ou seja, pela quantidade de elementos de cada conjunto. O conjunto 3-1 é a primeira forma (cromática) do cardinal 3, ou seja, contém as classes de altura 0,1,2. A forma normal expressa assim a menor relação intervalar possível entre os elementos de um conjunto, sendo encontrada por meio da ordenação e permutação desses elementos. Já a forma primária é encontrada quando uma forma normal é ajustada para que seu elemento inicial, à esquerda, seja o "0".

Uma boa forma de exercitar a compreensão sobre a numeração e ordenação dos conjuntos é tomar estruturas bem conhecidas como a escala diatônica (7-35) ou as tríades maior e menor (3-11) para uma avaliação de suas propriedades intervalares (WILLIAMS, 1997, pp. 168-178).

A terminologia empregada é tomada de empréstimo da matemática. Assim, um termo consagrado pela teoria musical como *som comum* será renomeado como *invariância*,[3] etc. As aludidas manipulações com os intervalos são chamadas de

[2] Cf. FORTE, 1973, pp. 179-181. A tabela de Forte é adotada aqui como referência. OLIVEIRA (1998) e STRAUS (2000) apresentam também versões expandidas, onde estão incluídas as transposições da forma primária. John Rahn, Larry Solomon e Dmitri Tymoczko utilizam algoritmos que resultam em coleções com 1, 2, 10 e 11 classes de altura, as quais também apresentam propriedades relevantes. O algoritmo de Rahn (1980) resulta em 6 classes de conjunto com forma primária diferente da de Forte: 5-20, 6-z29, 6-31, 7-20 e 8-26. Straus e Williams (1997) adotam o algoritmo de Rahn.

[3] STRAUS (2000) mantém a nomenclatura original, neste caso, tratando as invariâncias como *sons comuns* às coleções.

operadores, dos quais os principais são: transposição (T), inversão (I) e multiplicação (M).[4]

Uma vez expostas essas noções básicas, passa-se a abordar as operações possíveis entre os diversos conjuntos.[5]

COMPLEMENTARIDADE

Todo conjunto tem seu equivalente complementar. Por complementaridade entende-se a quantidade de classes de altura que completa o todo cromático. Um conjunto qualquer com sete classes de altura (septacorde) tem portanto como seu complemento um pentacorde. A numeração da tabela de Forte alinha os pares complementares, por exemplo: o septacorde 7-35 (coleção diatônica) é complementar ao pentacorde 5-35 (coleção pentatônica).

Nas séries dodecafônicas pode-se observar um consequência natural dessa propriedade: divididas em dois hexacordes (H1 e H2), vê-se que H2 é obrigatoriamente o complemento de H1. Os hexacordes podem estar relacionados por uma entre três possibilidades: transposição, inversão ou relação "Z". O conhecimento dessas relações é essencial para a exploração de potencialidades da série na geração de estruturas composicionais a partir do método dodecafônico.

TRANSPOSIÇÃO

Esta operação é análoga à noção de transposição da teoria musical tradicional, ou seja, por meio de um fator intervalar se eleva ou abaixa todo um agrupamento de notas. Se o tricorde "cromático" Dó-Dó#-Ré (012), FN 3-1, é transposto por 1 semitom (t=1), então temos: [1,2,3]; se t=5 o resultado será: [5,6,7]. Percebe-se que no primeiro caso (t=1) o conjunto resultante apresentou 2 invariâncias em relação ao original; no segundo caso (t=5) não houve invariâncias. De qualquer forma, ambos conjuntos

---

[4] O operador de multiplicação é apresentado em maiores detalhes por OLIVEIRA (1998, pp. 30-34). Destaca-se a transformação da escala cromática em ciclos de Quintas e de Quartas, através dos operadores M_7 e M_5, respectivamente. Os operadores de transposição e inversão são mais comumente investigados nos tratados de FORTE (1973), STRAUS (2000), WILLIAMS (1997) e do próprio OLIVEIRA.

[5] Doravante, os subconjuntos da escala cromática serão chamados de conjuntos, para serem tratados autonomamente e em relação a seus eventuais subconjuntos.

resultantes são versões transpostas de 3-1, denominadas T_1 e T_5. A versão inicial, por coincidir com a forma primária, é denominada T_0.

INVERSÃO

O conceito de inversão também é análogo ao da teoria musical tradicional. Como se opera em módulo 12, a soma das inversões sempre será 12. Esse mesmo critério estabelece o fator (ou eixo) de inversão. Frequentemente uma forma normal é encontrada em relação de inversão.

Se na representação dos conjuntos em forma primária o "0" está à esquerda, a forma normal de um conjunto em inversão posiciona o "0" à direita. Por exemplo, tome-se o tetracorde 4-3, cuja forma primária (T_0) é: (0134); sua inversão (T_0I) é: [8,9,11,0]. Comparando as tríades maior e menor, que correspondem ao tricorde 3-11 (037), pode-se verificar isso: T_0 [0,3,7] (tríade menor); T_0I [7,4,0] (tríade maior).

CONJUNTOS DE RELAÇÃO Z

As relações de complementaridade entre conjuntos se dão mediante os conceitos de transposição, inversão ou mesmo de inclusão. Mas há conjuntos complementares cuja única relação é dividir o mesmo vetor intervalar, sem apresentar quaisquer propriedades de transposição ou inversão, como por exemplo os tetracordes 4-z15 e 4-z29, cujo vetor é <111111>. Tal relação é chamada de *relação Z*, sem que haja um significado especial para o Z. Há um par de tetracordes, três pares de pentacordes e quinze pares de hexacordes sob essa relação (STRAUS, 2000, p. 79).

VETOR INTERVALAR

Como mencionado acima, o vetor intervalar é uma tabela que expressa todas as *classes de intervalo* (IC) presentes em um determinado conjunto. Tome-se o tricorde Dó-Ré-Mi (024), FN 3-6, por exemplo:

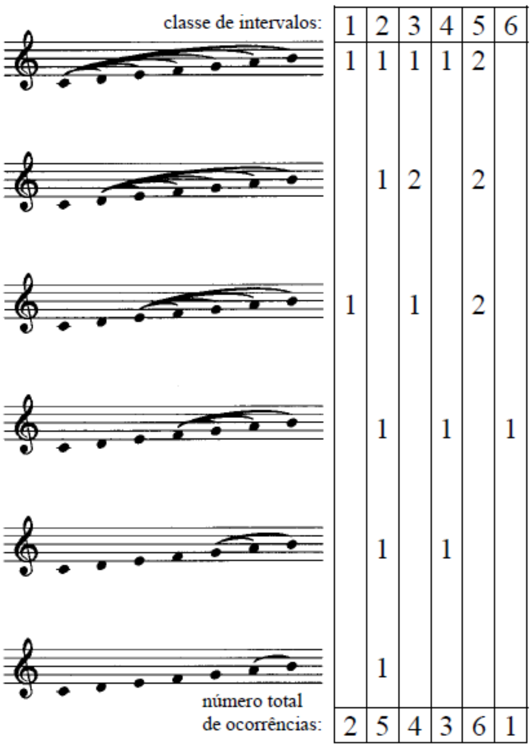
PC1	PC2	Intervalo	IC
0	2	-2 ou 10	2
0	4	-4 ou 8	4
2	4	-2 ou 10	2

Como somente as classes de intervalo contam, a averiguação irá fazer o censo das ICs entre 1 e 6, posto que os intervalos entre 7 e 12 são inversões. No exemplo dado, vimos que há duas IC 2 e uma IC 4, portanto o vetor intervalar do tricorde 3-6 é expresso da seguinte forma:

IC	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Ocorrências	0	2	0	1	0	0

Como não há ocorrência de intervalos de classes 1, 3, 5 e 6, essas são expressas com zeros, assim, o vetor de 3-6 é representado como: <020100>.

Straus (2000) demonstra o cálculo do vetor intervalar da coleção diatônica (7-35) por meio de um quadro:



Assim o vetor intervalar de 7-35 é: <254361>. Nota-se a predominância das quintas (IC5) com 6 ocorrências, denotando a estrutura dessa coleção. A classe de intervalo 6 (trítono) apresenta resultado diferente, pois o trítono é sua própria inversão.

7-35	**Forma normal**	**Transposição**
T_{11} (“dó maior”)	[11,0,2,4,5,7,9]	t=6; 11+6=17=5
T_5 (“fá# maior”)	[5,6,8,10,11,1,3]	

A transposição t=6 aplicada a 7-35 resulta em *duas* invariâncias, ou seja, o dobro do indicado na tabela de vetor intervalar para essa classe de intervalo.

CÁLCULO DAS INVARIÂNCIAS

Na música tonal as invariâncias (sons comuns) são significativas na ordenação das escalas maiores por meio do ciclo de quintas. Os chamados tons vizinhos são aqueles que apresentam seis sons comuns entre si, em um universo de sete. A intersecção entre dois tons vizinhos de quinta representa as invariâncias entre as duas escalas/tonalidades (Fig. 1). Esse dado é importante para a composição tonal, que baseia suas relações composicionais e articulações formais por meio das modulações reguladas pelo ciclo de quintas. A ideia de tom vizinho baseia-se na distância entre as transposições pelo ciclo das quintas, e da correspondência de modo (maior X menor), que pode ser vagamente associada à ideia de inversão (tom relativo).[6]

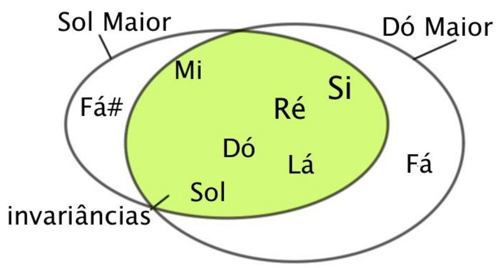


Fig. 1: Intersecção entre os conjuntos "Sol Maior" e "Dó Maior".

Para a música pós-tonal – incluindo o dodecafonismo – também são significativas as a ausência ou ocorrência de invariâncias (sons comuns) resultantes de transposição ou inversão. Isso pode determinar a homogeneidade ou heterogeneidade do conteúdo harmônico, por meio de maior ou menor contraste em relação às classes de altura. Na música dodecafônica isso é essencial para o estabelecimento de estratégias composicionais, desde a segmentação da série em hexacordes ou unidades menores (tetracordes, tricordes, díades).[7] O número de invariâncias pode ser calculado de duas formas, de acordo com o método ao qual o conjunto de classes de alturas for submetido, ou seja, por transposição e inversão.

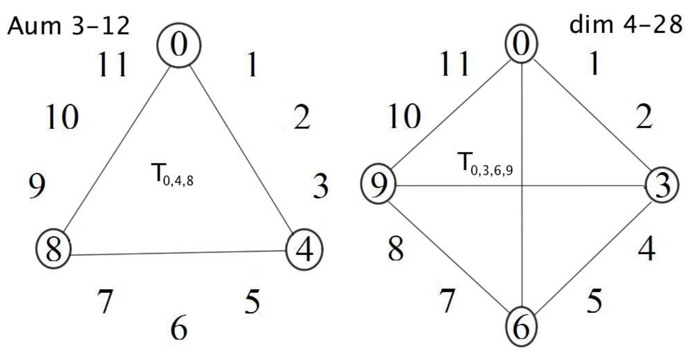
[6] A analogia é válida se lembrarmos que as tríades maior e menor são relacionadas entre si por inversão.

[7] Ver Babbitt (1960).

INVARIÂNCIAS POR TRANSPOSIÇÃO: SUBTRAÇÃO

O vetor intervalar informa facilmente as invariâncias obtidas por transposição. O tetracorde 4-27 (0258) por exemplo, tem vetor <012111>. Além de informar quanto às IC presentes, o vetor nos informa que, se transposto por 1 semitom não haverá invariância: T_1 = [1,3,6,9]. Já em T_2 temos uma invariância: T_2 = [2,4,7,10] e T_3 tem duas: [3,5,8,11]. Como a classe de intervalo 6 (o trítono) é a única cujo complementar é ela mesma (6+6=12), então nesse caso teremos duas invariâncias: T_6 = [6,8,11,2].

Quando a transposição resulta em *invariância total*, então significa que a *subtração* entre os componentes de um conjunto é da mesma ordem, o que resulta em eixo(s) de simetria. Por exemplo o tricorde aumentado (048): 8-4=4-0=0-8. Seu vetor intervalar é <000300>, indicando que IC4 resulta em 3 invariâncias.

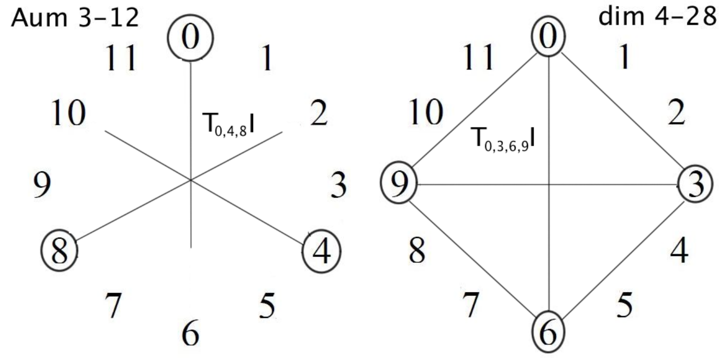


Aum. (3-12)	0-0=0	0-4=-4=8	0-8=-8=4	4-8=-4=8		
Dim. (4-28)	0-3=-3=9	0-6=-6=6	0-9=-9=3	3-6=-3=9	3-9=-6=6	6-9=-3=9

Fig. 2: eixo de simetria por transposição (subtração) na tríade aumentada e na tétrade diminuta.

INVARIÂNCIAS POR INVERSÃO: SOMA

O cálculo das invariâncias obtidas por inversão é feito por meio da *soma* dos componentes do conjunto. Se houver combinação por pares de elementos cuja soma resulte em *eixos de simetria*, há *invariância completa*. Ou seja, se o conjunto for simétrico, então há um fator de transposição associado à inversão que resulta em invariância total. É o que ocorre por exemplo com as tríades aumentadas (FN 3-12) ou tétrades diminutas (FN 4-28). Esses conjuntos resultam em invariâncias tanto por transposição quanto por inversão. A representação no "mostrador de relógio" (*clockface*) demonstra rapidamente a ocorrência dos eixos de simetria e sua consequente invariância total.



Aum. (3-12)	0+0=0	0+4=4	0+8=8	4+8=0		
Dim. (4-28)	0+3=3	0+6=6	0+9=9	3+6=9	3+9=0	6+9=3

Fig. 3: eixo de simetria por inversão (soma) na tríade aumentada e na tétrade diminuta.

A simetria fica expressa porque a soma dos elementos resulta nos próprios elementos constituintes dos conjuntos. Quando não há eixo simétrico, pode-se deduzir a *invariância máxima* obtida pela maior resultante decorrente da soma de pares.[8]

Straus (2000, p. 76) apresenta uma tabela de adição para facilitar o cálculo das invariâncias sob inversão. No exemplo o tetracorde 4-23 (0257) é posicionado na horizontal e na vertical de modo que o cruzamento entre essas coordenadas irá somar todos os componentes do conjunto entre si. Como a classe de altura 7 ocorre quatro vezes, então são quatro as invariâncias em T_7I; a classe de altura 10 ocorre apenas uma vez, portanto em $T_{10}I$ o conjunto 4-23 apresenta apenas uma invariância, [3,5,8,10].

	0	**2**	**5**	**7**
0	0	2	5	7
2	2	4	7	9
5	5	7	10	0
7	7	9	0	2

Por exemplo, se tomarmos o tetracorde 4-27 (0258) podemos apreciar a operação de inversão sem resultar em invariância completa:

	0	**2**	**5**	**8**
0	0	2	5	8
2	2	4	7	10
5	5	7	10	1
8	8	10	1	4

Nesse caso temos que se destacam com $T_{10}I$ ocorrem três invariâncias.

Conjunto original	Inversão	Transposição	Conjunto resultante	Total de invariâncias
0,2,5,8	0,10,7,4	t=10: 10,8,5,2	[2,5,8,10]	3

[8] Ver Forte, 1973, pp. 38-46.

O tetracorde 4-27 em forma primária (0258) corresponde à tétrade tonal “ré meio-diminuto”, enquanto sua inversão com invariância máxima (3 notas no caso) corresponde ao acorde de “sib com sétima menor” (dominante com sétima).

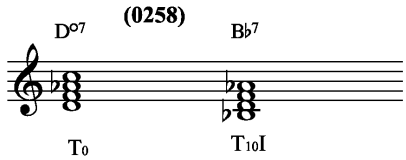


Fig. 4: duas versões com invariância máxima do tetracorde 4-27.

Richard Wagner explorou parcialmente as invariâncias (apenas duas das três possíveis) entre acordes do mesmo tipo no início do prelúdio de *Tristão e Isolda*, passagem conhecida como “acorde de Tristão”.

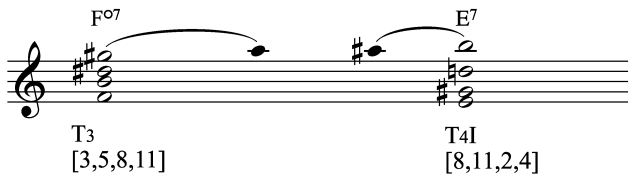


Fig. 5: Início do *Prelúdio* de *Tristão e Isolda*.

Alguns conjuntos apresentam diferenças significativas quanto às invariâncias obtidas (ou ausentes) por transposição e por inversão mais transposição. Forte observa que o vetor de 4-z29 (0137) é <111111>, ou seja, qualquer valor de t resultaria em uma invariância por transposição. Mas a inversão desse conjunto – 0,11,9,5 – ao ser transposta por um valor não encontrado nas somas dos elementos do conjunto original (por exemplo, t=5) resulta em não-invariância completa: T_5I = [10,2,4,5].[9]

Há casos em que a operação de inversão pode resultar em número maior de invariâncias que a transposição simples, como no conjunto 4-4 (FORTE,1973, p. 42).

4-4 (0125) <211110>					
Inversão: 0,11,10,7		**0**	**1**	**2**	**5**
t=2: 2,1,0,9	**0**	0	1	2	5
T_2I: [9,0,1,2]	**1**	1	2	3	6
	2	2	3	4	7
	5	5	6	7	10
Invariâncias	3, número maior que o valor obtido por transposição (comparar com o vetor intervalar).				

[9] FORTE (1973, p. 40) remete a um exemplo dado à p. 10 (trecho de *The Unanswered Question*), onde duas versões de 4-z29: T_2I [7,11,1,2] e T_9 [9,10,0,4] não apresentam invariância.

MULTIPLICAÇÃO

Operador não discutido por Forte nem por Straus, a multiplicação merece maior atenção por parte de Oliveira (1998). A aplicação do operador *multiplicação* sobre as classes de altura da escala diatônica (conjunto 7-35, segundo a numeração de FORTE, 1973) resulta em algumas entidades harmônicas significativas para a música do Ocidente. Neste caso, os índices de multiplicação (M_1, M_2, etc.) se organizam simetricamente em torno do trítono (M_6), indo da escala diatônica até os dois septacordes cromáticos complementares.[10]

Conjuntos (*sets*)	**Número de FORTE (FN)**	**Classes de altura (*pitch classes*)**						
M1: escala diatônica	7-35	0	1	3	5	6	8	10
M2: tons inteiros	6-35	0	2	6	10	0	4	8
M3: tétrade diminuta	4-28	0	3	9	3	6	0	6
M4: tríade aumentada	3-12	0	4	0	8	0	8	4
M5: escala cromática: heptacorde 1	7-1	0	5	3	1	6	4	2
M6: trítono		0	6	6	6	0	0	0
M7: escala cromática: heptacorde 2	7-10	0	7	9	11	6	8	10
M_8: tríade aumentada	3-12	0	8	0	4	0	4	8
M_9: tétrade diminuta	4-28	0	9	3	9	6	0	6
M_{10}: tons inteiros	6-35	0	10	8	2	0	8	4
M_{11}: escala diatônica (inversão)	7-35	0	11	9	7	6	4	2

Tabela 1: Mapeamentos do operador M (multiplicação) sobre a coleção diatônica (7-35).

O operador M_{11} é um operador de inversão, de acordo com a delimitação do universo cromático em módulo 12 (OLIVEIRA, 1998, p. 31). Vê-se assim que a escala diatônica é mapeada para si própria em um conjunto invertido de classes de altura, ao ser multiplicada por esse fator. A escala diatônica é uma entidade harmônica simétrica, se observarmos a constituição de seus tetracordes: [0,1,3,5] e [5,6,8,10], cujas distâncias intervalares têm o mesmo padrão: 1-2-2.[11] A simetria resultante dos fatores de multiplicação acima apenas reproduz e amplifica a simetria inicial latente da própria escala. Da mesma forma, as entidades harmônicas resultantes (escala de tons inteiros, acordes diminuto e aumentado, trítono e escala cromática) são estruturas com simetria interna.

[10] Complementares no sentido em que ambos septacordes se complementam para formar a escala cromática. O septacorde 7-1 tem papel importante no início da *Sonata para dois pianos e percussão* de Bartók (STRAUS, 1990, pp. 104-105).

[11] FORTE (1973) chama essa maneira de categoriza a disposição intervalar de *padrão intervalar básico*, ou *bip* (*basic interval pattern*).

SUBCONJUNTOS

As operações com subconjuntos são importantes para o estabelecimento de relações entre conjuntos aparentemente disparatados. No prelúdio *La Cathédrale engloutie* (Livro I, nº 10), Debussy explora a interação entre conjuntos de tricordes, tetracordes, pentacordes, hexacordes e septacordes por meio desse tipo de relação (Tabela 2).

Conjunto	Forma normal	Compasso
5-35	[7,9,11,2,4]	1-2
7-35	[11,0,2,4,5,7,9]	3-4
5-35	[7,9,11,2,4]	5-6
5-29	[8,10,1,3,4]	7-10
6-z25	[8,10,11,1,3,4]	11-13
7-35	[11,0,2,4,5,7,9]	14-15
5-35	[11,1,3,6,8]	16-18
6-32	[10,0,2,3,5,7]	19-21
4-23	[7,9,0,2]	22
7-35	[11,0,2,4,5,7,9]	23-32
7-35	[4,5,7,9,10,0,2]	33-37
7-35	[11,0,2,4,5,7,9]	38-41
4-22	[7,10,0,2]	42-43
4-16	[7,8,0,2]	44-45
5-29	[8,10,1,3,4]	46-54
5-29	[1,3,6,8,9]	55-62
4-27	[7,10,1,3] D#7 [5,8,1,11] C#7 [3,6,9,11] B7 [1,4,7,9] A7 [0,3,6,8] G#7	62-67
3-8	[6,8,0]	68-69
4-25	[0,2,6,8]	70-71
7-35	[11,0,2,4,5,7,9]	72-76
7-35	[4,5,7,9,10,0,2]	77-82
7-35	[11,0,2,4,5,7,9]	83
6-32	[7,9,11,0,2,4]	84-89

Tabela 2: ordenação dos conjuntos em La Cathédrale Engloutie *de Debussy.*

SIMILARIDADE

Outra propriedade associada à noção de complemento é a *similaridade*, a qual é observada tanto em classe de alturas (pc) como classe de intervalos (ic). A similaridade de classe de intervalos é mais significativa e pressupõem uma invariância máxima (4 vetores) que pode ser dos tipos R_1 ou R_2 (FORTE, 1973, pp. 46-60; 80-81).[12]

[12] Essa propriedade no entanto sequer é comentada por Straus (1990) ou Oliveira (1998), nem ocorre em outros textos do próprio Forte, dando a entender que essas relações são menos significativas.

SEGMENTAÇÃO

Ao empreender uma análise por meio da teoria dos conjuntos, é importante proceder segundo uma metodologia que resulte em uma segmentação eficaz dos conjuntos escolhidos. Certas estruturas convencionais tais como figurações rítmicas, segmentações naturais (trechos entrecortados por pausas ou unidos por ligadura de expressão, por exemplo), padrões de ostinato e acordes, podem ser designados como segmentos primários. Mas a música atonal não é estruturada apenas no nível mais obviamente superficial, por isso se considera outras possibilidades técnicas de gerar conjuntos, como a imbricação, ou seja, a "extração sistemática de subcomponentes de alguma configuração" (FORTE, 1973, pp. 83-84).[13] A técnica de imbricação gera assim uma interação entre segmentos primários que são chamados de segmentos compostos.

A maneira como Allen Forte procede em suas análises baseia-se na segmentação e classificação dos conjuntos. Os conjuntos são denominados segundo a tabela de cardinais e expressos em sua forma normal, entre colchetes, sendo os integrantes do conjunto separados por vírgulas. Por exemplo: 4-7: [8,9,0,1].[14] A forma primária é usada principalmente para demonstrar as operações, mas não (ou menos frequentemente) em demonstrações analíticas.

COMPLEXOS DE CONJUNTOS

Em artigo de 1964 e na segunda parte de *The Structure of Atonal Music* (1973), Forte desenvolveu a teoria dos *complexos de conjuntos* Kh, os quais envolvem as relações recíprocas de interação entre conjuntos e seus complementos. Relações mais simples, envolvendo inclusão parcial entre conjuntos e complementos, são chamadas

---

[13] A definição dada ao termo "imbricação" pelo *Dicionário Aurélio* é esclarecedora: "disposição que apresentam certos objetos quando se sobrepõem parcialmente uns aos outros, como as telhas de um telhado ou as escamas do peixe".

[14] Todavia não há consenso quanto a formatação da análise. Joseph Straus (1990) apresenta as coleções sem vírgulas e entre parênteses, adotando ainda as letras T e E para os números 10 e 11, respectivamente. Por exemplo: 6-35: (02468T). A tabela das classes de conjuntos fornecida por Straus (1990, pp. 180-183) baseia-se livremente na de Forte, alterando a ordem de apresentação dos pares complementares de conjuntos.

de K. A representação dos complexos é feita em função desse tipo de avaliação em seções ou mesmo movimentos inteiros de obras musicais, desvendando as relações de inclusão.

GENERA

A classificação dos conjuntos e subconjuntos pode ser feita por meio de "famílias" de *genus* formados segundo critérios de "espécies" de materiais musicais. Forte (1988) oferece uma classificação desse tipo, organizando o sistema temperado a partir de tricordes de diferentes espécies. Os tricordes formam a base desse sistema de classificação, seguidos sucessivamente por tetracordes, pentacordes e hexacordes. As demais formações cardinais são complementares, preservando as mesmas propriedades de seus complementos.[15]

A tipologia desenvolvida por Forte apresenta 12 tipos de *genus*, agrupados segundo seu grau de parentesco em *supragenus* (FORTE, 1988, p. 201).

	Genus	**Tipo**	**Progenitor**	**Contagem Tri/Tetra/Penta/Hexa**	**TOTAL**
SUPRA I	1	Atonal	3-5	1/9/24/29	63
	2	Tons-inteiros	3-8	1/9/24/30	64
	3	Diminuto	3-10	1/5/16/21	43
	4	Aumentado	3-12	1/2/8/9	20
SUPRA II	5	Croma	3-1	2/2/10/15	29
	6	Semicroma	3-2	2/3/16/24	45
	7	Croma-dia	3-2	2/3/15/25	45
SUPRA III	8	Atonal	3-3 e 3-4	2/3/15/21	41
	9	Atonal-atonal	3-3 e 3-11	2/3/15/21	41
	10	Atonal-atonal	3-4 e 3-11	2/3/15/21	41
SUPRA IV	11	Dia	3-7 e 3-9	2/2/10/15	29
	12	Dia-tonal	3-7 e 3-11	2/3/16/24	45

Tabela 3: genus e supragenus segundo a tipologia de Allen Forte.

Assim como em *The structure of atonal music*, Forte oferece uma relação completa dos conjuntos que integram cada *genus* e *supragenus* no apêndice do artigo (FORTE, 1988, pp. 264-266), possibilitando rápida referência.

[15] As proposições iniciais da Teoria dos Conjuntos (FORTE, 1973) são consideravelmente refinadas na apresentação dos *genera* (FORTE, 1988), conforme observa LATHAM (1997). Já em 1985, Forte anunciava uma etapa mais sofisticada, em relação à segmentação analítica da Teoria dos Conjuntos (LATHAM, 1997, § 11).

CADEIAS DE KLUMPENHOUWER (K-NETWORKS)

David Lewin e Henry Klumpenhouwer descobriram uma relação entre conjuntos denominada *K-networks* [*cadeias-K*], onde os operadores de transposição (T) e inversão (I) integram conjuntos de classes de altura diferentes, mas com significativa *isografia* entre si. As isografias são visíveis a partir das cadeias de relações intervalares formadas pelo cruzamento dos operadores T e I de cada conjunto (LEWIN, 1990, pp. 114-115):

> *Qualquer cadeia que utilize operações T ou I para interpretar inter-relações entre conjuntos de classes de alturas será chamada de Klumpenhouwer Network [Cadeia de Klumpenhouwer] (LEWIN, 1990, p.84).*

Nos esquemas abaixo (fig. 1) Lewin apresenta algumas cadeias-K feitas a partir do acorde inicial do Op. 19/6 de Schoenberg:

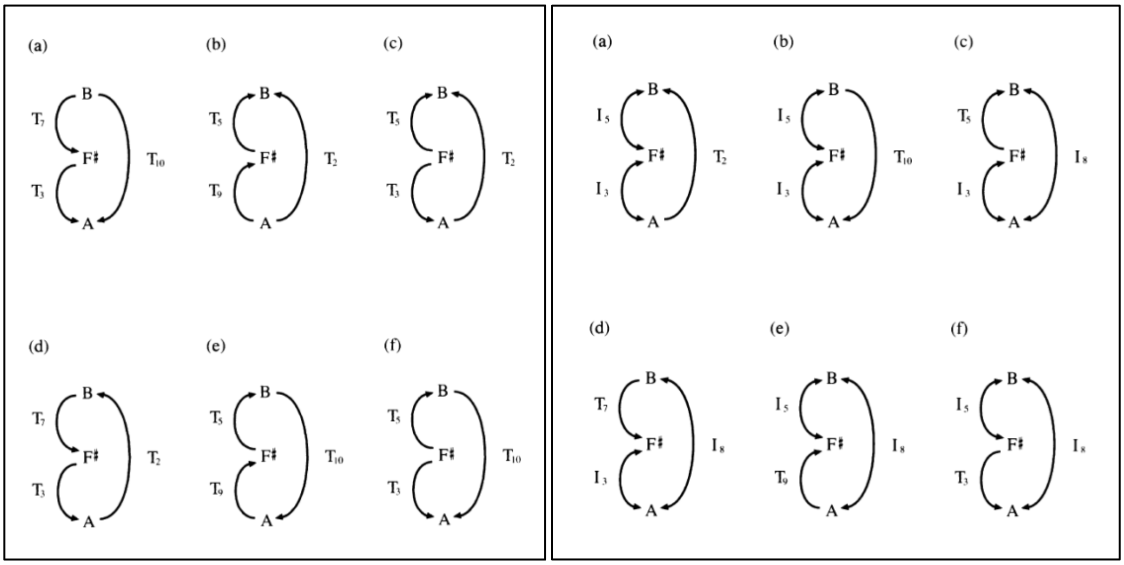


Fig. 1: duas ilustrações extraídas de LEWIN (1990, pp. 84-85): a primeira, à esquerda, mostra as relações de transposição em várias cadeias-K sobre o acorde inicial do Op. 19/6 de Schoenberg, por meio da permutação dos sentidos entre os integrantes; a segunda mostra o cruzamento dos operadores T e I, gerando outras cadeias-K.

Por meio do operador I, Klumpenhouwer tentou demonstrar que dois acordes de classes de altura diferentes (3-7 e 3-9), situados no início e no compasso 5 do Op. 19/6 de Schoenberg apresentam isografia, como é ilustrado pela fig. 2:

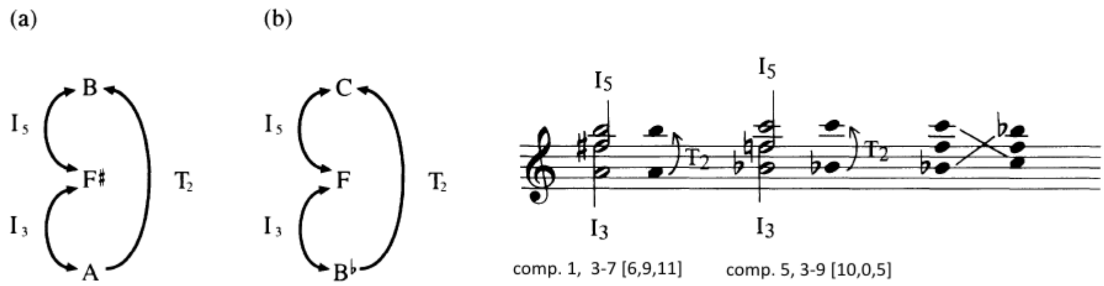


Fig. 2: relação entre dois conjuntos de classe de altura diferentes, observável segundo seus gráficos de Cadeia-K (LEWIN, 1990, p. 85).

Embora a aproximação e o gráfico oferecido por Lewin demonstrem a relação entre os dois acordes, essa relação se processa por meio de um "deslizamento" de semitons que é revelado pela inversão do acorde. No entanto não convence a "transformação isográfica" que classifica o intervalo entre Fá e Si♭ como I_3, com finalidade de equipará-lo a Fá♯-Lá.[16] As relações intervalares, nesse caso, não podem ser consideradas "idênticas". A visualização dessa identidade depende de outra etapa de transformação isográfica, conforme demonstra LAMBERT (2002, p. 165):

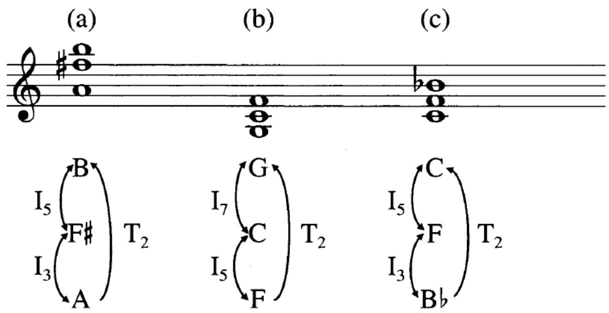


Fig. 3: demonstração da isografia nos acordes de Schoenberg, por LAMBERT (2002).

Vê-se então que a isografia ocorre em relação às diferenças entre I_7 e I_5 e I_5 e I_3 entre os acordes (a) e (b) da fig. 3. Para ser perfeitamente claro, o gráfico k-net da letra (c) deveria ser igual ao de (b).[17]

---

[16] A relação entre Fá e Si♭ é T_7 ou I_5. No texto em questão (LEWIN 1990) e mesmo em textos posteriores Lewin não esclarece essa paridade, que pressupõe uma etapa analítica intermediária, como veremos a seguir.

[17] Deduz-se que LAMBERT (2002) tenha pretendido oferecer esse esclarecimento sem enfatizar que havia um problema no gráfico feito por um musicólogo renomado como Lewin. Embora o gesto seja louvável e elegante em seu contexto acadêmico, por outro lado tornou confusa a questão.

*
* *

Apesar de certa resistência ao emprego da teoria dos conjuntos como ferramenta analítica – afinal isso implica na aquisição de uma série de novos códigos e sistemas notacionais – pode-se observar que a análise de obras pós-tonais a partir desses termos é expressa de maneira discreta e objetiva, principalmente quando se abandona uma nomenclatura híbrida entre os sistemas modal, tonal e suas variantes.[18] A própria noção de um *pandiatonalismo*[19] supõe que a ausência de uma hierarquia entre as coleções escalares requer uma nomenclatura que contemple essa concepção diferenciada do material harmônico.[20]

Referências bibliográficas

COOK, N. *A guide to musical analysis*. New York: Norton, 1987.

FORTE, A. A theory of set-complexes for music. In: *Journal of Music Theory*, v. 8, n. 2., 1964.

______ . *The structure of atonal music*. New Haven: Yale UP, 1973.

______ . Pitch-class set analysis today. In: *Music analysis*, v. 4, n. 1/2, pp. 29-58, 1985.

______ . Pitch-class set genera and the origin of the modern harmonic species. In: *Journal of Music Theory*, v. 32, n. 2, pp. 187-270, Fall 1988.

HAIMO, E. Atonality, Analysis, and the Intentional Fallacy. In: *Music Theory Spectrum* 18.2, pp. 167-199, Fall 1996.

LAMBERT, Phillip. Isographies and some Klumpenhouwer networks they involve. In: *Music Theory Spectrum*, v. 24, n. 2, pp. 165-95, 2002.

LATHAM, E. Review of Haimo's article "Atonality, Analysis, and the Intentional Fallacy". In: *Music Theory Online*, v. 3.2, 1997, disponível no endereço eletrônico: <http://mto.societymusictheory.org/issues/mto.97.3.2/mto.97.3.2.latham.html>.

LEWIN, D. Klumpenhouwer networks and some isographies that involve them. In: *Music Theory Spectrum*, v. 12, n. 1, pp. 83-120, 1990.

OLIVEIRA, J. P. Teoria analítica da música do século XX. Lisboa: Calouste Gulbekian,1998.

PERLE, George. *Twelve-tone tonality*. Los Angeles: University of California Press, 1996.

_____. Letter from George Perle. In: *Music Theory Spectrum*, v. 15, n. 2, pp. 300-3, 1993.

_____. Pitch-class set analysis: an evaluation. In: *Journal of Music Theory*, v. 8, n. 2, pp. 151-172, 1990.

RAHN, John. *Basic Atonal Theory*. New York: Longman, 1980.

SALLES, P.T. *Villa-Lobos: processos composicionais*. Campinas: Editora Unicamp, 2009.

STRAUS, J. *Introduction to post-tonal theory*. 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 2000.

TYMOCZKO, Dmitri. *A Geometry of Music*. Oxford: Oxford University Press, 2011.

WEYL, H. *Simetria* [1952]. São Paulo: Edusp, 1997.

WILLIAMS, K. *Theories and analyses of twentieth-century music*. Harbor Drive, Orlando (FL): Harcourt Brace, 1997.

[18] Apesar de bem aceita pela musicologia americana, a teoria de Forte recebeu críticas de peso, como em HAIMO (1996) e PERLE (1990).

[19] WILLIAMS (1997, pp. 185-186) observa que o *pandiatonalismo* ocorre quando "algumas passagens [...] claramente baseadas em uma coleção diatônica [...] permanecem com tonalidade ambígua porque nenhum grau da escala pode ser identificado como tônica".

[20] STRAUS (1990, pp. 89-93) discute a questão da terminologia adequada ao repertório atonal.