



Teoria da Educação Matemática (TEM): Uma introdução

Hans-Georg Steiner, Institut für Didaktik der Mathematik, Bielefeld

Complexidade, interrelações, uma visão sistémica

A Educação Matemática é um campo cujos domínios de referência e acção são caracterizados por uma *extrema complexidade*: o complexo fenómeno "Matemática", no seu desenvolvimento histórico e actual, e na sua interrelação com outras ciências, áreas de prática, tecnologia e cultura; a complexa estrutura do ensino e escolarização na nossa sociedade; as condições e factores altamente diferenciados no desenvolvimento individual, cognitivo e social do estudante, etc.

Em todas estas situações, a grande variedade dos diferentes grupos de indivíduos envolvidos em todo o processo, desempenha um papel importante e representa um outro factor específico da complexidade considerada.

Dentro do sistema global, evoluíram diversos *sub-sistemas*. Estes sub-sistemas nem sempre actuam suficientemente bem: em particular, falta-lhes, muitas vezes interconexão e cooperação mútuas. Relativamente a certos aspectos e tarefas, a Educação Matemática, como uma disciplina e um campo profissional, é um destes subsistemas. Por outro lado, é também o único campo científico relacionado com o sistema total.

Uma abordagem sistémica com as suas tarefas auto-referentes pode ser compreendida como um *meta-paradigma* organizativo para a Educação Matemática. Parece ser uma necessidade a fim, não só de lidar com a complexidade em geral, mas também porque o *carácter sistémico* se revela em todos os problemas particulares do campo. J. Kilpatrick descreveu a situação de forma análoga:

Devemos ter sempre em consideração na nossa investigação os múltiplos contextos nos quais ocorrem a aprendizagem e o pensamento. Um e outro estão incorporados nos sistemas interactivos da cognição do aluno, do tema em questão e do contexto social. Temos tido a tendência de nos concentrarmos *quanto muito* num destes sistemas e *negligenciado* as interações dentro do sistema, para não mencionar as interações entre os sistemas... Planear e conduzir estudos que possam tratar das complexidades destes *contextos múltiplos*, é talvez o maior desafio que enfrentamos (Kilpatrick, 1981, p. 24).

M. Otte, dando ênfase particular aos vários grupos sociais envolvidos, às suas acções e interações, sugeriu a seguinte caracterização da *Didáctica da Matemática* como um campo científico:

O problema central da Didáctica da Matemática, isto é, o seu objecto científico, é o sistema de relações, relacionado com o conteúdo e organizado de acordo, entre todos os parceiros que tomam parte na realização da Educação Matemática e sua integração nos contextos educacionais e sociais adicionalmente determinados pelo aspecto e tarefas de optimização (Otte, 1982, p. 7).

Diferentes perspectivas da Educação Matemática como uma ciência

Como reacção à extrema complexidade dos problemas da Educação Matemática, é frequente a opinião de que é impossível atacar estes problemas de forma científica e que, portanto, a Educação Matemática *nunca se tornará uma ciência* ou um campo com bases científicas. O seu campo é então deixado em aberto a perspectivas e crenças altamente subjectivas, a um pragmatismo limitado e a uma interpretação do ensino da Matemática como sendo sobretudo uma arte.

Uma outra reacção é a *redução sistemática da complexidade*, seleccionando e favorecendo um *aspecto especial*, como a análise de conteúdo, a construção de currículo, métodos de ensino, o desenvolvimento de capacidades nas crianças, interações na sala de aula, etc., tornando esta especificidade o centro determinante de todo o campo. Isto acontece frequentemente em ligação com a atribuição a uma das várias disciplinas referenciais, como a Matemática, a Epistemologia, a Pedagogia, a Psicologia, a Sociologia ou teorias e métodos seleccionados numa das disciplinas, de um papel preferencial e dominante para estabelecer as orientações básicas e os métodos de investigação em Educação

Matemática. Consequentemente, *entre os que pensam que a Educação Matemática como ciência é possível e existe*, encontra-se uma variedade de *definições diferentes*, por exemplo, o estudo das relações entre a Matemática, o indivíduo e a sociedade; a reconstrução da Matemática actual a um nível elementar; o desenvolvimento e avaliação de cursos matemáticos; o estudo do conhecimento matemático, seus tipos, representação e crescimento, o estudo do comportamento das crianças na aprendizagem da Matemática; o estudo e desenvolvimento das competências dos professores; o estudo da comunicação e interações na sala de aula, etc. Em conexão com estas e outras interpretações, a Educação Matemática é *diferentemente classificada* como: um campo especial da Matemática, um ramo especial da Epistemologia, uma ciência de Engenharia, um sub-domínio da Pedagogia ou Didáctica em geral, uma ciência social, uma ciência fronteira, uma ciência aplicada, uma ciência fundamental, etc.

Existe visivelmente a necessidade de uma *base teórica* que nos permita uma melhor compreensão e identificação das várias posições, aspectos e intenções que fundamentam as diferentes definições actuais da Educação Matemática, para analisar as relações entre estas posições e reuni-las numa *compreensão dialéctica* de todo o campo. Além de uma perspectiva sistémica, uma *filosofia complementarista* em conjunto com uma *teoria da actividade*, parecem fornecer instrumentos conceptuais adequados para enfrentar este problema.

A educação no seu caminho para a "ciência normal"?

Enquanto as considerações anteriores se referem a perspectivas muito globais, o debate actual sobre o status da Educação Matemática como uma ciência, centra-se mais em questões como o grau de aproximação da Educação Matemática à "*ciência normal*" no sentido de Kuhn, a *relação entre teoria e prática* e o problema da *interdisciplinaridade*. Na República Federal da Alemanha, o estabelecimento institucional da Didáctica da Matemática ocorreu basicamente entre 1960 e 1975, através de um aumento considerável do número de cadeiras nas Escolas de professores¹, totalizando mais de 100. Recentemente, a maior parte destas escolas foi integrada em universidades e a maioria das cadeiras foi integrada nos departamentos de Matemática. Como consequência, tem sido dito por colegas meus que, no que se refere à investigação, a Didáctica da Matemática está de momento numa situação em que tem de *acompanhar as ciências tradicionais*. Nos termos do *conceito*

khuniano de desenvolvimento de teoria (Kuhn, 1970), isto significa que a Educação Matemática, no campo da investigação, deve ser apreciada através de uma escala que vai das actividades pré-paradigmáticas, às ciências mono-paradigmáticas, passando pelas actividades multi-paradigmáticas. As primeiras tentativas, para analisar, por estes meios, a situação na Alemanha Ocidental, chegaram à conclusão que a Didáctica da Matemática atingiu o estado de uma ciência *multi-paradigmática* (ver Burscheid, 1983).

Com uma perspectiva mais internacional, Romberg refere-se a tendências para um "consenso de investigação em algumas áreas problemáticas da aprendizagem e do ensino da Matemática" e rumo a "uma 'ciência normal' em algumas investigações sobre a educação a Educação Matemática" (1981, 1983). No seu estádio 6 "via para a ciência normal", descreve a Educação Matemática como tendo atingido em parte o estádio 3, que caracteriza por "construção de modelos". É seguido de mais 3 estádios ainda não atingidos pela Educação Matemática: 4 — selecção do paradigma, 5 — ciência normal, 6 — revolução científica. Para Romberg,

o passo decisivo na sequência evolucionária do mito à tradição e à teoria, é a construção de modelos. O objectivo de construir um modelo é separar as várias asserções sobre um problema, de forma a elucidar as variáveis fundamentais e as relações entre elas. O passo crítico é passar das macro-asserções à *micro-análise* (1981, p. 34).

De acordo com Romberg, "o melhor exemplo de investigação que se aproxima de 'ciência normal' é o trabalho actual sobre a adição e a subtracção" no estudo da aprendizagem matemática das crianças (1983). Como outro exemplo, essencialmente localizado na investigação nos EUA, Romberg salienta os modelos tipo "o tempo na execução de tarefas"² tal como têm sido usados no Beginning Teacher Evaluation Study (BTES) e noutros projectos (1981).

É visível a *necessidade de mais e mais vasta investigação* sobre o status do desenvolvimento da teoria, a construção de modelos, o uso de paradigmas, etc., na Educação Matemática, tomando ainda em consideração diferentes desenvolvimentos, em países diferentes, e realizando estudos comparativos. Seria interessante, por exemplo, comparar a situação, digamos, entre os EUA e a França a este respeito (ver Vergnaud, 1983). Parece também necessário discutir os *instrumentos epistemológicos* por meio dos quais esses estudos têm sido e devem ser realizados. Sneed (1971) introduziu uma melhoria importante

na teoria de Kuhn, tornando claro que a *perspectiva declarativa* de teorias tem de ser abandonada em favor de uma combinação de um *núcleo teórico* com um conjunto relacionado de *aplicações que se têm em vista*. Esta interpretação pode não só ser transferida, com importantes implicações metodológicas, da Física para a Matemática, evidenciando, de uma forma nova e profunda, a natureza quase empírica da Matemática (ver Jahnke, 1978), como também parece ser útil para uma melhor conceptualização do papel das teorias e as suas *aplicações na Educação Matemática* (ver Bigalke, em publicação).

As tarefas integradoras da Educação Matemática: O seu papel como ciência numa universidade

As discussões na Alemanha Ocidental sobre a comparabilidade da Educação Matemática com as ciências estabelecidas e sobre o seu esperado desenvolvimento rumo à "ciência normal", levantou a questão sobre se tais objectivos seriam desejáveis para a Educação Matemática. Por um lado, os argumentos respectivos foram relacionados com o *papel que a Educação Matemática deve ter numa universidade* (ver Steiner, 1983). Aqui a resposta depende dos objectivos de que a universidade se reclama. Tradicionalmente, o *propósito de uma universidade* vai além de providenciar apenas uma sede para diversos tipos de investigação especializada. Uma das suas importantes tarefas tem sido sempre a *educação* e o *ensino*. Contudo, embora essas tarefas possam ainda prosseguir sob aspectos altamente especializados e relativamente isolados, como, de muitas maneiras hoje acontece — mesmo na formação de professores — um objectivo mais englobante de uma universidade dos nossos dias, seria *integrar o conhecimento* de diferentes disciplinas para um *entendimento compreensivo da realidade*. De facto, a universidade parece ser o único local na sociedade onde a *função múltipla das ciências como cultura, formação e reflexão*, pode ser realizada. Desta forma, o papel de uma ciência na sociedade e dentro de uma universidade não é descrito adequadamente apenas pelos seus objectivos como campo de investigação. Pelo menos no que respeita à situação na Alemanha Ocidental, as ciências, especialmente a Matemática, pelo modo como são estabelecidas e funcionam nas universidades, nem sempre satisfazem as expectativas referidas. Por outro lado, poder-se-á dizer que a Didáctica da Matemática tem desenvolvido uma sensibilidade considerável relativamente aos objectivos sociais atrás sublinhados. Seria portanto errado se a Didáctica da Matemática tentasse acompanhar as ciências estabe-

lecidas apenas na perspectiva da investigação especializada, em vez de demonstrar a sua capacidade sendo um exemplo e adoptando uma *função de ligação* entre a Matemática e a sociedade. Isto é possível e necessário, especialmente através da sua contribuição para a *elaboração e actualização das muitas dimensões negligenciadas da Matemática: a filosófica, a histórica, a humana, a social e* — abrangendo todas estas — *a dimensão didáctica*. Isto implica que Educação Matemática não deverá ser exclusivamente determinada pelo seu papel na formação de professores, devendo possuir uma função didáctica mais vasta como orientação, quer na investigação quer no ensino, ao nível dessa formação.

Micro e macro-modelos

Uma outra crítica da orientação predominante da Educação Matemática rumo à "ciência normal" tem a ver — como foi indicado no início — com a necessidade de uma *compreensão global* da interrelação entre os vários aspectos e contextos e, por conseguinte com a necessidade de um *quadro teórico*, ou *meta-paradigma*, que *combine selectividade e unidade* (Steiner, 1984a). Isto também já foi discutido no que diz respeito à *importância dos macro-modelos, quando comparados com os micro-modelos*. Apresentamos seguidamente a reacção de Richard Skemp às opiniões de Romberg:

Há um ou dois anos atrás, um proeminente educador matemático considerou que precisamos, não de um modelo global, mas de uma colecção de modelos relativamente específicos para situações específicas. Não partilho esta opinião. Penso que precisamos de micro e de macro-modelos ... Precisamos certamente de investigações deste tipo que conduzam a micro-modelos que dêem muitos pormenores sobre pequenas áreas da aprendizagem da Matemática ... No entanto, também precisamos de um macro-modelo no interior do qual todos estes micro-modelos eventualmente se ajustem e para o qual, em algum ponto particular, um destes micro-modelos garanta interioridade. Vejo duas formas complementares de isto se realizar. A primeira, é a criação de um macro-esquema que relacione de forma significativa os muitos aspectos da Educação Matemática: cognitiva, emocional, interpessoal e também os objectivos dos alunos, os objectivos dos professores, dos pais, dos contribuintes, empregados ... A segunda, é através da assimilação mútua destes micro-modelos ... Como contribuição para o sucesso de tudo isto, gostaria de explicitar o que considero como três requisitos, necessários mas não suficientes: os modelos serem do mesmo tipo; os investigadores terem objectivos idênticos; os investigadores encontrarem-se e discutirem (Skemp, 1983, p. 113).

Ter-se-á de investigar que exemplos temos de macro-modelos e que propósitos satisfazem, se tipos análogos e similaridade de objectivos são de facto condições necessárias quando se opõem a *formas dialécticas e complementaristas* de lidar com modelos aparentemente contraditórios e com posições controversas, e se os encontros e discussões entre investigadores apontam para a direcção indicada pela perspectiva sistémica referida no início deste artigo.

Teorias internas' e interdisciplinaridade

Kilpatrick, quando falou da "Investigação sobre Aprendizagem e Pensamento Matemático nos EUA", na conferência do PME de 1981, em Grenoble, não lamentou apenas uma falta de atenção evidente à teoria em muita investigação nos EUA na área a que se referia, como também criticou a grande *apropriação de teorias de outras disciplinas* e a falta do que ele denomina teorias "*internas*". Citando um artigo de D. Sanders (publicado no *Educational Researcher*, 10(3), 8-13, 1981), afirma:

Além disso, quando são utilizados construtos e contextos teóricos, estes não são desenvolvidos internamente — tal como acontece desde há muitos anos, eles são emprestados do exterior da Educação Matemática. Como Donald Sanders (1981) apontou: "[Temos] mais tendência para abordar a educação através de construtos enraizados na psicologia ou nas ciências sociais do que em teorias ou construtos que se ajustem aos fenómenos tal como surgem nos ambientes educacionais ... A investigação educacional enraizada nas teorias e paradigmas de disciplinas com que se relaciona, pode desenvolver essas disciplinas mas não desenvolve, necessariamente, o conhecimento científico do processo da educação" (Kilpatrick, 1981, p. 23).

Creio que haverá um *perigo de restrições inadequadas*, se se insistir no uso de teorias internas na Educação Matemática. A natureza do assunto e os seus problemas exigem *abordagens interdisciplinares*, e seria errado não fazer uma utilização significativa do conhecimento que outras disciplinas já produziram, sobre aspectos específicos desses problemas, ou da sua contribuição numa cooperação interdisciplinar. Na realidade, interdisciplinaridade não significa pedir de empréstimo teorias já feitas exteriormente e adaptá-las às condições da matemática escolar. Existem interrelações muito mais profundas entre as disciplinas.

Num Seminário OECD-CERI sobre interdisciplinaridade, decorrido em

Nice, em 1970 (ver OECD-CERI, 1972), Jean Piaget, na sua exposição sobre *A Epistemologia das Relações Interdisciplinares*, baseada na sua filosofia estruturalista, fez a seguinte análise breve:

uma estrutura (de uma ciência) vai para além da fronteira dos fenómenos. Apenas são observáveis as suas manifestações; como sistema, é apenas entendido pela dedução, portanto, por conexões não observáveis como tais... Na medida em que uma estrutura ultrapassa o observável, conduz a uma alteração profunda do nosso conceito de realidade... Já não temos de dividir a realidade em compartimentos estanques ou em meros estádios sobrepostos, correspondentes às fronteiras aparentes das nossas disciplinas científicas. Pelo contrário, somos levados a procurar interações e mecanismos comuns. A interdisciplinaridade torna-se num pré-requisito do progresso na investigação, em vez de ser um artigo de luxo ou uma pechincha. Uma consequência óbvia da evolução... é que as ciências não se desenvolvem apenas a um nível; todas abrangem vários níveis de conceptualização ou estruturação. Por isso, mais cedo ou mais tarde, cada disciplina vai ter de desenvolver a sua própria epistemologia. Mas, se a procura de "estruturas", no sentido de sistemas de transformação subjacentes, é já um factor básico de interdisciplinaridade, então é claro que qualquer epistemologia interna, visando em particular a caracterização de relações existentes entre as observáveis e os modelos utilizados numa ciência, será em breve uma parte integral da epistemologia das ciências vizinhas, não só porque os problemas epistemológicos se encontram em todo o lado, mas porque a relação entre sujeito e objecto só pode ser descoberta por meios comparativos (1972, pp. 128-129).

Regressando à Educação Matemática, somos obrigados a observar que, para os seus fins particulares, não existe apenas um nível no qual as várias disciplinas referenciais são, ou deveriam ser, cooperantes e interrelacionadas. Para a identificação do problema e coordenação do trabalho interdisciplinar, a Educação Matemática possui uma função reguladora e organizadora essencial, localizada a um outro nível e que parece ser indicada pelo que Piaget chamou de *transdisciplinaridade*:

Por fim, podemos esperar observar um estádio mais elevado que se segue ao estádio das relações interdisciplinares. Este seria a "transdisciplinaridade" o qual não trataria apenas das interações ou reciprocidades entre projectos especializados de investigação, mas também colocaria estas relações dentro de um sistema global sem quaisquer fronteiras rígidas entre disciplinas... Quanto a definir o que tal conceito deveria abranger, seria obviamente uma teoria geral de sistemas ou estruturas, incluindo estruturas operativas e sistemas probabilísticos e a ligação destas várias possibilidades através de transformações definidas e reguladas (1972, pp. 138-139).

Aparentemente, a Educação Matemática não reflectiu suficientemente

estas relações entre as disciplinas. Em vez de restringir a sua procura de bases teóricas a teorias internas, deveria desenvolver-se de forma mais profissional, formulando exigências internas às disciplinas cooperantes. Isto significa que, além das suas competências temáticas específicas, a Educação Matemática tem de proporcionar uma *função reguladora transdisciplinar* como uma forma de *meta-competência* indispensável. Temos — creio — alguns exemplos onde a interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade em torno da educação têm sido praticadas com sucesso e necessitamos, sem dúvida, de uma maior troca de experiências e de mais debates sobre estes assuntos.

A abordagem sistémica, os valores, e a "management philosophy of science"⁴

As ideias de Piaget sobre transdisciplinaridade foram adoptadas e depois desenvolvidas numa direcção específica por Erich Jantsch, no seu artigo *Towards interdisciplinarity and transdisciplinarity in Education and Innovation*, apresentado no mesmo seminário OECD-CERI (ver OECD-CERI, 1972). Jantsch tenta elaborar uma "perspectiva sistémica integrada da ciência, educação e inovação" que utiliza, como um valor base e um objectivo para este sistema dinâmico, a noção de "criar um mundo antropomórfico". Só é possível instaurar estes valores e objectivos, se as ciências e as suas relações internas e externas forem compreendidas de forma não independente dos processos sociais de transmissão e decisão. Aqui, Jantsch refere-se à "management philosophy" de Churchman como o verdadeiro fundamento da ciência:

Uma abordagem sistémica — tal como proposto neste artigo — teria em consideração a ciência, a educação e a inovação, acima de tudo como exemplos gerais da actividade humana deliberada, cujas interações dinâmicas têm vindo a exercer uma influência dominante no desenvolvimento da sociedade e do seu ambiente. O conhecimento seria visto aqui como uma forma de proceder, "um certo modo de gerir as actividades (Churchman)" (Jantsch, 1972, p. 99).

Citei Jantsch por duas razões. Primeiro, penso que a orientação por valores e objectivos também deve ser um factor importante de qualquer perspectiva sistémica da Educação Matemática, a começar pelo facto de que a Matemática, em si, tal como outras ciências, não é uma actividade humana independente de valores (ver Steiner, 1984b). Tenho a impressão de que um debate sobre valores e objectivos, especialmente os aspectos éticos, sociais e políticos da

Educação Matemática, têm sido indevidamente negligenciados e separados de outros problemas de investigação, como se não fossem possíveis argumentos racionais sobre estes assuntos. Provavelmente, uma das fraquezas essenciais da Educação Matemática reside no facto de não ter ainda desenvolvido suficientemente o correspondente tipo de racionalidade relativo ao seu próprio campo e domínio de responsabilidade e fazendo surgir, assim, todas as *consequências negativas para o seu auto-conceito e status social*.

Em segundo lugar, acredito que a "*management philosophy of science*" de Churchman se aplica especialmente ao papel que a *Didáctica da Matemática*, como disciplina auto-reflexiva, tem de desempenhar ao assumir funções reguladoras, quer em matéria da *investigação interdisciplinar*, quer na *interacção teoria-prática*. Churchman descreveu o seu papel como cientista de sistemas quando tentava estudar problemas fundamentais de sectores da nossa sociedade e repito aqui uma citação provavelmente bem conhecida:

Recordo-me bem das minhas tentativas para aconselhar gestores de caminhos de ferro. Eram homens que subiram todos os escalões e sabiam muito mais do que alguma vez eu poderia saber sobre pormenores dos caminhos de ferro. Tinham razão quando diziam que a minha contribuição seria ingénua. Não a tinham, contudo, ao dizerem que uma abordagem sistémica da ciência, ainda que ingénua, aplicada aos caminhos de ferro era inútil. Esta forma de abordagem proporcionava uma outra forma de ver os caminhos de ferro — como sistema e não como um exemplo de um meio físico de transporte. Tenho tido, desde então, o mesmo tipo de experiência com responsáveis da saúde, da justiça, da educação, da defesa e da indústria. Todos queriam saber a forma como um investigador operacional esperava poder "solucionar" os seus problemas em seis meses, num ano ou em dez anos. Claro que o investigador não pode fazer tal coisa, pois não é mais competente do que eles em problemas realmente fundamentais. Pode, contudo, providenciar uma ligação de *retorno máximo*, uma forma de reflexão que nenhuma profissão, por si própria, pode alguma vez esperar proporcionar (Churchman, 1968, p. 115).

A referência aqui feita ao *princípio de retorno máximo*, em oposição à ideia de retorno mínimo que sugere, erradamente, que uma coisa pode apenas ser medida por si própria, indica uma percepção profunda da *importância de se considerarem grandes sistemas*, da *natureza da auto-reflexão* e como isto se relaciona.

O princípio é fantástico. Considera que a auto-reflexão apenas é possível quando alguém regressa a si próprio após a mais longa viagem possível (Churchman, 1968, p. 113).

Complementaridade, actividade humana, meta-conhecimento: O papel da prática

Todas as nossas tentativas, feitas até agora, para revelarem vários aspectos de uma abordagem compreensiva da Educação Matemática, poderiam dar a impressão que existem uma *coerência* e uma *homogeneidade* estruturais subjacentes, como base essencial para a integração e síntese pretendidas. Contudo há *fenómenos epistemológicos fundamentais* que nos mostram que o que acontece é o contrário. Tal como em Física, a teoria da relatividade e o estruturalismo foram seguidos pela teoria quântica com a sua relação de indeterminação e o famoso princípio da complementaridade de N. Bohr, tornou claro, num sentido muito mais amplo, que:

qualquer parte relevante do conhecimento teórico pericando a alguma ideia ou modelo do mundo real, terá que ter em conta, de uma maneira ou de outra, que o indivíduo que tem o conhecimento é parte do sistema representado pelo conhecimento. Todo o conhecimento pressupõe um sujeito, um objecto e relações entre estes (que são estabelecidas através da actividade do sujeito). Logo todo o conhecimento possui uma estrutura incoerente com conexões metafóricas e estritamente operativas (Oue, 1984, pp. 45-46).

Mais recentemente, este fenómeno foi também identificado e confirmado no que diz respeito à Matemática e à Educação Matemática (ver IDM-Arbeitsgruppe Mathematiklehrerbildung: Perspektiven für die Ausbildung des Mathematiklehrers, 1981 e Steiner, 1984a). Por exemplo, a maioria das chamadas "*falsas dicotomias*" que Peter Hilton tratou na sua conferência plenária no congresso de Karlsruhe (1977), tais como "técnica e compreensão", desenvolvimento de estruturas e resolução de problemas", "axiomática e construtivismo", "matemática pura e matemática aplicada", representam *pares de posições aparentemente opostas* que podem ser seguidas ao longo da história da Matemática e da Educação Matemática. Na teoria e prática educacional, tentou-se muitas vezes esclarecer estes paradoxos de um *modo reducionista*: ou se atribui *domínio absoluto* e importância principal a um dos dois pólos, ou se adopta uma posição dita multi-polar que diz, precisamente, "faça ambos", sem realmente compreender e operacionalizar as relações antagónicas subjacentes que estão de facto relacionadas de forma fundamental com o problema epistemológico da *relação entre conhecimento e actividade*, visto como o *cerne de todas as complementaridades*.

O conceito de complementaridade também se revela como uma ferramenta adequada para uma melhor compreensão das *relações entre diferentes tipos e níveis de conhecimento e actividade* como os que surgem em contraposições como "teoria científica e conhecimento quotidiano", "meta-conhecimento e conhecimento primário", "empírico e formal", "o pessoal e o social", "percepção e cognição", etc., e também como os que aparecem no *problema de regulação e controlo da teoria de sistemas*. O referido conceito desempenha um papel importante nos fundamentos da Psicologia Cognitiva. Pattee, no seu artigo intitulado *The need for complementarity in models of cognitive behavior*, escreve:

A ideia clássica de que podemos explicar o controlo em sistemas cognitivos sem modos complementares de descrição conduz a uma auto-contradição ou, pelo menos, a um paradoxo conceptual. A complementaridade pode ser vista como um reconhecimento do paradoxo. Tem as suas raízes no dualismo indivíduo-objecto e no paradoxo básico de determinismo e livre-arbítrio ... Uma ideia que proponho seria a de que os psicólogos façam o difícil esforço de assimilar o conceito básico de complementaridade como um princípio epistemológico. Não é, de forma alguma, um conceito claro e distinto, mas é rico e sugestivo. O princípio da complementaridade não promove resoluções das oposições binárias centrais da Psicologia: mente e corpo, estrutura e processo, sujeito e objecto, determinismo e livre arbítrio, leis e controlos, etc. Pelo contrário, ... o princípio da complementaridade requer um uso simultâneo de modos descritivos que são formalmente incompatíveis. Em vez de tentar resolver aparentes contradições, a estratégia é aceitá-las como um aspecto irredutível da realidade (1982, pp. 26-27).

Esta parece ser uma adequada *descrição a um nível fenomenológico*. Contudo, há por trás *mecanismos mais profundos*. A sua análise e reconstrução requerem instrumentos conceptuais tal como os que encontramos na *teoria da actividade*, a qual tenta construir uma compreensão da cognição, principalmente a partir de um conceito de "*actividade humana objectiva*", mais do que a partir do "conhecimento". A cooperação humana relacionada com o objecto, com a sua *sabedoria prática, características habituais e a realidade sócio-histórica*, desempenha, no sentido de Bourdieu (1980), um papel fundamental e especial, como uma "*estrutura estruturante*", no problema da regulação e controlo. M. Otte descreveu a interrelação entre complementaridade e actividade humana do seguinte modo:

Apenas na teoria da actividade a necessidade epistemológica de complementaridade pode ser produtivamente desenvolvida e aplicada. Por outro lado, um ponto de vista

complementarista ... evitará que a teoria da actividade caia no reducionismo prejudicial e, ao mesmo tempo, oferecerá possibilidades para o reducionismo relativo, necessário e inevitável. No que diz respeito ao problema da cognição, temos que aceitar que não podemos saber, sem saber que sabemos. Não podemos aprender um conceito teórico particular, sem adquirir conhecimento sobre conceitos teóricos (as suas características categóricas, a sua função cognitiva, etc.). Não podemos adquirir conhecimento sem adquirir meta-conhecimento. Mas o meta-conhecimento é, por um lado, o produto da evolução e, por outro, a sua condição indispensável. Logo, conhecimento e meta-conhecimento não podem ser completamente expressos ou representados como um sistema coerente e fechado e numa descrição uniforme (1984, pp. 53-54).

As *consequências para o desenvolvimento da TEM* devem ser claras: ela só pode ser elaborada de forma eficaz, se decorrer a um nível muito geral e, ao mesmo tempo, através de exemplos muito concretos; se utilizar a abordagem sistémica simultaneamente para o sistema vasto e para domínios de problemas particulares, entendidos como sub-sistemas, se estiver consciente e contribuir para a elaboração das complementaridades inerentes e tipos de actividade relacionadas; se se dirigir para um desenvolvimento simultâneo do "senso prático" e do "meta-conhecimento", tendo em conta a sua interrelação fundamental.

A TEM como um programa de desenvolvimento

Vejo, basicamente, *três componentes da TEM*, que estão, como é claro, interrelacionadas:

- *meta-investigação* e desenvolvimento do *meta-conhecimento* no que respeita à Educação Matemática como disciplina
- desenvolvimento duma *visão compreensiva* da Educação Matemática, envolvendo investigação, desenvolvimento e prática, através duma *abordagem sistémica*
- *desenvolvimento do papel regulador dinâmico* da Educação Matemática como uma disciplina no que respeita à *interacção teoria-prática e cooperação interdisciplinar*.

Até agora não sublinhei explicitamente a *meta-investigação* como uma componente da TEM. Uma das razões é o facto de isso ser o que este trabalho está a tentar fazer ou, pelo menos, tentar esboçar como poderia ser feito. Kilpatrick, na sua comunicação no PME, em Grenoble, já mencionada, descreveu a meta-investigação da seguinte forma:

Uma última necessidade é devotar alguma atenção à investigação académica e à reflexão sobre as nossas próprias actividades de investigação. Scriven (1980) define isto como "investigação auto-referente" e pode parecer, de início, apenas um pretexto para encontrar algo mais para investigar. Mas tal como a metacognição — a cognição sobre a nossa própria cognição — é indispensável para o crescimento intelectual, também são necessários alguns esforços de meta-investigação para o desenvolvimento do nosso campo (1981, p. 24).

Isto está bastante de acordo com o que chamámos de desenvolvimento do meta-conhecimento. Contudo, se levarmos a sério a referência de Kilpatrick ao artigo de Scriven (1980), teremos também de incluir como "investigação auto-referente":

a investigação que lida com *vetulos*... da investigação, por exemplo, a palavra impressa, a maquinaria necessária ao seu processamento e produção e as revistas que a seleccionam e incluem, ...dos estudos sobre a prática de investigação, sobre a percentagem de conferencistas femininas em encontros de organizações profissionais (tais como a AERA) comparada com a percentagem de membros femininos, ...da *política* de investigação em, por exemplo, revistas de investigação, ...das avaliações do *custo-eficácia*, ...dos esforços sistemáticos para substituir painéis de revisão por equações de regressão linear; ...da utilização de teleconferências em vez de viagens para discussões em mesa redonda entre colegas, ...de desenvolvimento de índices de custo-eficácia na investigação, e por aí fora (1980, pp. 7-8).

Espero que a meta-investigação, como componente da TEM, se estenda a um *contexto mais vasto* que ajude a identificar objectivos, a estabelecer prioridades e a desenvolver estratégias para o trabalho a fazer. Penso que poderíamos começar com debates sobre a variedade de pontos a que me referi neste artigo. A partir destes debates poder-se-á avançar para a elaboração de alguns primeiros planos para trabalhos ulteriores, a nível nacional e internacional. Os pontos sugeridos para um primeiro debate são:

1. Diferentes definições da Educação Matemática como disciplina.
2. O uso de modelos, paradigmas, teorias sobre a investigação em Educação Matemática. A situação actual em que se encontra. Instrumentos de análise.
3. Micro e macro-modelos.
4. Teorias internas e interdisciplinaridade, transdisciplinaridade.
5. Relações entre teoria e prática.
6. O lugar e o papel da Educação Matemática nas instituições académicas, especialmente nas universidades.
7. Os aspectos éticos, sociais e políticos da Educação Matemática.

8. A necessidade de abordagens compreensivas. Teorias auto-referenciais e auto-aplicáveis. O papel de uma perspectiva sistémica.
9. Complementaridade e teoria da actividade.
10. Tipos de meta-investigação.

Permitam-me destacar o seguinte: os *objectivos primordiais* da TEM consistem em proporcionar à Educação Matemática um *grau mais elevado de auto-reflexão e auto-afirmação*, de maneira a *promover outra forma de pensar* e de *encarar os problemas e as suas interrelações*. É um *programa de desenvolvimento aberto*, com muita ênfase no *processo* e nos seus efeitos *parcialmente indirectos*.

Notas

- ¹"Teachers Colleges" no original — NT.
- ²"Time on task" no original — NT.
- ³"Home-grown theories" no original — NT.
- ⁴Optámos por não traduzir "management theory of science" por não encontrarmos um termo equivalente em português — NT.
- ⁵"Maximum loop" no original — NT.

Referências

- Bigalke, H.-G. (em publicação). Thesen zur Theoriendiskussion in der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematikdidaktik*.
- Bourdieu, P. (1980). *Le sens pratique*, Paris.
- Burscheid, H. J. (1983). Formen der Wissenschaftlichen Organisation in der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematikdidaktik*, 4, 219-240.
- Churchman, C. W. (1968). *Challenge to reason*. Nova Iorque.
- Hilton, P. (1977). Education in mathematics and science today: The spread of false dichotomies. Em *Proc. 3rd ICME, Karlsruhe*, 75-97.
- IDM-Arbeitsgruppe Mathematiklehrerbildung: Perspektiven für die Ausbildung des Mathematiklehrers (1981). *Untersuchungen zum Mathematikunterricht* (Vol. 2). Colónia.
- Jahnke, H. N. (1978). *Zum Verhältnis von Wissensentwicklung und Begründung in der Mathematik — Beweisen als didaktisches Problem* (Materialien und Studien, Vol. 10). Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik.
- Jantsch, E. (1972). Towards interdisciplinarity and transdisciplinarity in education and innovation. Em *Interdisciplinarity: Problems of teaching and research in universities* (pp. 97-121). Paris: OECD-CERL.
- Kilpatrick, J. (1981). Research on mathematical learning and thinking in the United States. *PME-Proceedings* (Vol. II) (pp. 18-29). Grenoble.

- Kuhn, T. S. (1970). *The structure of scientific revolutions*. Chicago: The University of Chicago Press.
- OECD-CERI (1972). *Interdisciplinarity: Problems of teaching and research in universities*. Paris: OECD-CERI.
- Otte, M. (1982). *Fachdidaktik als Wissenschaft* (Occasional Paper 20). Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik.
- Otte, M. (1984). The work of E. G. Judin (1930-1976) on activity theory in the light of recent tendencies in epistemological thinking. Em M. Hedegaard e outros (Eds.), *Learning and teaching on a scientific basis: Methodological and epistemological aspect of activity theory of learning and teaching* (pp. 43-86). Aarhus.
- Pattee, H. H. (1982). The need for complementarity in models of cognitive behavior. Em W. B. Weimer e D. S. Palermo (Eds.), *Cognition and the symbolic processes* (Vol. 2) (pp. 21-30). Hillsdale, Nova Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Piaget, J. (1972). The epistemology of interdisciplinary relationships. Em *Interdisciplinarity: Problems of teaching and research in universities* (pp. 127-139). Paris: OECD-CERI.
- Romberg, T. A. (1981). Towards a research consensus in some problem areas in the learning and teaching of mathematics. *PME-Proceedings* (Vol. III) (pp. 31-46). Grenoble.
- Romberg, T. A. (1983). Towards "normal science" in some mathematics education research. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 15, 89-92.
- Scriven, M. (1980). Self-referent research. *Educational Researcher*, 9(4), 7-11, 9(6), 11-18, 30.
- Skemp, R. (1983). The International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME): Past, present and future. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 15, 112-117.
- Sneed, J. D. (1971). *The logical structure of mathematical physics*. Dordrecht.
- Steiner, H.-G. (1983). Zur Diskussion um den Wissenschaftscharakter der Mathematikdidaktik. *Journal für Mathematikdidaktik*, 4, 245-251.
- Steiner, H.-G. (1984a). *Forschungs- und Orientierungsprobleme der Mathematikdidaktik* (Occasional Paper 47). Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik.
- Steiner, H.-G. (1984b). *The process of mathematization and the social dimensions of mathematics: Epistemological and didactical considerations* (Occasional Paper 41). Bielefeld: Institut für Didaktik der Mathematik.
- Vergnaud, G. (1983). Psychology and didactics of mathematics in France: An overview. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 15, 59-63.
- Weimer, W. B. e Palermo, D. S. (Eds.). (1982). *Cognition and the symbolic processes* (Vol. 2). Hillsdale, Nova Jersey: Lawrence Erlbaum.

Hans-George Steiner, Institut für Didaktik der Mathematik, Bielefeld, Universität Bielefeld, D-4800 Bielefeld 1, ALEMANHA.

Artigo publicado sob o título "Theory of Mathematics Education (TME): An introduction". For the Learning of Mathematics 5, 2, pp. 11-17.

Tradução elaborada por António Ovídio Baptista e revista pelo Grupo Português de Teoria de Educação Matemática.