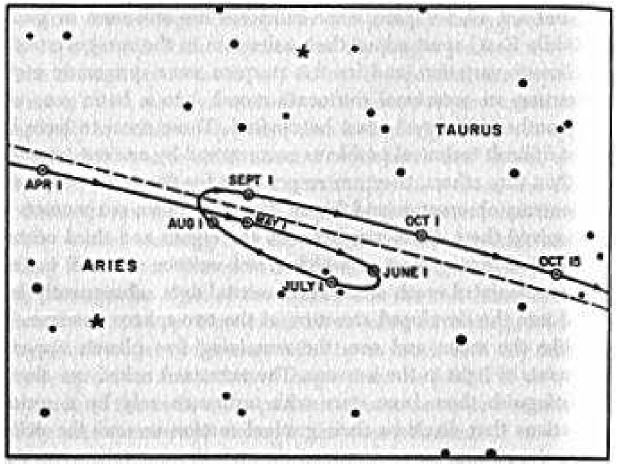
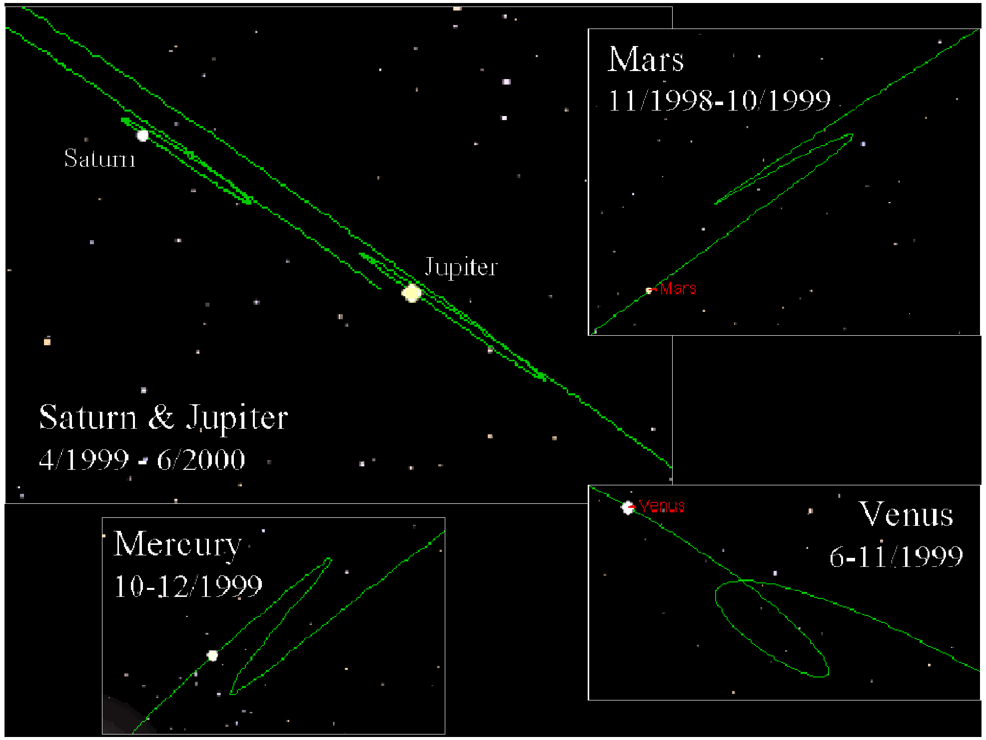
Planetas: movimento retrógrado

Animação:
http://www.astronomynotes.com/nakedeye/animations/retrograde-anim.htm

http://www.brighthub.com/science/space/articles/53958.aspx



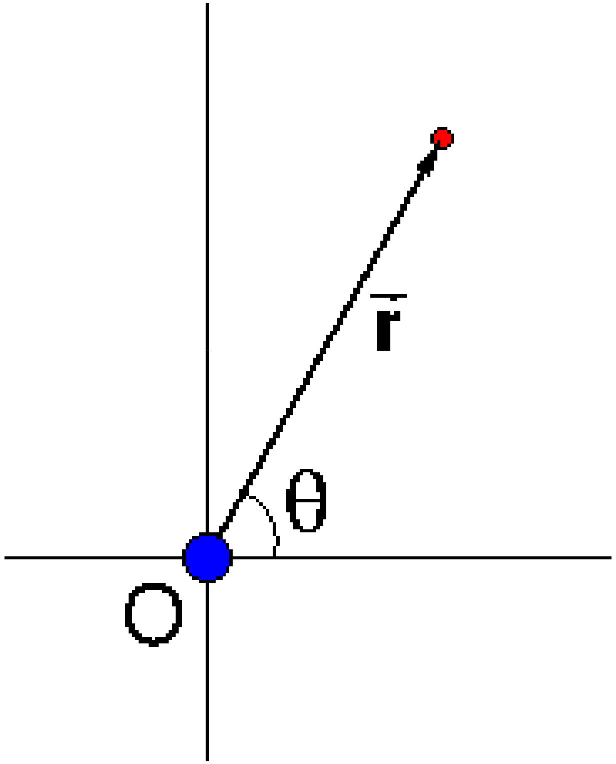
https://www.princeton.edu/~his291/Retrograde.html



http://www.astronomy.ohio-state.edu/~thompson/161/wanderers.html

http://www.hartrao.ac.za/other/sundial/sundial.html

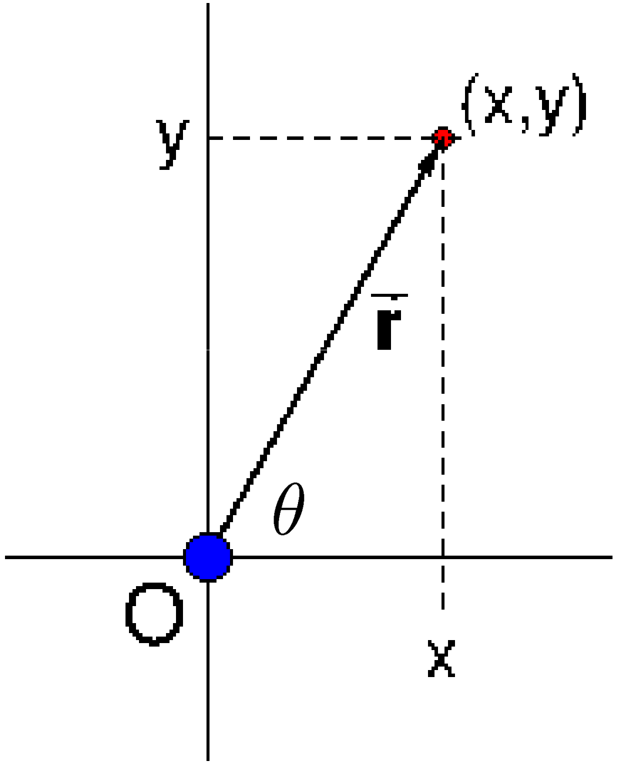
Vetores: revisão



- Um *vetor* em um plano é caracterizado por dois "números":

- O *módulo* (ou tamanho). $|\vec{\mathbf{r}}|$
- A *direção* (ou ângulo em relação a um eixo de referência). θ

Vetores: revisão



- Um *vetor* em um plano é caracterizado por dois "números":

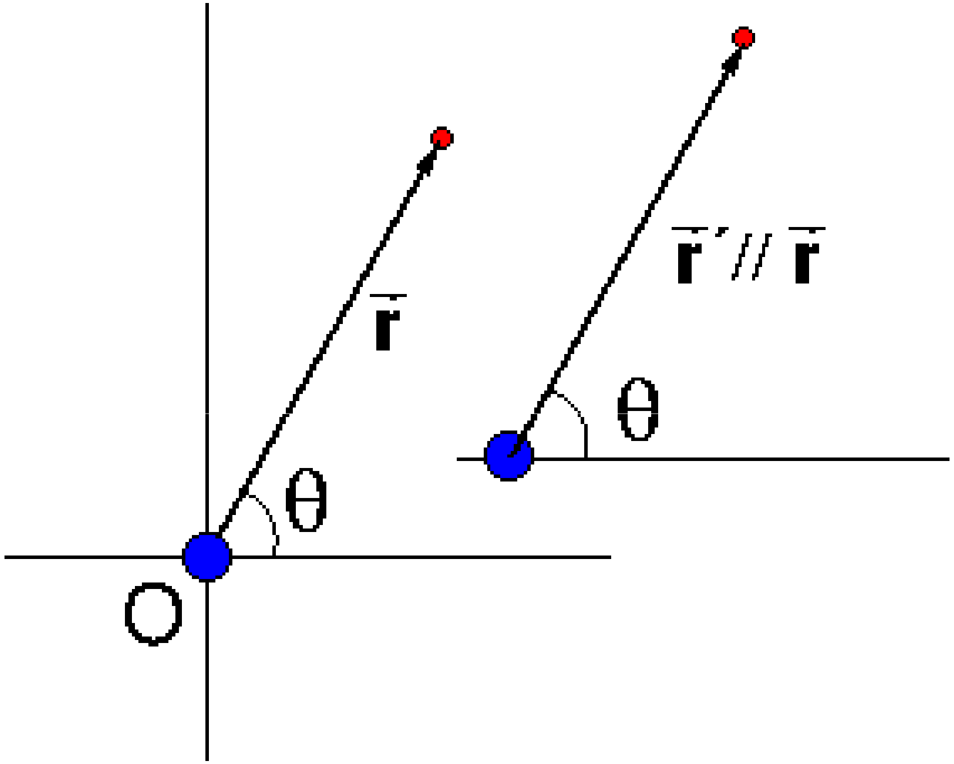
- O *módulo* (ou tamanho). $\left|\vec{\mathbf{r}}\right|$
- A *direção* (ou ângulo em relação a um eixo de referência). θ

- Colocando a base do vetor na origem do plano cartesiano, podemos representar o vetor por dois outros "números": as coordenadas (x,y) da extremidade do vetor.

- A relação entre (x,y) e $\left|\vec{\mathbf{r}}\right|$, θ é dada por:

$$\begin{cases} x = |\vec{\mathbf{r}}| \cos(\theta) \\ y = |\vec{\mathbf{r}}| \operatorname{sen}(\theta) \end{cases} \qquad \begin{cases} |\vec{\mathbf{r}}|^2 = x^2 + y^2 \\ \tan(\theta) = \frac{y}{x} \end{cases}$$

Vetores: revisão



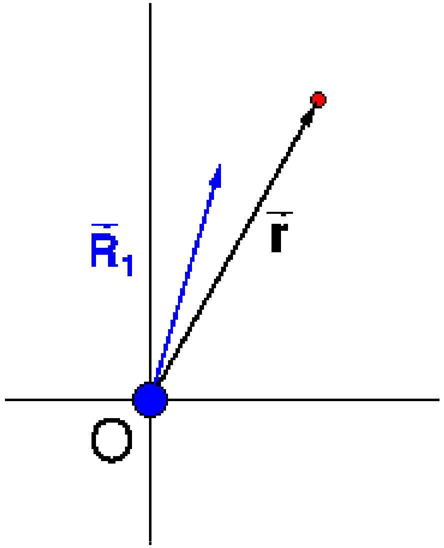
- **Vetores paralelos**
- Dois vetores de mesmo módulo $|\vec{\mathbf{r}}|$ e ângulo θ (paralelos entre si) são descritos pelos mesmos dois "números".

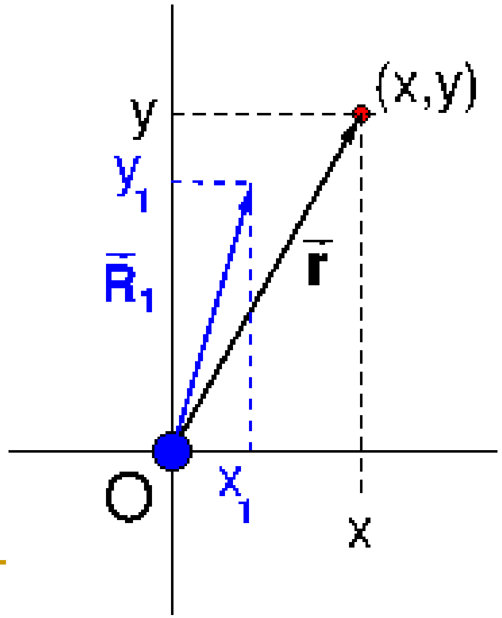
- Portanto, podemos considerá-los como sendo equivalentes ao vetor com base na origem e extremidade nas mesmas coordenadas (x,y).

$$\begin{cases} x = |\vec{\mathbf{r}}| \cos(\theta) \\ y = |\vec{\mathbf{r}}| \operatorname{sen}(\theta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} |\vec{\mathbf{r}}|^2 = x^2 + y^2 \\ \tan(\theta) = \frac{y}{x} \end{cases}$$

Dois Vetores





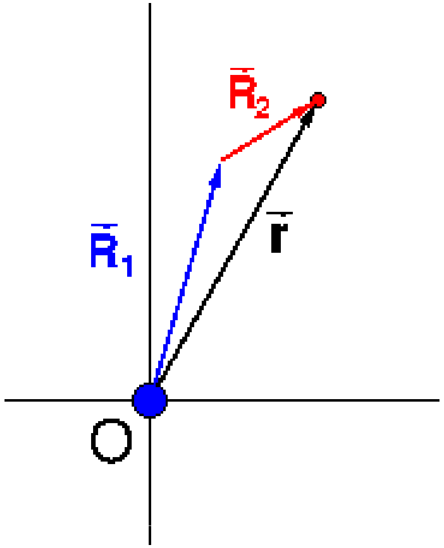
- **Vetores não-paralelos ou de módulo diferentes:**
- Vetores com módulos e direções diferentes serão descrito por "números" diferentes.

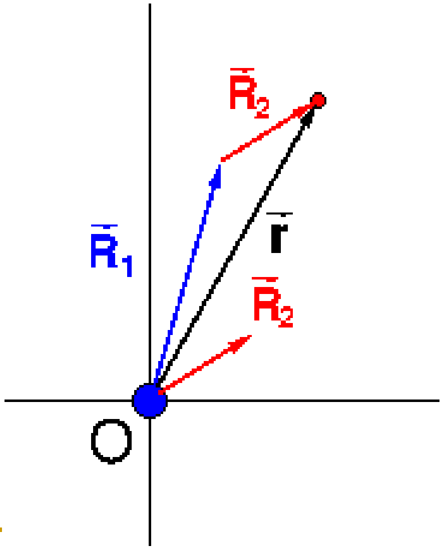
- Assim, dois vetores não-paralelos ou com módulo diferente serão representados por coordenadas diferentes.

$$\begin{cases} x = |\vec{\mathbf{r}}| \cos(\theta) \\ y = |\vec{\mathbf{r}}| \operatorname{sen}(\theta) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = |\vec{\mathbf{R}}_1| \cos(\theta_1) \\ y_1 = |\vec{\mathbf{R}}_1| \operatorname{sen}(\theta_1) \end{cases}$$

Soma de Vetores





- **Soma de vetores.**

- Dois vetores podem ser somados produzindo um vetor diferente.

$$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{R}}_1 + \vec{\mathbf{R}}_2$$

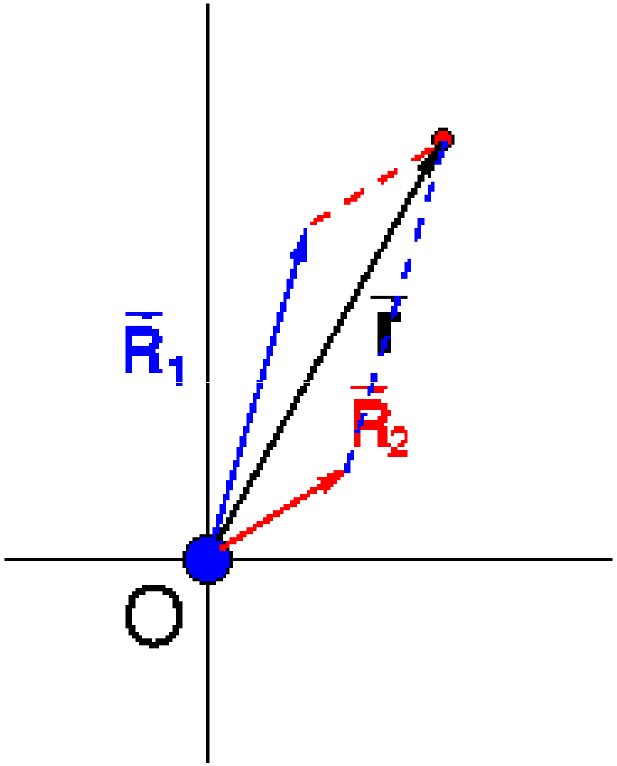
- A “regra de soma” de dois vetores pode ser feita de maneiras diferentes:

1) **Método “geométrico”:**
Unir a extremidade do primeiro vetor com a base do segundo vetor e traçar o segmento que une a base do primeiro vetor com a extremidade do segundo vetor.

Note que, tomando vetores paralelos e de mesmo modo como equivalentes, fica claro que

$$\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{R}}_1 + \vec{\mathbf{R}}_2 = \vec{\mathbf{R}}_2 + \vec{\mathbf{R}}_1$$

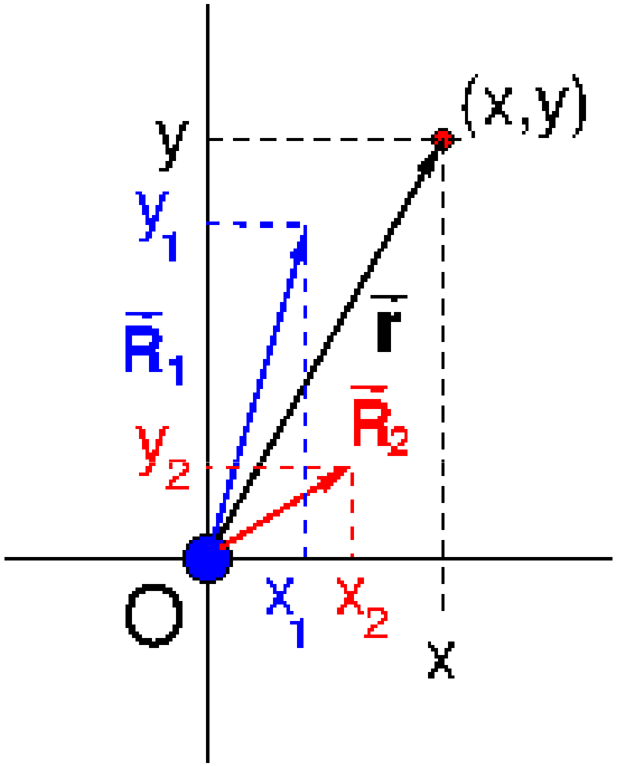
Soma de Vetores



2) **Método do "paralelogramo"**

Com os dois vetores com base no mesmo ponto (origem), traçe um paralelogramo com lados paralelos aos vetores. O vetor soma corresponderá à diagonal do paralelogramo.

Soma de Vetores



3) Soma por coordenadas:
Fazemos:
(x,y)=(x_1,x_1)+(x_2,y_2)=(x_1+x_2,y_1+y_2)

$$\begin{cases} x_1 = |\vec{\mathbf{R}}_1| \cos(\theta_1) \\ y_1 = |\vec{\mathbf{R}}_1| \operatorname{sen}(\theta_1) \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2 = |\vec{\mathbf{R}}_2| \cos(\theta_2) \\ y_2 = |\vec{\mathbf{R}}_2| \operatorname{sen}(\theta_2) \end{cases}$$

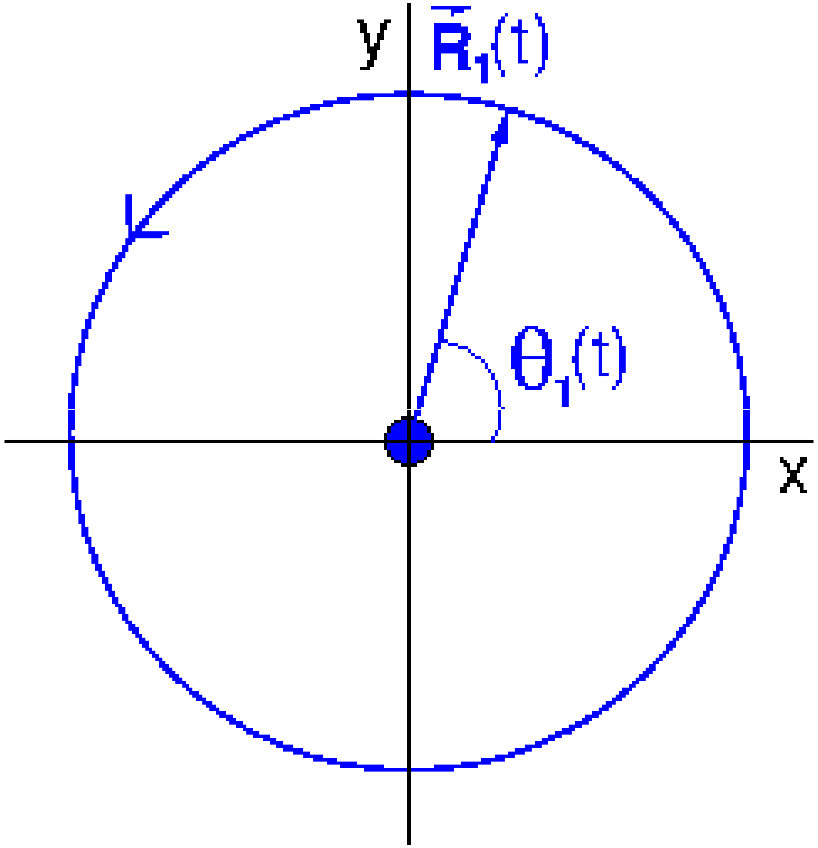
$$\begin{cases} x = x_1 + x_2 \\ y = y_1 + y_2 \end{cases}$$

Tarefa: mostre que a soma de coordenadas é equivalente ao paralelogramo.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = |\vec{\mathbf{r}}| \cos(\theta) \\ y_1 + y_2 = |\vec{\mathbf{r}}| \operatorname{sen}(\theta) \end{cases}$$

Dica: use lei dos cossenos no paralelogramo

Vetores variando no tempo: MCU



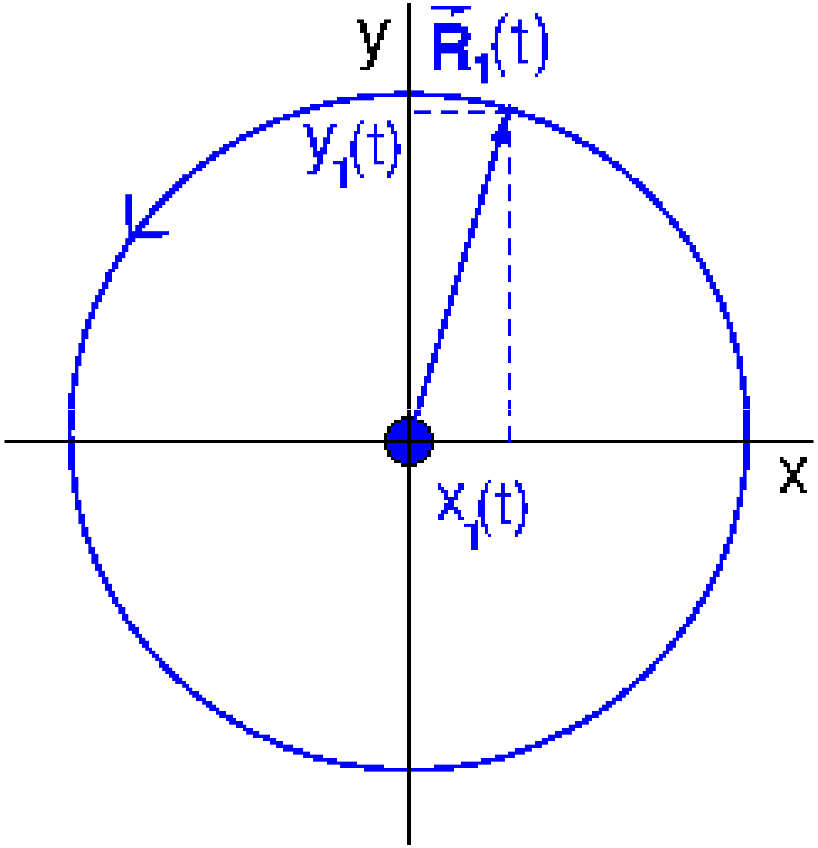
- **Vetor em MCU:**

Seja a extremidade de um vetor $\mathbf{R_1}$ descrevendo um movimento circular uniforme de raio R_1 e período T_1.

- A trajetória do movimento pode ser descrita pelo módulo e direção do vetor a cada instante *t*:

$$\begin{cases} |\vec{R}_1| = R_1 \ \text{(constante)} \\ \theta_1(t) = \frac{2\pi}{T_1}\, t = \omega_1\, t \end{cases}$$

Vetores variando no tempo: MCU



- **Vetor em MCU:**

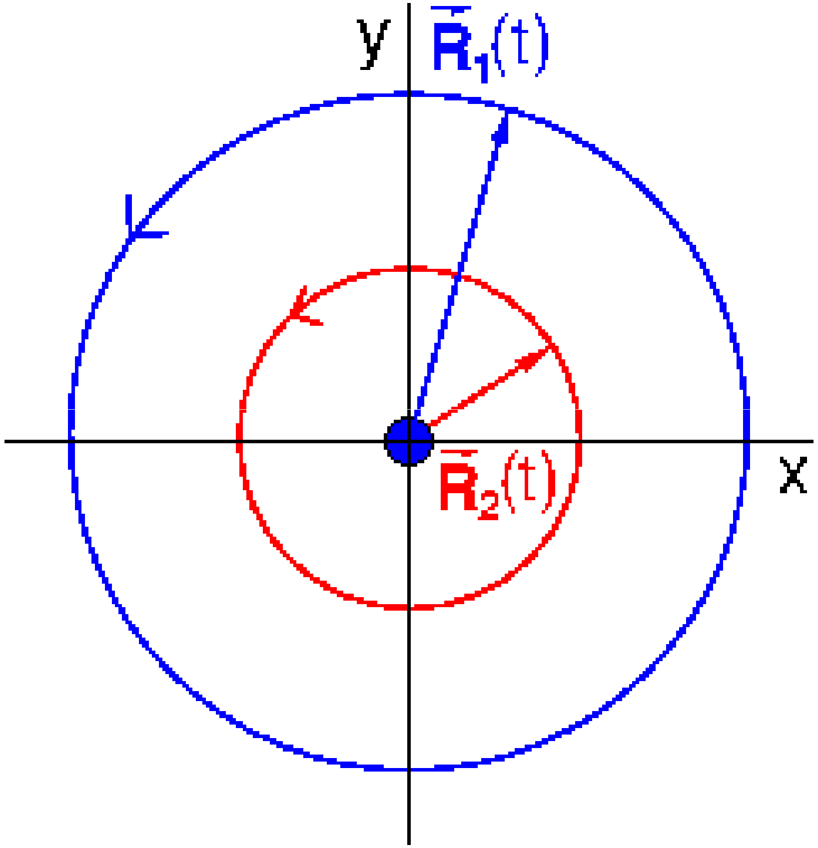
Seja a extremidade de um vetor $\mathbf{R_1}$ descrevendo um movimento circular uniforme de raio R_1 e período T_1.

- OU a trajetória do movimento pode ser descrita pelas <u>coordenadas x_1 e y_1 em função do tempo</u>!

$$\begin{cases} x_1(t) = R_1 \cos\theta_1(t) \\ y_1(t) = R_1 \mathrm{sen}\ \theta_1(t) \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1(t) = R_1 \cos(\omega_1\ t) \\ y_1(t) = R_1 \mathrm{sen}(\omega_1\ t) \end{cases}$$

Vetores variando no tempo: MCU

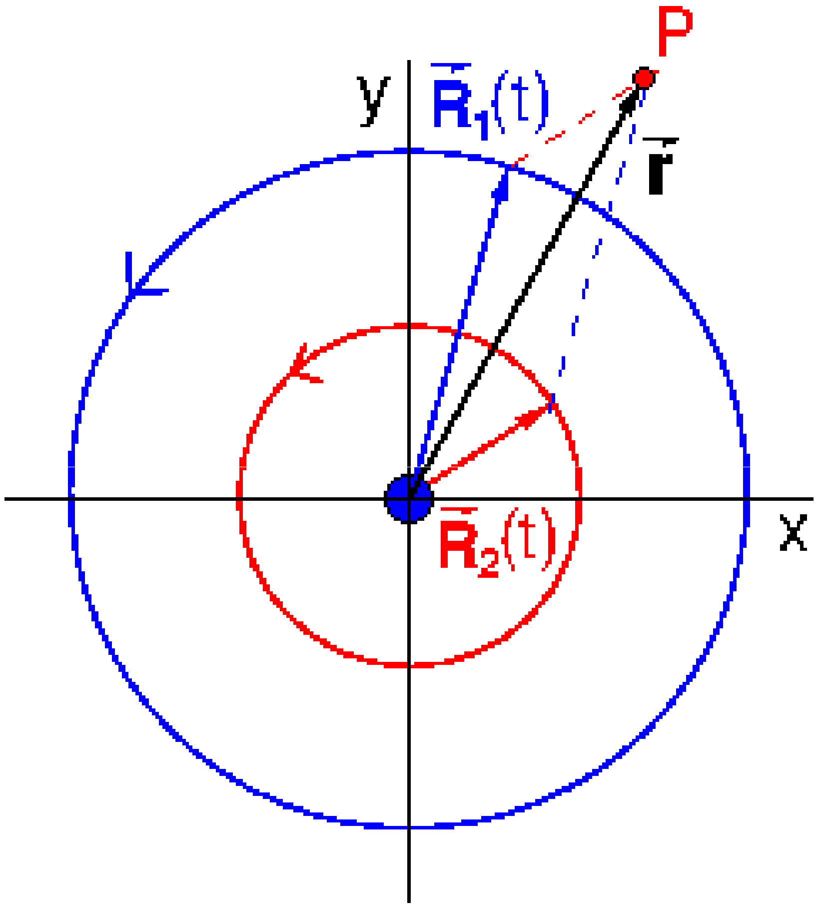


- **Dois vetores em MCU:**

Agora considere dois vetores em MCU: $\mathbf{R_1}$ e $\mathbf{R_2}$

- Raios R_1 e R_2 e períodos T_1 e T_2.

Vetores variando no tempo: MCU



- **Dois vetores em MCU:**
Agora considere dois vetores em MCU: $\mathbf{R_1}$ e $\mathbf{R_2}$

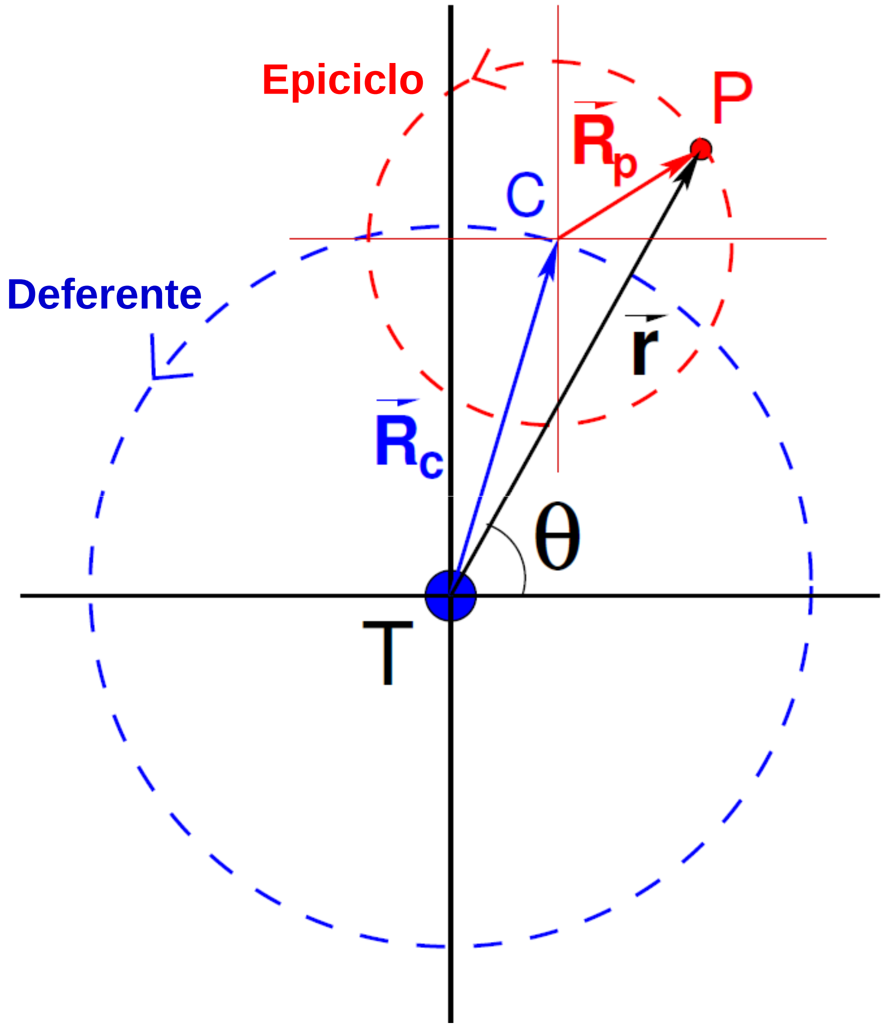
- Raios R_1 e R_2 e períodos T_1 e T_2.

Perguntas (Tarefas):
1) Se $T_1=T_2$ **,** qual o movimento descrito pelo vetor $\vec{\mathbf{r}} = \vec{\mathbf{R}}_1 + \vec{\mathbf{R}}_2$?

2) Se $R_1=2.R_2$ e T_1**=**4**.**T_2 **,** calcule e marque em um gráfico os pontos (x,y) do vetor $\vec{\mathbf{r}}(t)$ nos instantes:

t=0 ; _t=T_1/10 ; t=T_1/5 ; t=T_1/4; t=T_1

Laçadas: Epiciclos e Deferentes.



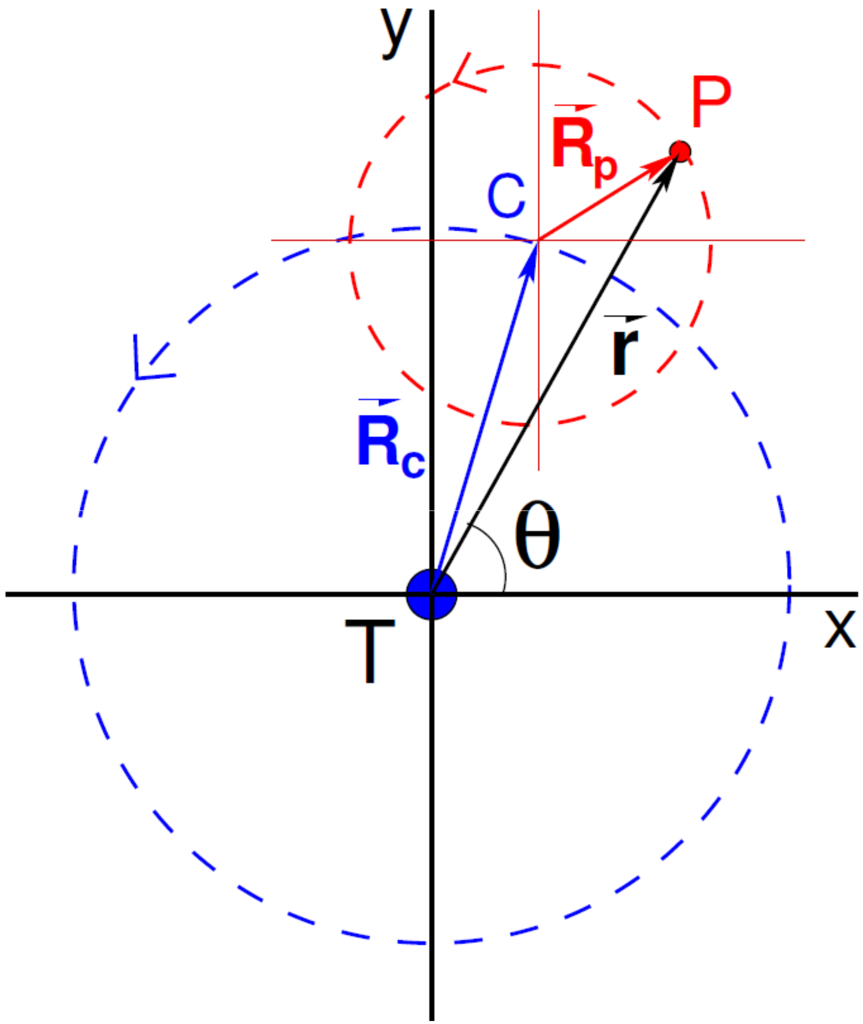
- O Planeta P percorre uma trajetória circular uniforme em torno do ponto C de raio R_p e frequência $\boxed{\omega_p = 2\pi/T_p}$
-Esse é o **epiciclo.**

- O ponto C percorre uma segunda trajetória circular em torno de um ponto *T (a Terra ou um ponto ecêntrico)* de raio R_c e frequencia $\boxed{\Omega_c = 2\pi/T_c}$
- Esse é o **deferente.**

- A trajetória **r(t)** do planeta faz "laçadas" vista da Terra: o ângulo **θ(t)** pode aumentar ou diminuir com o tempo ao longo da trajetória.

- Animação:
http://astro.unl.edu/naap/ssm/animations/ptolemaic.swf

Laçadas: Epiciclos e Deferentes.



- **Tarefas:**

Seja $\mathbf{R_p}$ o vetor que liga o planeta ao centro do seu epicilo e $\mathbf{R_c}$ o vetor que une o centro do epiciclo ao centro T da órbita (vide figura).

Escrevemos $\mathbf{R_p}$ e $\mathbf{R_c}$ na forma:

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{R}_c &= R_c \cos(\Omega_c t)\ \mathbf{i} + R_c \mathrm{sen}(\Omega_c t)\ \mathbf{j}\\ \vec{R}_p &= R_p \cos(\omega_p t)\ \mathbf{i} + R_p \mathrm{sen}(\omega_p t)\ \mathbf{j}\end{aligned}}$$

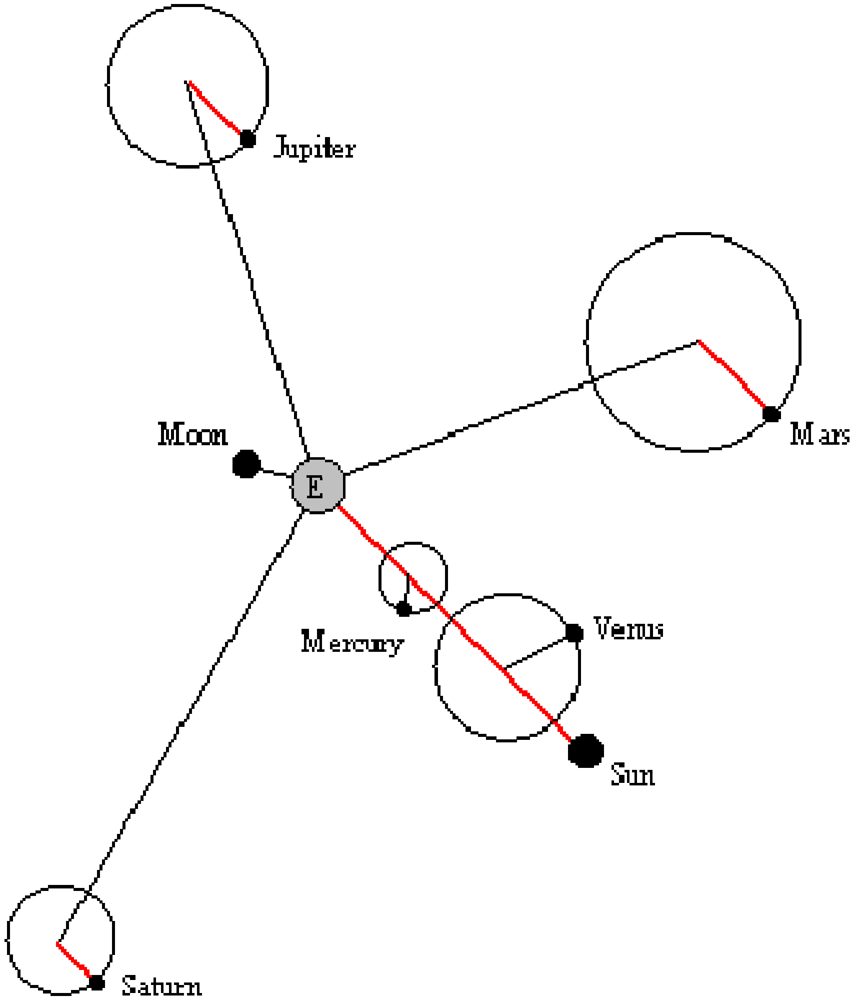
onde **i** e **j** os vetores unitários nas direções x e y.

1) Calcule as coordenadas (x,y) do planeta em t=0.

2) Calcule as componentes da posição do planeta **r(t)**=x(t) **i**+ y(t) **j** para qualquer t.

(**Lista)** Calcule o ângulo θ**(t)** (qquer t).

Modelo de Ptolomeu para os planetas.



http://www.mathpages.com/home/kmath639/kmath639.htm

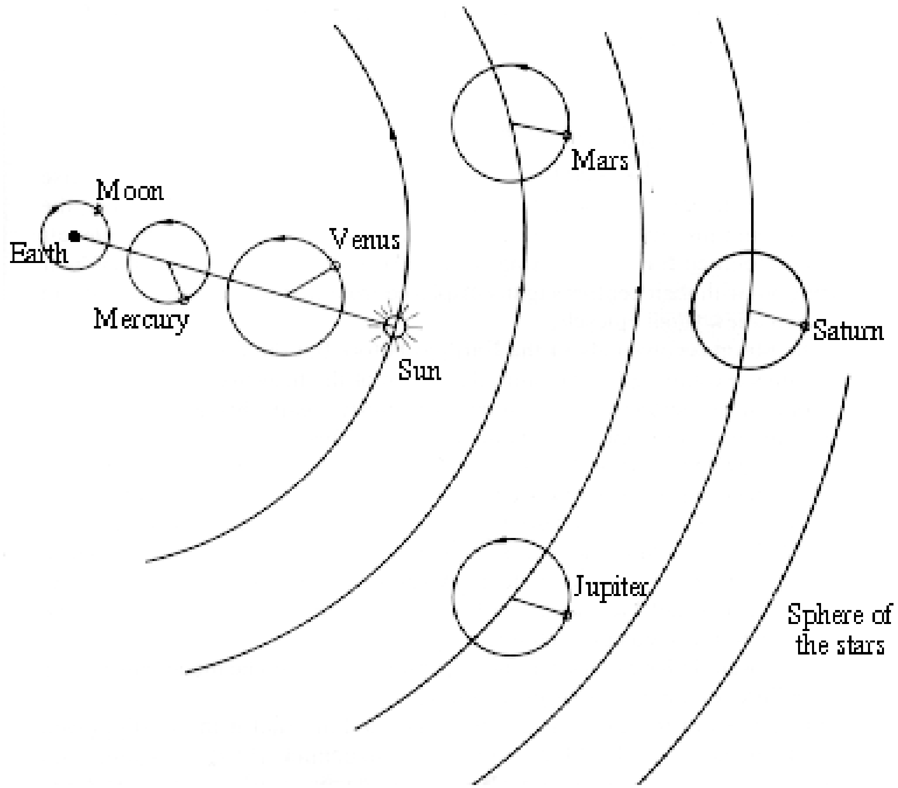
- Sol e Lua não tem epiciclos (apenas deferentes).
- A ordem obedece à de Aristóteles: Lua, Mercúrio, Vênus, Sol, Marte, Júpiter, Saturno.

-**Planetas internos** (Mercúrio e Vênus): o raio do ***deferente*** é alinhado com o raio do deferente do Sol.

-**Planetas externos** (Marte, Júpiter e Saturno): o raio do ***epicíclo*** é alinhado com o raio do deferente do Sol.

- Animação: http://astro.unl.edu/naap/ssm/animations/ptolemaic.swf

Modelo de Ptolomeu para os planetas.



http://abyss.uoregon.edu/~js/glossary/ptolemy.html

- Ptolomeu também assume que os períodos dos deferentes de Mercúrio, Vênus e Sol (~365 ¼ dias) são iguais aos períodos dos epiciclos de *Marte Júpiter e Saturno*.

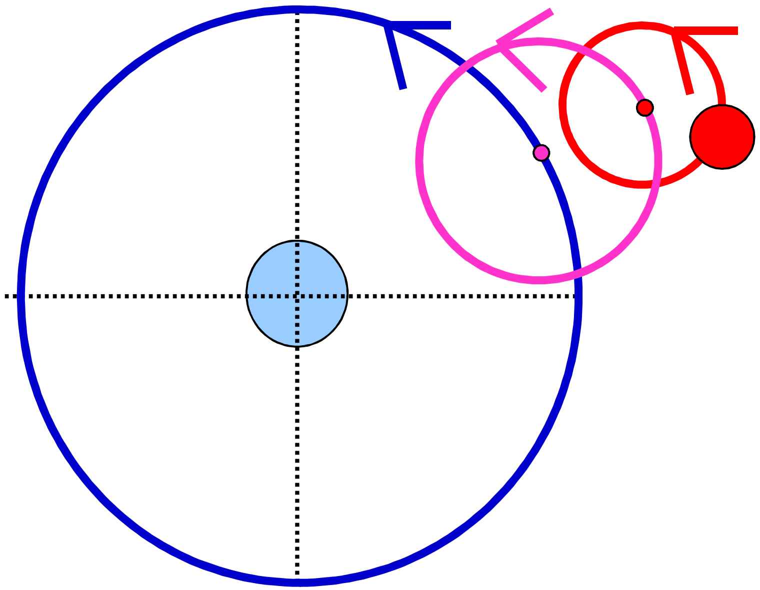
- **Ou seja:** ordenando os planetas de 1=Mercúrio, 2=Vênus, etc. temos:

$$\boxed{\Omega_1 = \Omega_2 = \omega_3 = \omega_4 = \omega_5 = 2\pi/T_S}$$

onde T_S=1 ano solar.

-Essa diferença entre planetas internos e externos será uma das motivações de Copérnico para propor seu modelo.

Problemas com o modelo de Ptolomeu.



- Apesar do seu imenso sucesso, o sistema de Ptolomeu teve que ser adaptado à medida que observações mais precisas eram feitas.

- Uma saída comum era “adicionar epiciclos” para dar conta do movimento observado.

- Na verdade, é possível mostrar que, adicionando um número suficientemente grande de epiciclos, é possível descrever *qualquer* trajetória:
https://www.youtube.com/watch?v=QVuU2YCwHjw

- (É o equivalente de uma “série de Fourier” para uma curva contínua).
- No séc. XVI, o número de epiciclos adicionados era tão grande que tornava o modelo de Ptolomeu impraticável.