

Avaliação de Projetos na Gestão de Pavimentos

Prof. Dr. Claudio Barbieri da Cunha
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Departamento de Engenharia de Transportes

Programa

- **Custos Econômico-Financeiros; taxas de desconto; Valor Presente Líquido**
- **Custos dos Usuários: consumo, manutenção, tempos de viagem**

Para que servem na Gestão de Pavimentos?

Pavement management system

- **A pavement management system is a set of tools or methods that assist decision -makers in finding optimum strategies for providing and maintaining pavements in a serviceable condition over a given period of time.”**
- **NCHRP Report 215, 1979.**
 - National Cooperative Highway Research Program

Para que fazer avaliação econômica?

- **Um organismo internacional ofereceu a uma unidade da federação (UF) um montante de recursos de cerca de US\$ 300 milhões para investimentos na melhoria da infraestrutura de transportes, em particular o sistema rodoviário.**
- **Você foi escolhido para liderar esse processo!**
- **O que fazer? Como fazer?**
- **Que perguntas devem ser feitas e respondidas?**
- **Que dados e informações são necessários?**
- **Quais os resultados/produtos esperados?**

Document of
The World Bank

FOR OFFICIAL USE ONLY

Report No: 56261-BR

PROJECT APPRAISAL DOCUMENT

ON A

PROPOSED LOAN

IN THE AMOUNT OF US\$300 MILLION

TO THE

STATE OF TOCANTINS

WITH THE GUARANTEE OF THE FEDERATIVE REPUBLIC OF BRAZIL

FOR THE

TOCANTINS INTEGRATED SUSTAINABLE REGIONAL DEVELOPMENT PROJECT

June 19, 2012

Sustainable Development Department
Brazil Country Management Unit
Latin America and the Caribbean Region

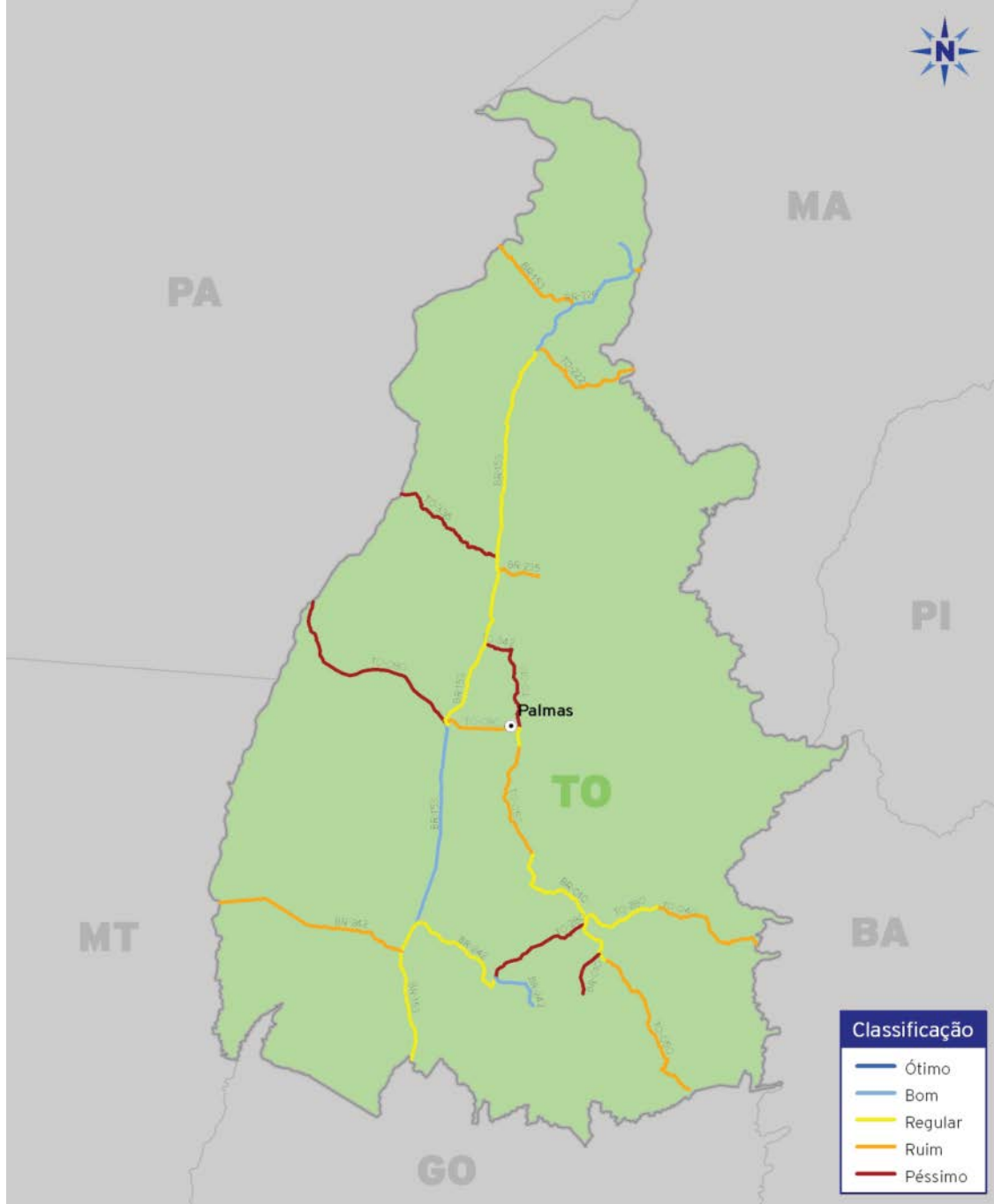


Tabela 58

Resultado das Variáveis - Tocantins

TIPO DE RODOVIA	Extensão avaliada	
	km	%
Pista dupla com canteiro central	32	1,2
Pista simples de mão dupla	2.531	98,8
TOTAL	2.563	100,0
CONDIÇÕES DE SUPERFÍCIE	Extensão avaliada	
	km	%
Totalmente perfeita	958	37,4
Desgastada	847	33,0
Trinca em malha/remendo	419	16,3
Afundamento/ondulações/buracos	339	13,2
TOTAL	2.563	100,0
FAIXAS CENTRAIS	Extensão avaliada	
	km	%
Pintura da faixas visível	1.156	45,1
Pintura da faixas desgastada	916	35,7
Pintura faixas inexistente	491	19,2
TOTAL	2.563	100,0

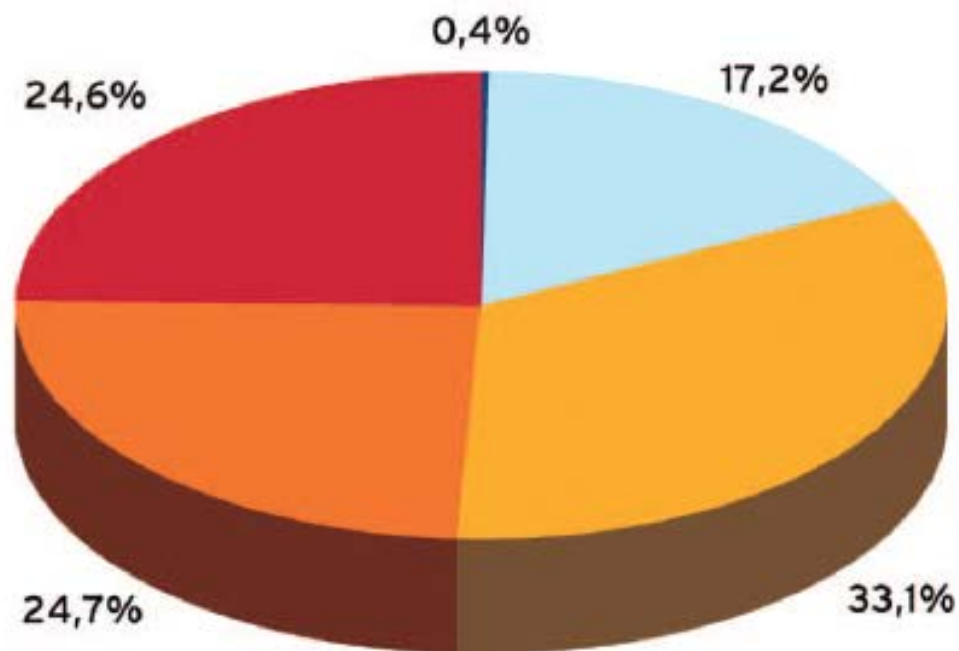
Tabela 58

Resultado das Variáveis - Tocantins

FAIXAS LATERAIS	Extensão avaliada	
	km	%
Pintura das faixas visível	918	35,8
Pintura das faixas desgastada	925	36,1
Pintura das faixas inexistente	720	28,1
TOTAL	2.563	100,0
PLACAS DE LIMITE DE VELOCIDADE	Extensão avaliada	
	km	%
Presente	1.033	40,3
Ausente	1.530	59,7
TOTAL	2.563	100,0
PLACAS DE INDICAÇÃO	Extensão avaliada	
	km	%
Presente	791	30,9
Ausente	1.772	69,1
TOTAL	2.563	100,0

Gráfico 65

Classificação Geral - Tocantins



- Ótimo
- Bom
- Regular
- Ruim
- Péssimo

O que fazer neste caso?



E neste caso?



E neste caso?



E neste caso?



E neste caso?



O que se objetiva

- Quanto de recursos é necessário?
- Como utilizar os recurso (\$)?
- Como escolher em quais vias aplicar esse recurso?
- Quanto aplicar em cada via?
- Qual a melhor alternativa para cada trecho?
- Como assegurar à sociedade que o recurso esteja sendo aplicado da melhor forma possível?

Motivação

- **Avaliação econômica de projetos é uma atividade integrante e importante da Gestão de Pavimentos:**
 - Manutenção de Rodovias/Vias
 - Recuperação de Rodovias/Vias
 - Duplicação/Ampliação de Capacidade de Rodovias
 - Pavimentação de Rodovias
 - Construção de Rodovias
- **Indispensável quando envolve financiamento por organismos internacionais:**
 - BIRD
 - BID
 -
- **Exemplos**

Avaliação econômica de projetos: motivação

- **Selecionar projetos que contribuam para o bem-estar social (*welfare*):**
 - população de um bairro, cidade, região, estado, ...
- **Medir e avaliar custos e benefícios econômicos e sociais (“bem estar social”)**

Responder às seguintes perguntas ...

- **O projeto é a melhor alternativa ?**
 - Há outras alternativas ? Técnicas, institucionais, políticas ?
 - Diferentes beneficiários ?
 - Diferentes prazos e cronogramas de desembolso ?
 - Quais os custos e benefícios de outras alternativas ?
- **O que vai acontecer se o projeto for implantado ? E sem não for ?**
 - Quais são os impactos nos diversos segmentos da sociedade
 - A diferença nas situações SEM e COM o projeto é a base para a avaliação dos custos e benefícios adicionais decorrentes do projeto.

Análise de Custo no Ciclo de Vida

- **Life Cycle Cost Analysis (LCCA)**
- **Análise econômica**
 - Comparar alternativas de projeto (pavimentação) e restauração/recuperação/reabilitação de pavimentos
 - Considera todos os custos relevantes
 - Avalia as alternativas considerando o mesmo período de análise
 - Período de tempo suficientemente longo para que todos os custos possam ocorrer e ser avaliados corretamente

Box A2.1 Terminology

The following terminology is used in this report:

- **VOC – Vehicle Operating Costs:** The total cost of road transport. Comprised primarily of fuel, tyre, parts, labour, oil and capital costs. It may also include travel time and crew costs.
- **RUE – Road User Effects:** Similar to VOC, but RUE also encompass other components traditionally missed—such as emissions and safety. In HDM-4 RUE has been adopted as the standard terminology.
- **RUC – Road User Costs:** The costs which arise when the components of the RUE are assigned monetary values.
- **RDWE – Road Deterioration and Works Effects:** Encompasses pavement deterioration and the effects of works improvements. The latter include maintenance as well as improvements such as widening.



HDM-4

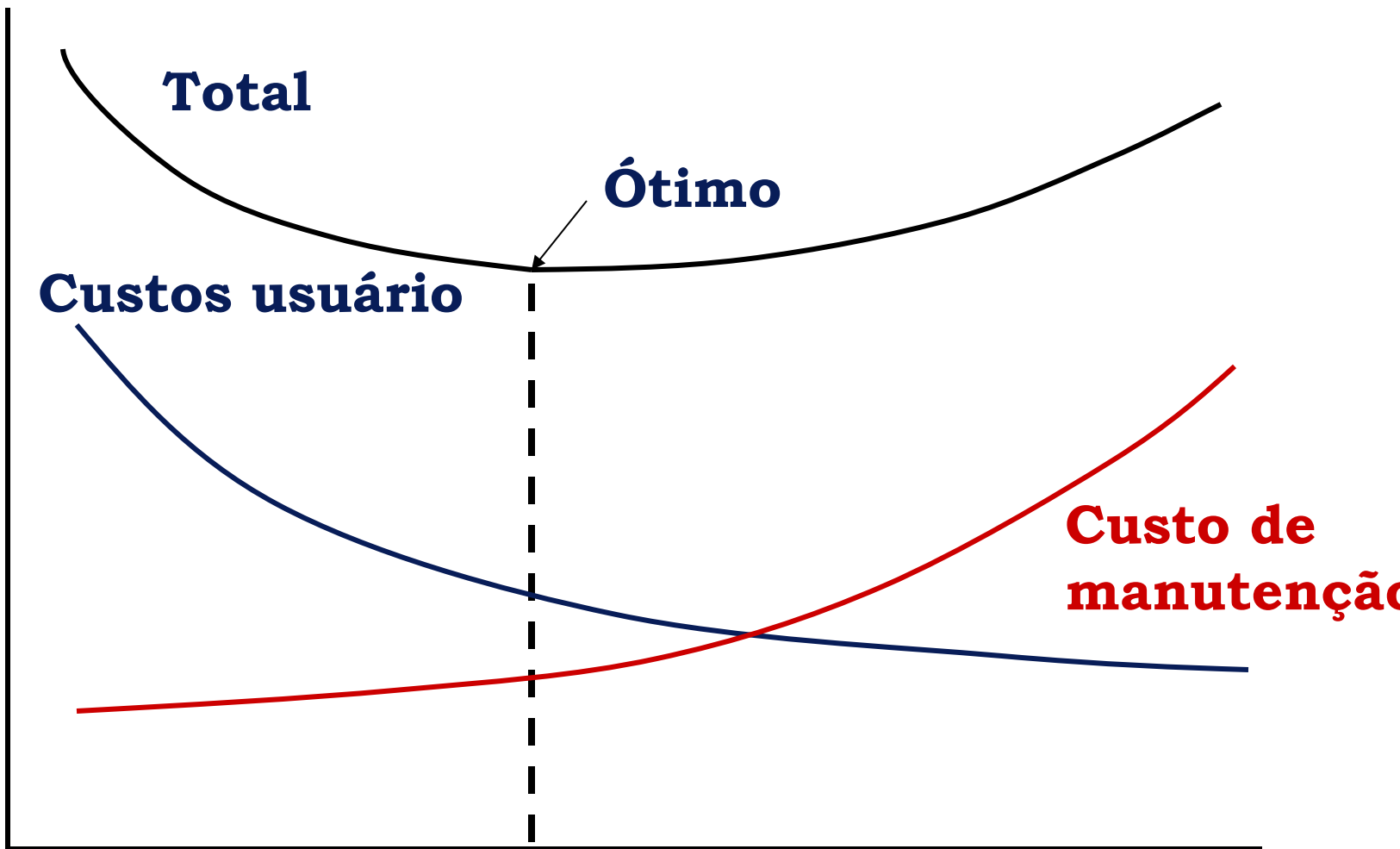
- ⊕ Prevê desempenho da via em função
 - ⊞ Volumes de tráfego e carregamento dos veículos
 - ⊞ Tipo de pavimento e estrutura/resistência
 - ⊞ Padrões de manutenção
 - ⊞ Environment / Climate

- ⊕ Quantifica benefícios para o usuário de:
 - ⊞ Economias em custos operacionais dos veículos (VOC)
 - ⊞ Menores tempos de viagem
 - ⊞ Redução do número de acidentes
 - ⊞ Efeitos ambientais



Condição de otimizabilidade

Cost



Padrões de manutenção



Custos no Ciclo de Vida

- ✚ Custos do órgão rodoviário
 - ✚ Gestão e operação
 - ✚ MO, equipamentos, materiais
 - ✚ Desapropriação
 - ✚ Manutenção e reabilitação
- ✚ Custos dos usuários
 - ✚ Operação dos veículos
 - ✚ Tempos de viagem
 - ✚ Acidentes

Exemplo

Alternativa 1



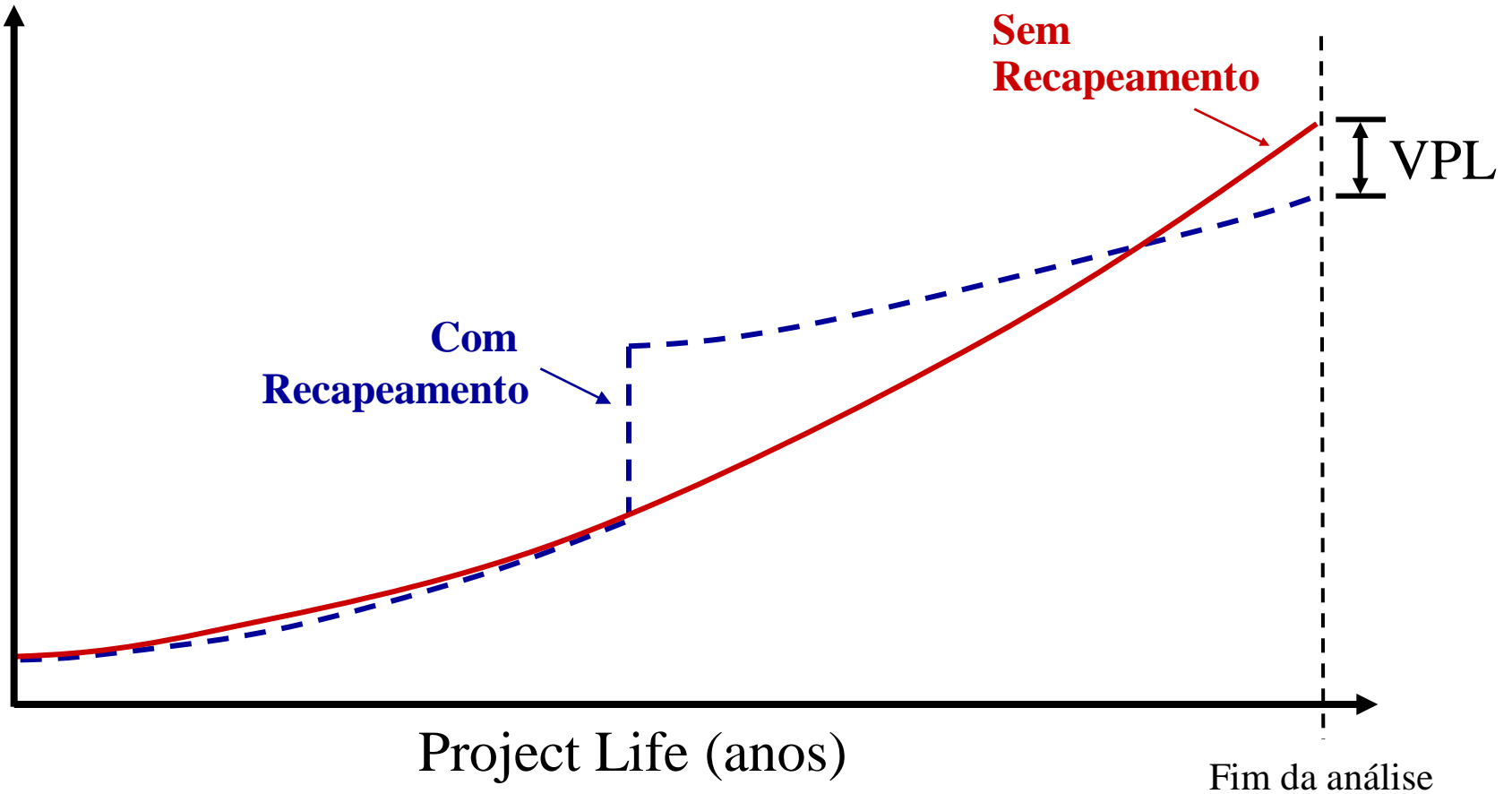
Alternativa 2





Comparação de alternativas

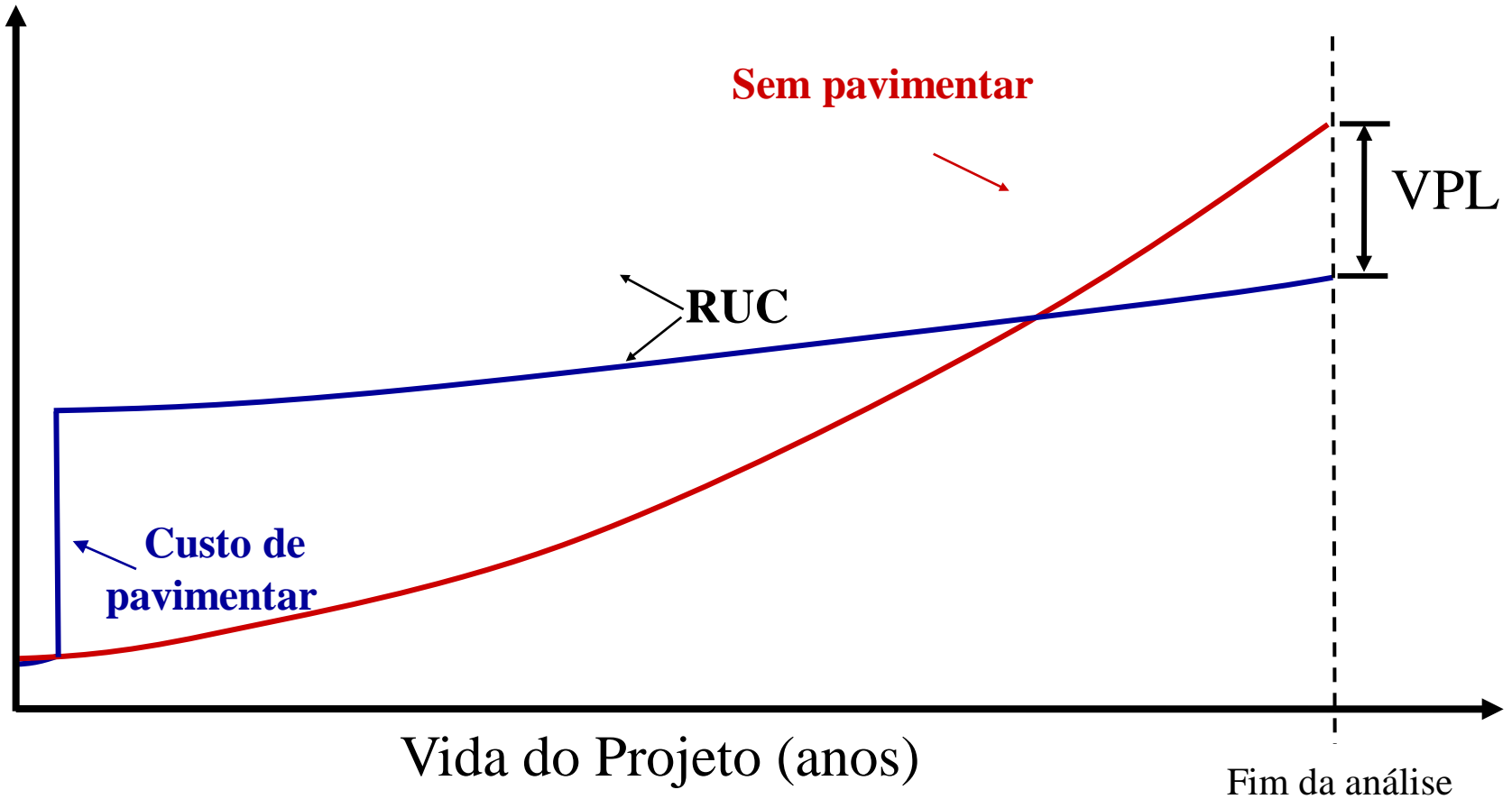
Custo Rodoviário anual
descontado (manutenção + usuários)





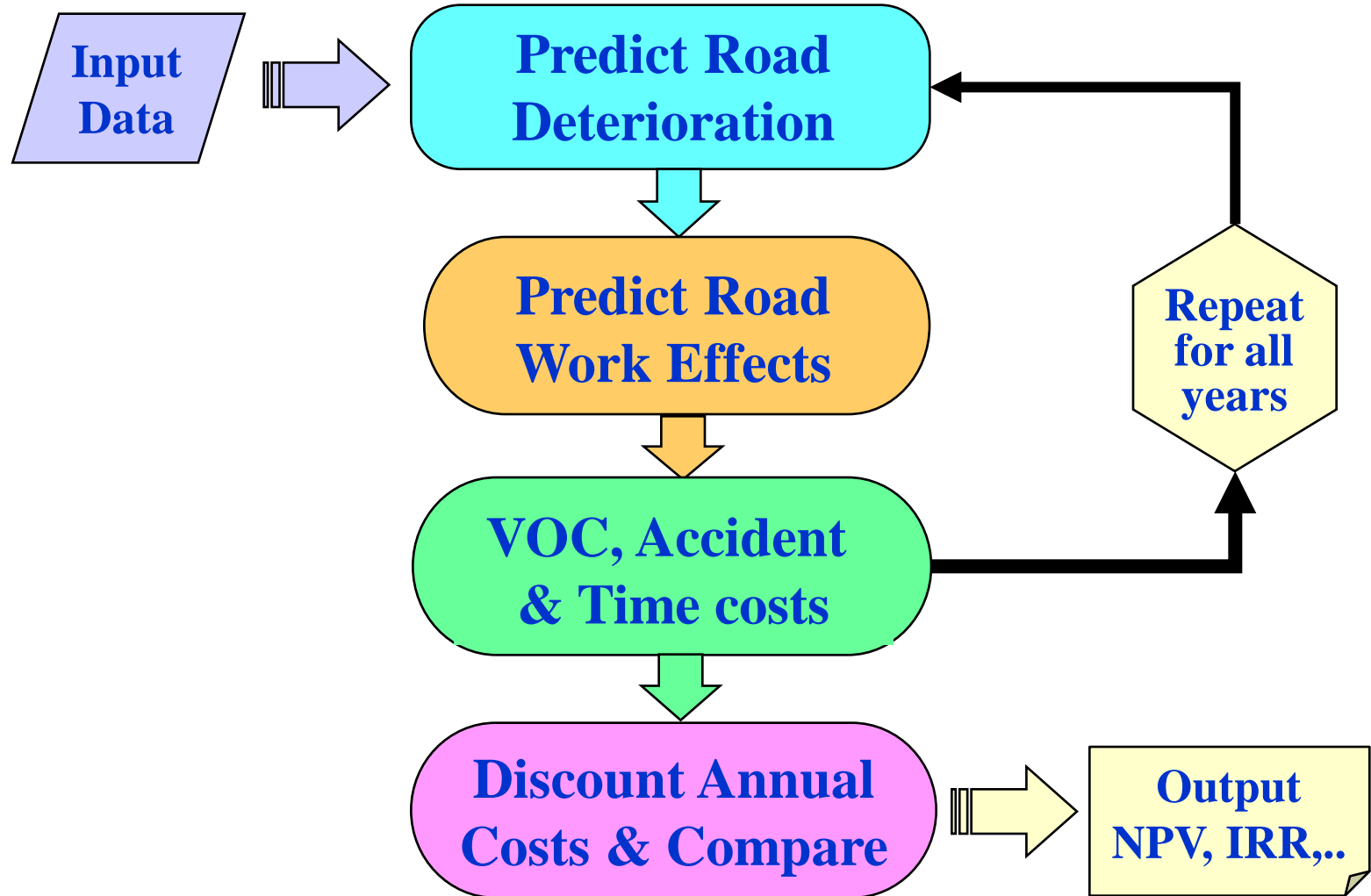
Comparação de alternativas

Custo Rodoviário anual
descontado (manutenção + usuários)





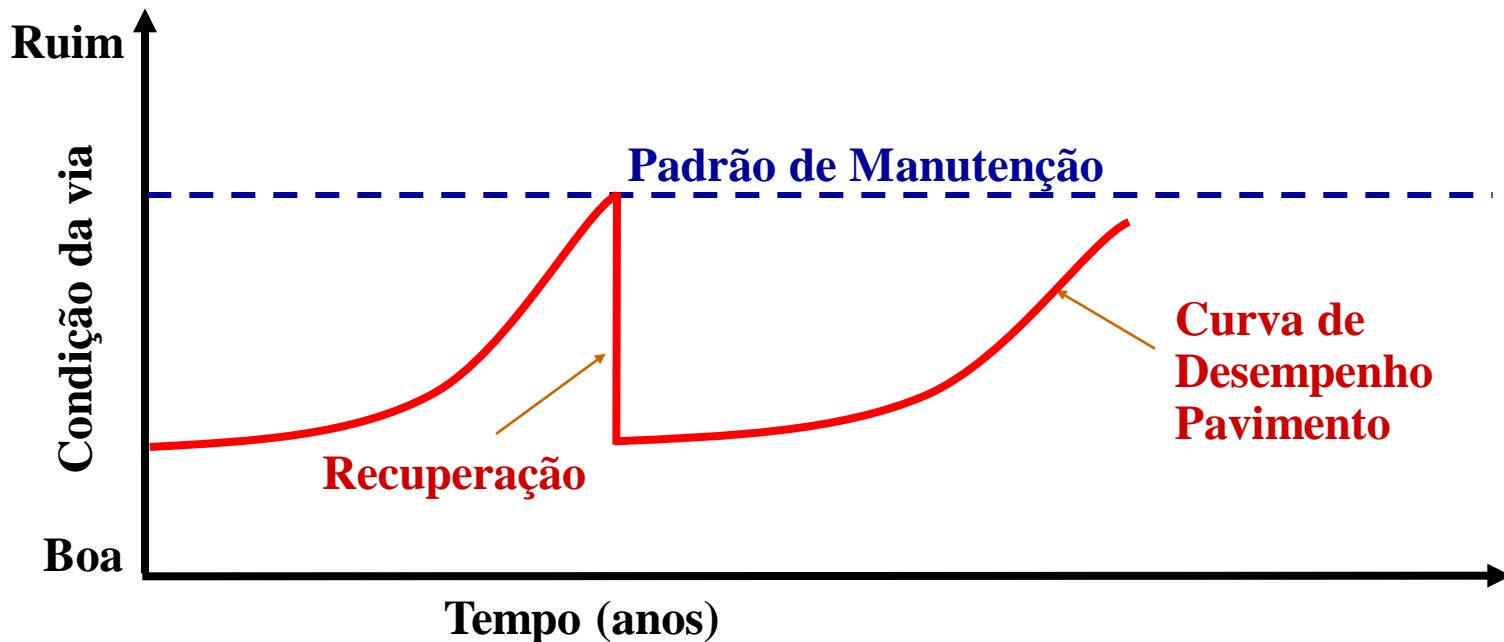
Análise no Ciclo de Vida





Previsão da deterioração

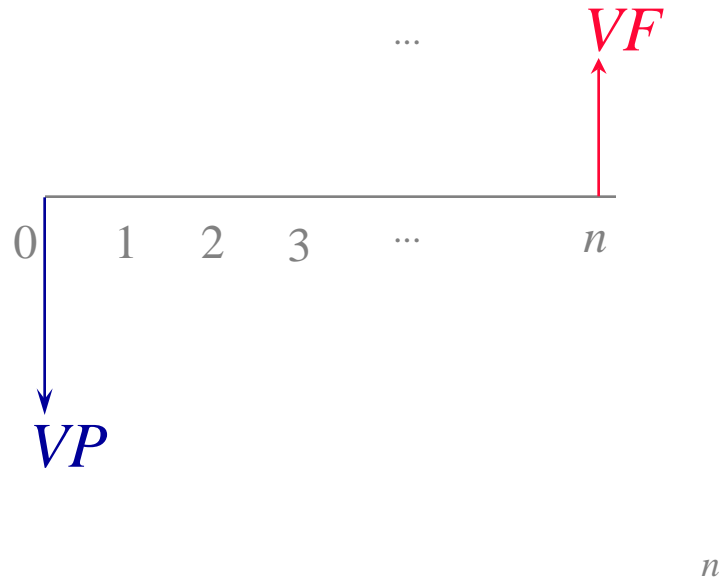
- ⊕ Prever desempenho do pavimento ao longo do tempo
- ⊕ Prever efeitos da manutenção
- ⊕ Estimar custos anuais dos usuários e do órgão rodoviário



Importância da Análise de Custo no Ciclo de Vida

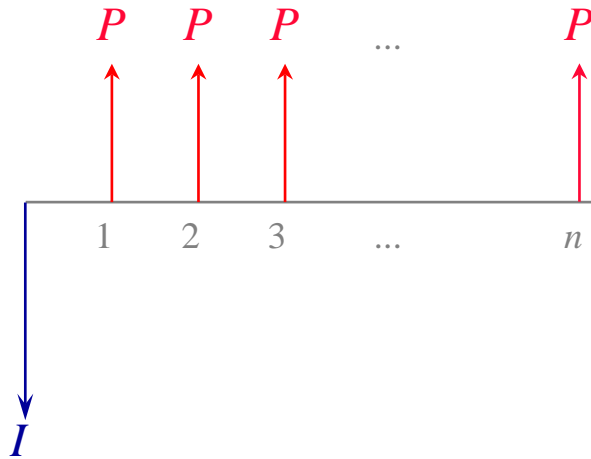
- **Permite considerar todos os custos**
 - Custos do órgão ou concessionária rodoviária
 - Custos dos usuários
- **Estratégias alternativas podem ser comparadas**
 - em uma base equivalente
 - baseadas nas hipóteses formuladas
- **Permite identificar a melhor alternativa do ponto de vista econômico**

Grandezas Financeiras no Tempo



$$VP = \frac{VF}{(1 + j)^n}$$

Grandezas Financeiras no Tempo



Série uniforme

$$P = I \times FRC$$

$$FRC = \frac{j(1+j)^n}{(1+j)^n - 1}$$

Taxa de Desconto j

- **Custo do dinheiro no tempo**
- **Aproximadamente equivalente à taxa de juros menos taxa de inflação**
- **Considera valores constantes ao longo do tempo**
 - Preços e custos futuros não variam em valores monetários (preço da gasolina = \$ 2.50/l)
 - Custo do dinheiro no tempo (investir \$1M hoje \neq \$1M em 2008)
- **Valores típicos utilizados em projetos de avaliação econômica: 10-12% ao ano**

Efeitos da Taxa de Desconto

- **Custo de oportunidade de capital**
- **Custos que ocorrem antes tem impacto maior**
- **Custos futuros tem impacto menor**

Salvage Cost

- **Custo residual**
- **Ao final da vida útil**

Critérios de Avaliação Econômica

- Valor Presente Líquido (VPL ou NPV)

$$VPL = \sum_{n=0}^N \frac{B_n - C_n}{(1 + j)^n}$$

- Taxa interna de retorno (TIR ou IRR)

custo de oportunidade de capital (taxa j) tal que $VPL = 0$

$$VPL = \sum_{n=0}^N \frac{B_n - C_n}{(1 + j)^n} = 0$$

Outros Critérios de Avaliação Econômica

- **Benefício Total (\$)**
- **Diferença Benefício-Custo (\$ não descontado)**
- **Relação Benefício-Custo (B/C)**

$$B / C = \frac{\sum_{n=0}^N \frac{B_n}{(1+j)^n}}{\sum_{n=0}^N \frac{C_n}{(1+j)^n}}$$

Outros Critérios de Avaliação Econômica

- Valor Presente Líquido pelo Investimento

$$\frac{VPL}{I} = \frac{\sum_{n=0}^N \frac{B_n - C_n}{(1+j)^n}}{I}$$

Fluxo de caixa

Projeto	Ano										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	-100	2	10	15	20	30	35	38	35	25	15
B	-90	5	15	25	30	34	30	22	15	10	5
C	-50	2	8	12	15	20	22	18	10	8	5

Fluxo de caixa descontado

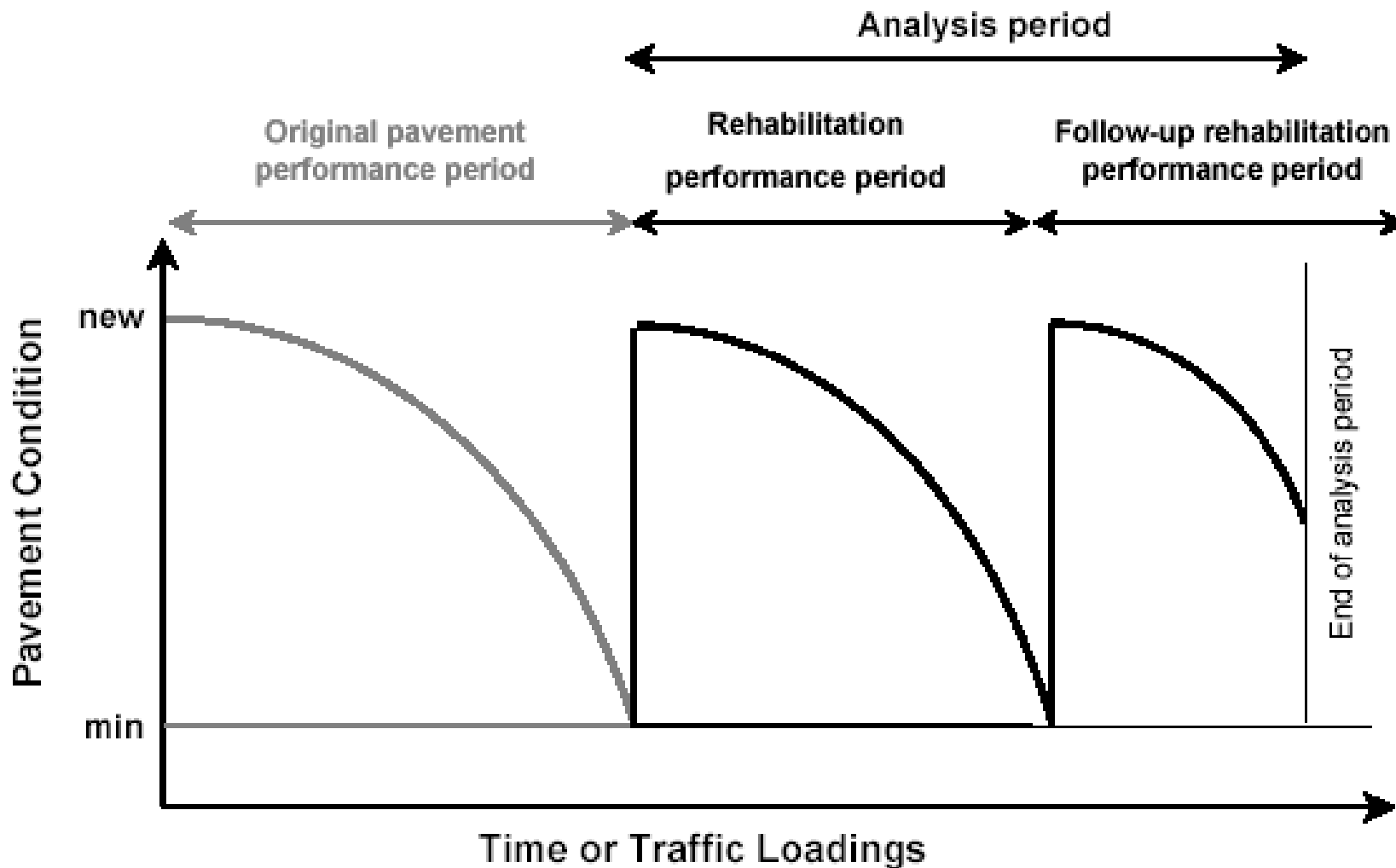
Projeto	Ano										
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	-100	1,8	8,3	11,3	13,7	18,6	19,8	19,5	16,3	10,6	5,8
B	-90	4,5	12,4	18,8	20,5	21,1	16,9	11,3	7,0	4,2	1,9
C	-50	1,8	6,6	9,0	10,2	12,4	12,4	9,2	4,7	3,4	1,9

Projeto	Custo	Benefício	VPL	B/C	TIR
A	100	125,6	25,6	1,26	14,4%
B	90	118,7	28,7	1,32	16,7%
C	50	71,8	21,8	1,44	18,2%

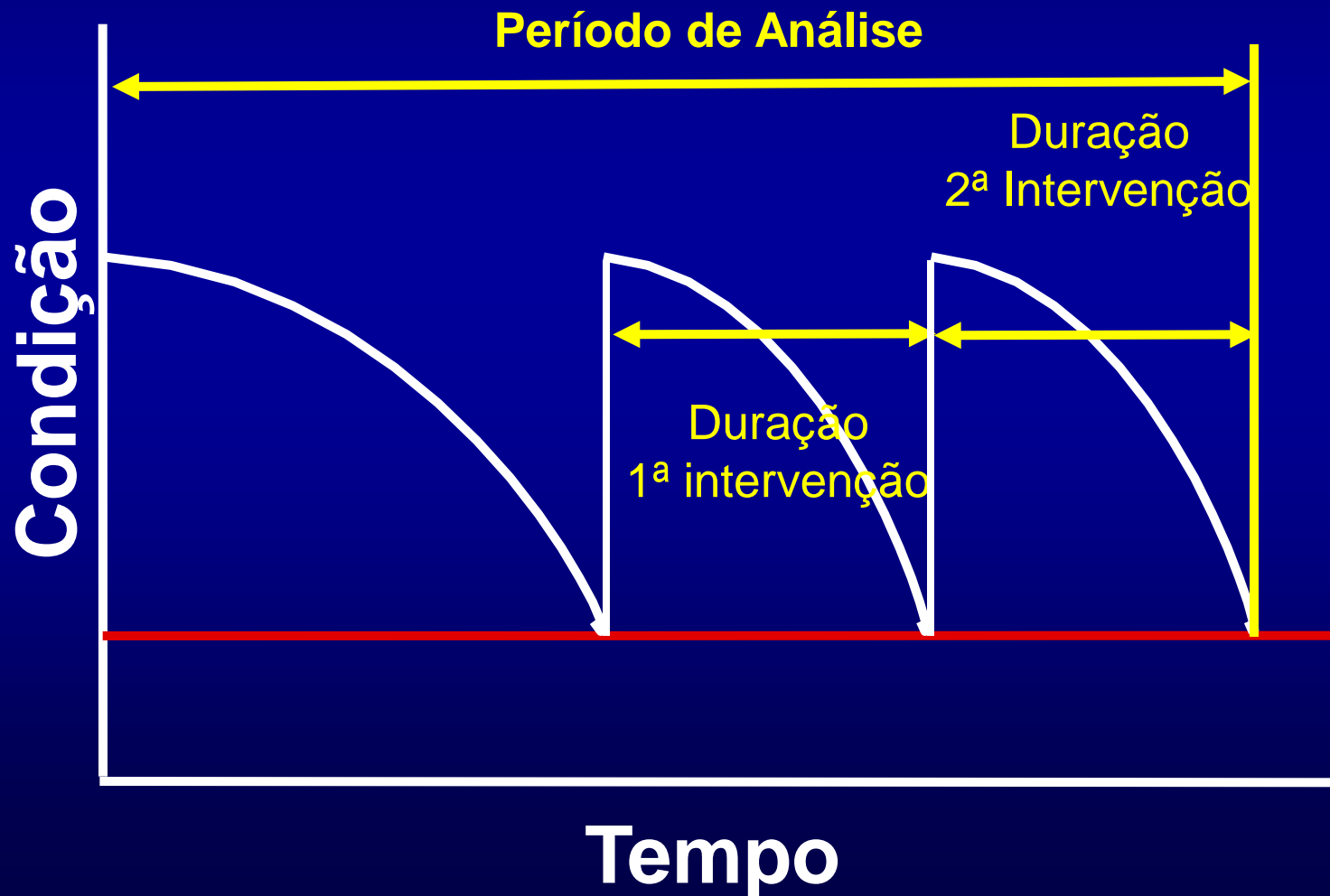
Período de Análise

- **Fundamental para a avaliação econômica**
- **Período de tempo no qual todos os custos são comparados**
- **A fim de possibilitar comparação de alternativas**
- **Deve ser longo o suficiente**
 - para refletir diferenças de custo
 - ocorrer uma intervenção de uma política que se pretende analisar

Período de Análise



Período de Análise



Período de Análise

- **Banco Mundial, BID: 25-30 anos**
- **FHWA (Federal Highway Administration): 35 anos**

Exemplo

Alt #1

- Investimento = \$1.2 M
- Manutenção cada 2 anos = \$65,000
- Intervenção no ano 10 = \$250,000
- Intervenção no ano 15 = \$450,000

Alt #2

- Investimento = \$1.5 M
- Manutenção cada 10 anos = \$65,000
- Intervenção no ano 15 = \$250,000

Considerar um período de análise de 20 anos e uma taxa de desconto de 4%.

ANALISE DE ALTERNATIVAS

taxa de desconto $j = 4\%$

ALT 1

Ano	Custo	FVP	Custo Descontado
0	1200	1,000	1200,00
2	65	0,925	60,10
4	65	0,855	55,56
6	65	0,790	51,37
8	65	0,731	47,49
10	315	0,676	212,80
12	65	0,625	40,60
14	65	0,577	37,54
15	450	0,555	249,87
16	65	0,534	34,70
18	65	0,494	32,09
20	65	0,456	29,67
			2051,79

ALT 2

Ano	Custo	FVP	Custo Descontado
0	1500	1,000	1500,00
10	65	0,676	43,91
15	250	0,555	138,82
20	65	0,456	29,67
			1712,39

ANALISE DE ALTERNATIVAS

taxa de desconto $j=$

12,78%

ALT 1

Ano	Custo	FVP	Custo Descontado
0	1200	1,000	1200,00
2	65	0,786	51,10
4	65	0,618	40,17
6	65	0,486	31,58
8	65	0,382	24,83
10	315	0,300	94,59
12	65	0,236	15,34
14	65	0,186	12,06
15	450	0,165	74,04
16	65	0,146	9,48
18	65	0,115	7,45
20	65	0,090	5,86
			1566,51

ALT 2

Ano	Custo	FVP	Custo Descontado
0	1500	1,000	1500,00
10	65	0,300	19,52
15	250	0,165	41,14
20	65	0,090	5,86
			1566,51

Alternativas a serem avaliadas

- **Situação COM o projeto**

Situação SEM o projeto

(medir custos e benefícios adicionais com o projeto)

- **Avaliar separadamente componentes que são separáveis**

– Exemplo: hidroelétrica

- geração de energia (GE), irrigação (Irr), lazer e turismo (L&T)

GE, Irr, L&T individualmente

GE + Irr

GE + L&T

Irr + L&T

Benefícios sócio-econômicos

- **Vale a pena investir?**
 - Há retorno para a sociedade?
- **Como medir o retorno de projetos na área rodoviária para a sociedade?**
- **Quais os principais benefícios em projetos rodoviários?**
 - Redução do custo operacional dos veículos
 - Menor custo/km
 - Menor distância percorrida
 - Redução do tempo de viagem de usuários e cargas
 - Redução de acidentes
 - Atividade econômica (renda, saúde, produtos mais baratos, etc...)

Montagem do Fluxo de Caixa

- **Custos e receitas financeiras**

- Análise sob a ótica do empreendedor / operador
- Viabilidade financeira do empreendimento
- Retorno do investimento e dos custos operacionais
- Ponto de partida para a avaliação econômica

Montagem do Fluxo de Caixa

- **Custos e benefícios econômicos**

- Envolve aspectos que não representam necessariamente dispêndios ou receitas financeiras para o responsável pelo projeto

- Exemplo: redução de acidentes

- Foco: custos de oportunidade para a sociedade

- Pagamento de impostos pelo empreendedor representa apenas transferência de recursos

Custos Econômicos

- **Diferente dos preços pagos pelo empreendedor**
- **Considera valores reais dos custos de M.O., insumos, produtos, serviços, sem **distorções**:**
 - Subsídios (transferência entre setores e não uso de recursos)
 - exemplos: óleo diesel
financiamento à exportação
 - Impostos, Tarifas, Sobretaxas
 - Serviços públicos: Custos para a sociedade superiores a tarifas cobradas
 - Água
 - Transporte (ex: metrô)
 - Rodovias
 - Monopólios (reserva de informática, preços de autos)
 - Controle de preços e de câmbio
 - Salário mínimo \times Desemprego

Outros aspectos

• Externalidades

– Decorrências da implantação do projeto (custos e benefícios) que não podem ser apropriadas diretamente pelo projeto:

- Valorização ou desvalorização de imóveis com a implantação do projeto
- Redução ou aumento da poluição
- Aumento de manutenção nos imóveis devido ao tráfego (vibrações, etc.)
- Poluição
- Doenças
- Aumento do turismo

• Componente em moeda estrangeira

– Impactos na importação/exportação, na balança de pagamentos e no câmbio

Análise de Sensibilidade

- **Levar em consideração incertezas quanto ao futuro**
 - Demanda
 - Custos
 - Preços
 - Receitas
 - Atrasos na construção do Projeto

- **Diversas Alternativas**

Custo	Benefício	TIR(%)
100	100	30
100	90	25
100	80	20
110	100	27
120	100	22
120	80	16

Desvantagens da análise de sensibilidade

- **Não leva em conta:**
 - Probabilidade de ocorrência de eventos
 - Correlação entre variáveis
- **Variações % de custos e benefícios não tem representatividade real em termos das variáveis do problema**
- **Técnicas sofisticadas de análise de risco**
 - Análise estocástica (simulação de Monte Carlo)

Previsão de Demanda em Projetos de Transporte

- **Projeção do tráfego**

- Tráfego normal
- Tráfego gerado (aumento de tráfego decorrente da diminuição de custo)
- Tráfego desviado

- **Crescimento do Tráfego**

- Baseado em previsões de crescimento econômico (PIB)
- Análise de série históricas

- **Cenários**

- Otimista
- Provável
- Pessimista

Custos dos Usuários

- *User costs*
- Custos da alternativa sob análise que são incorridos pelos usuários de uma rodovia
- ao longo do período de análise
- e que podem ser expressos em valores monetários

Categorias de Custos dos Usuários

- **Custos operacionais dos veículos**
 - Combustível, óleos, rodagem, manutenção, depreciação, etc.
- **Custos de Atrasos**
 - Velocidade reduzida ou uso de rotas alternativas
- **Custos de Acidentes**
- **Separados por grupos de usuários / tipos de veículos**
 - Automóveis, caminhões carregados e vazios, ônibus

Redução de Custos Operacionais dos Veículos

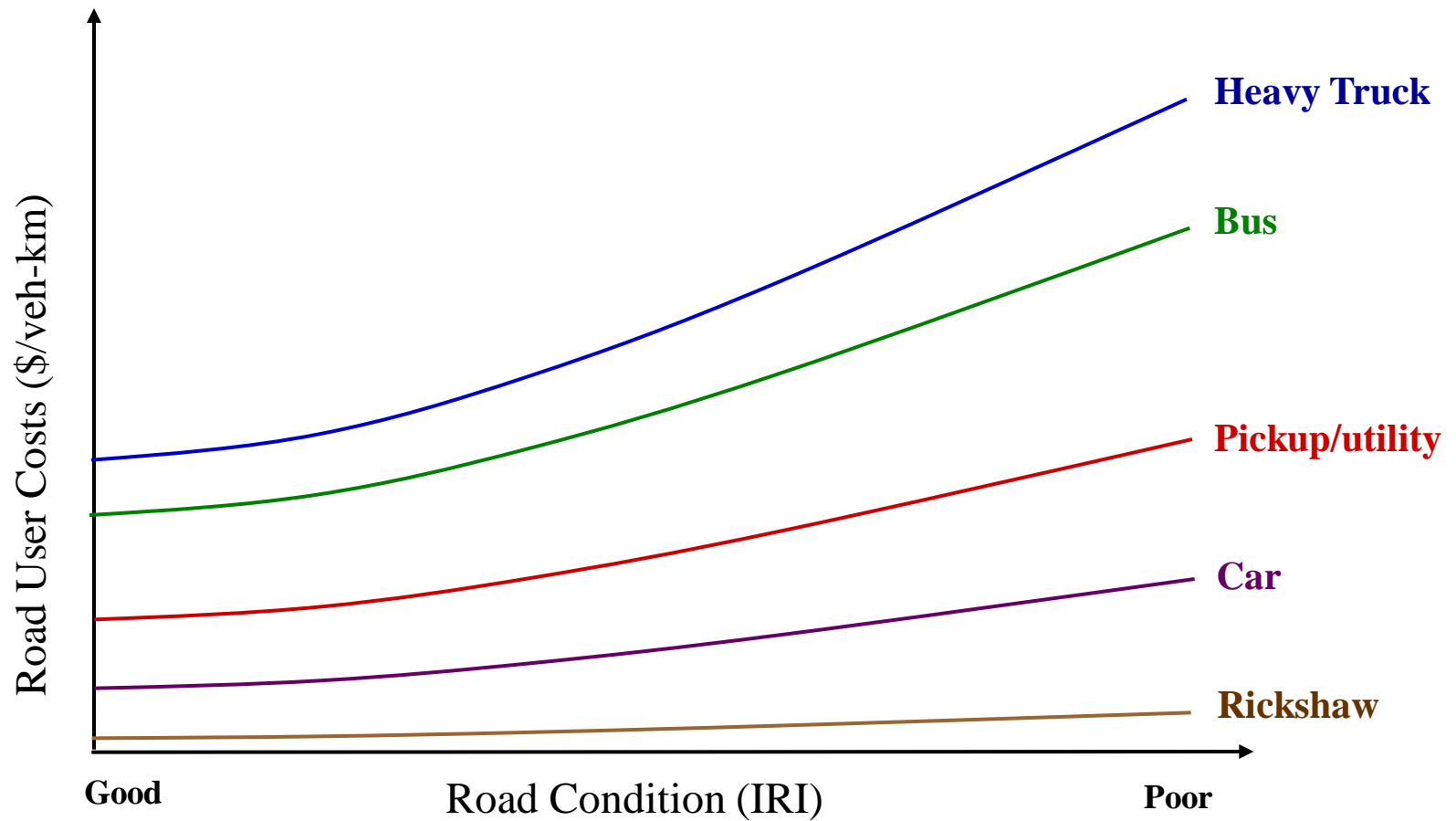
- **Principais parcelas:**

- Combustível
- Pneus
- Óleos
- Manutenção de Veículos (peças e MO)
- Desgaste (depreciação econômica)

- **Função:**

- Geometria da via (rampas, curvas, etc.)
- Condições da via & estado da superfície do revestimento
 - Pavimentada e não pavimentada
 - Qualidade de rolamento (irregularidade)

Condição da Via x Custos dos Veículos



Redução de tempo de viagem

- **Reflexos:**
 - Aumento de demanda
 - Maior disponibilidade para pagar mais pelo transporte
- **Quantificação dos benefícios depende da finalidade da viagem**
 - Motivo trabalho (custo da MO)
 - Outros motivos: valores menores, as vezes = 30% a 0% (lazer)
- **Transferência, espera, percurso a pé**
 - Penalização (até 50% maior do que tempo de viagem)
- **Transporte de carga**
 - Custo do estoque em trânsito

Acidentes

- **Custos de:**

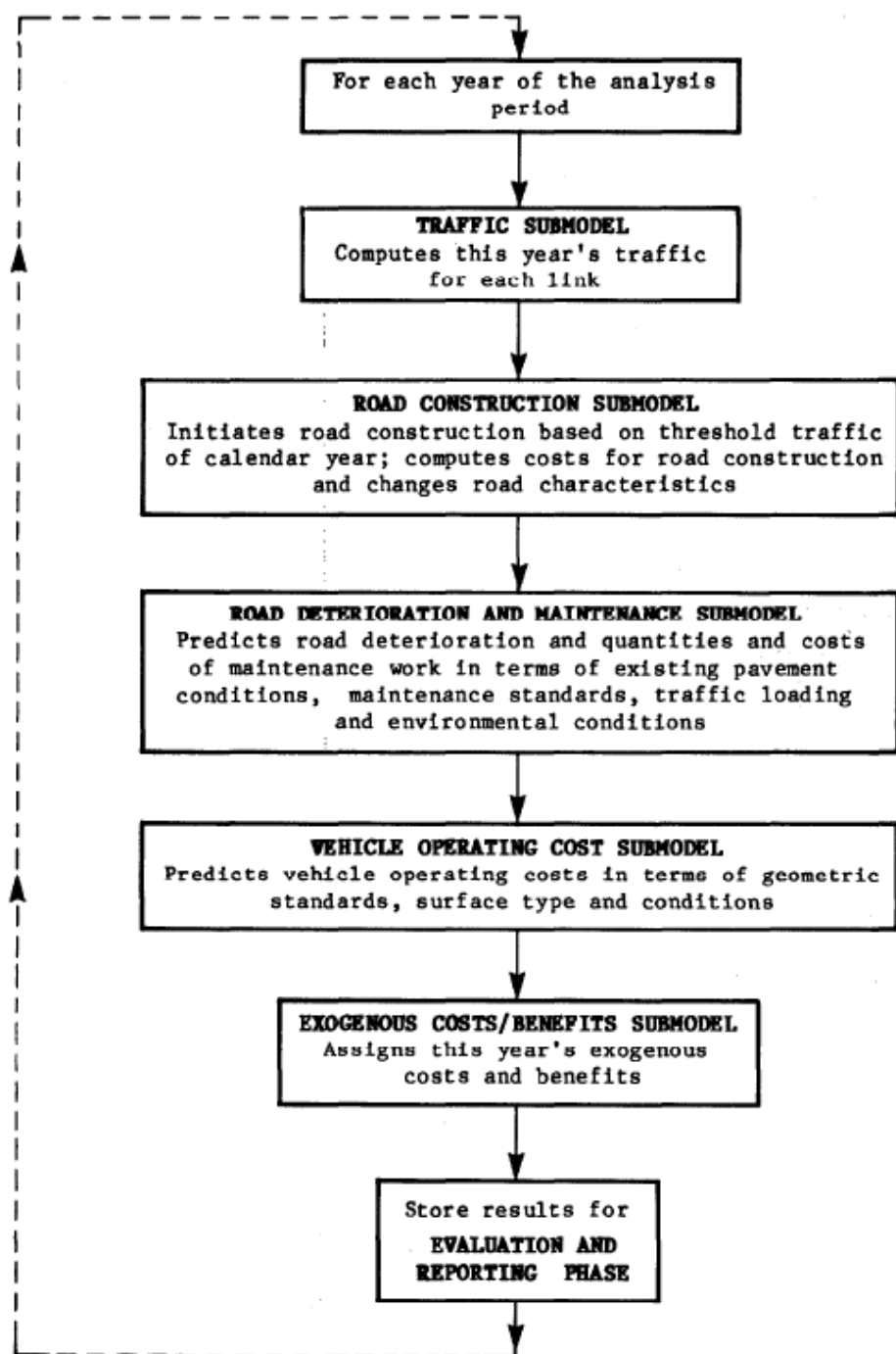
- Danos aos veículos
- Danos à via
- Hospitalização de Vítimas
- Horas de trabalho perdidas pelas vítimas
- Mortes
- Danos pessoais, sofrimento

MODELO VOC

- **VOC = *Vehicle Operating Costs***
- **Parte do modelo HDM-III do Banco Mundial**
 - HDM = Highway Design and Maintenance Model
 - utilizado em gerência de pavimentos das rodovias
- **Permite determinar custos operacionais para diferentes modelos de veículos em função de**
 - geometria horizontal e vertical da via
 - condição do pavimento da via
- **Desenvolvido a partir de extensa pesquisa de campo (PICR) no Brasil pelo Geipot entre 1975 e 1982**
 - PICR = Pesquisa de Inter-relacionamento de custos rodoviários

Aplicação do modelo VOC (HDM-III)

- **Apenas para rodovias (fluxo livre) pavimentadas e não pavimentadas (revestimento primário e terra)**
- **10 tipos / modelos de veículos**
 - Caminhões (MB-1113 / 2-3, Scania 110, F-4000 e F-400)
 - ônibus (MB O-362)
 - utilitário (VW Kombi)
 - autos (VW-1300, Opala, Dodge Dart)
- **Não leva em consideração nível de serviço ou congestionamento (redução de velocidade)**
- **Muito utilizado em estudos técnicos de valor de pedágio e privatização de rodovias**



VOC no HDM-IV

- **Veículos atualizados**
- **Expressões atualizadas**
- **Efeito de congestionamento pode ser considerado**

Condição dos pavimentos

- Expressa a partir do Quociente de Irregularidade (QI) (*roughness index*)
- Mede a qualidade de rolamento pelos veículos que trafegam em uma via
 - medida dos deslocamentos verticais do eixo do veículo, decorrentes de ondulações, buracos, remendos
- Valores básicos para rodovias pavimentadas

Condição geral do pavimento	QI	IRI
Bom	30	2,31
Regular	50	3,85
Mau	75	5,77

OBS: $Q_i = 13 \text{ IRI}$

Fatores que afetam custos operacionais



Fatores que afetam custos operacionais



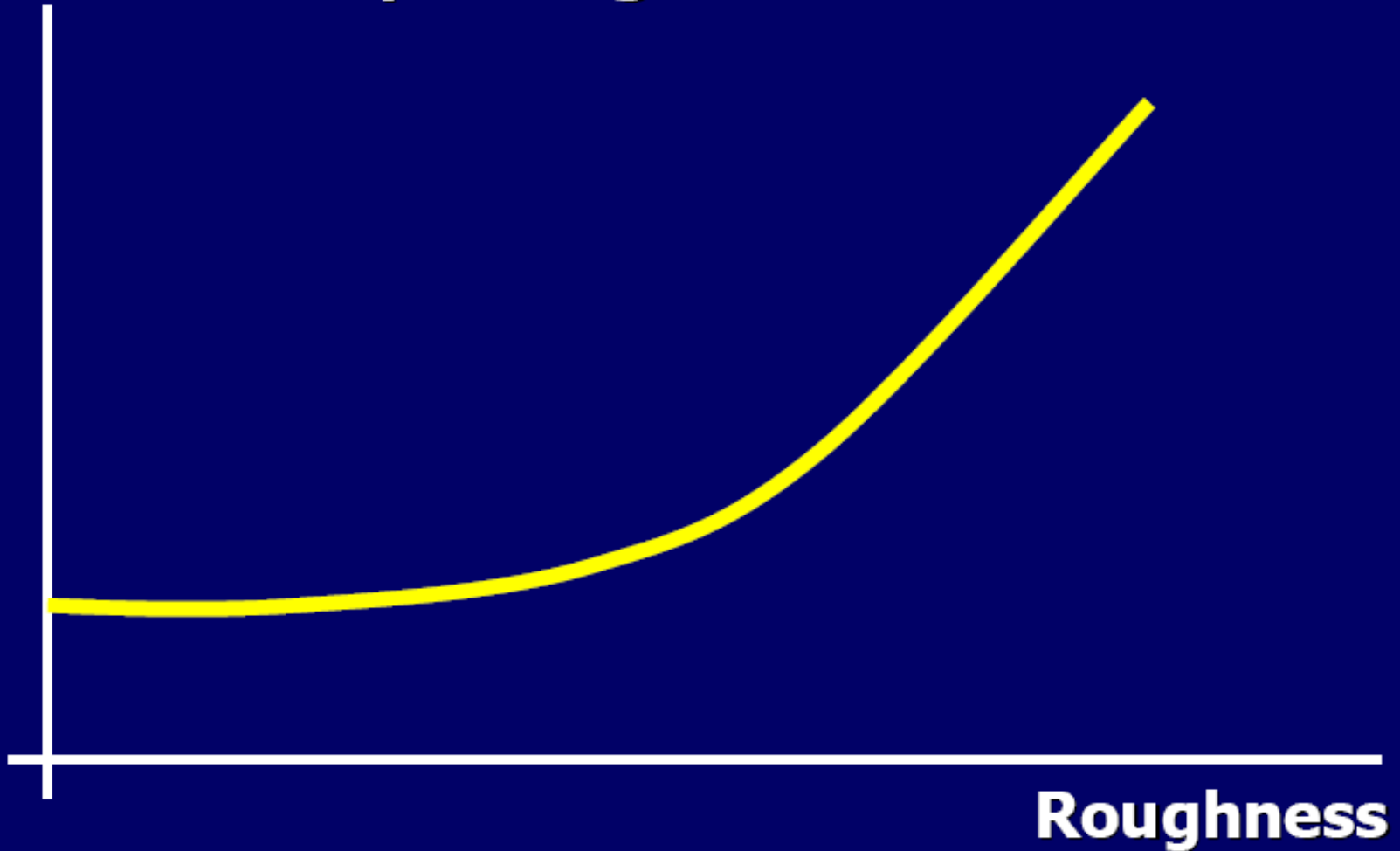
Fatores que afetam custos operacionais



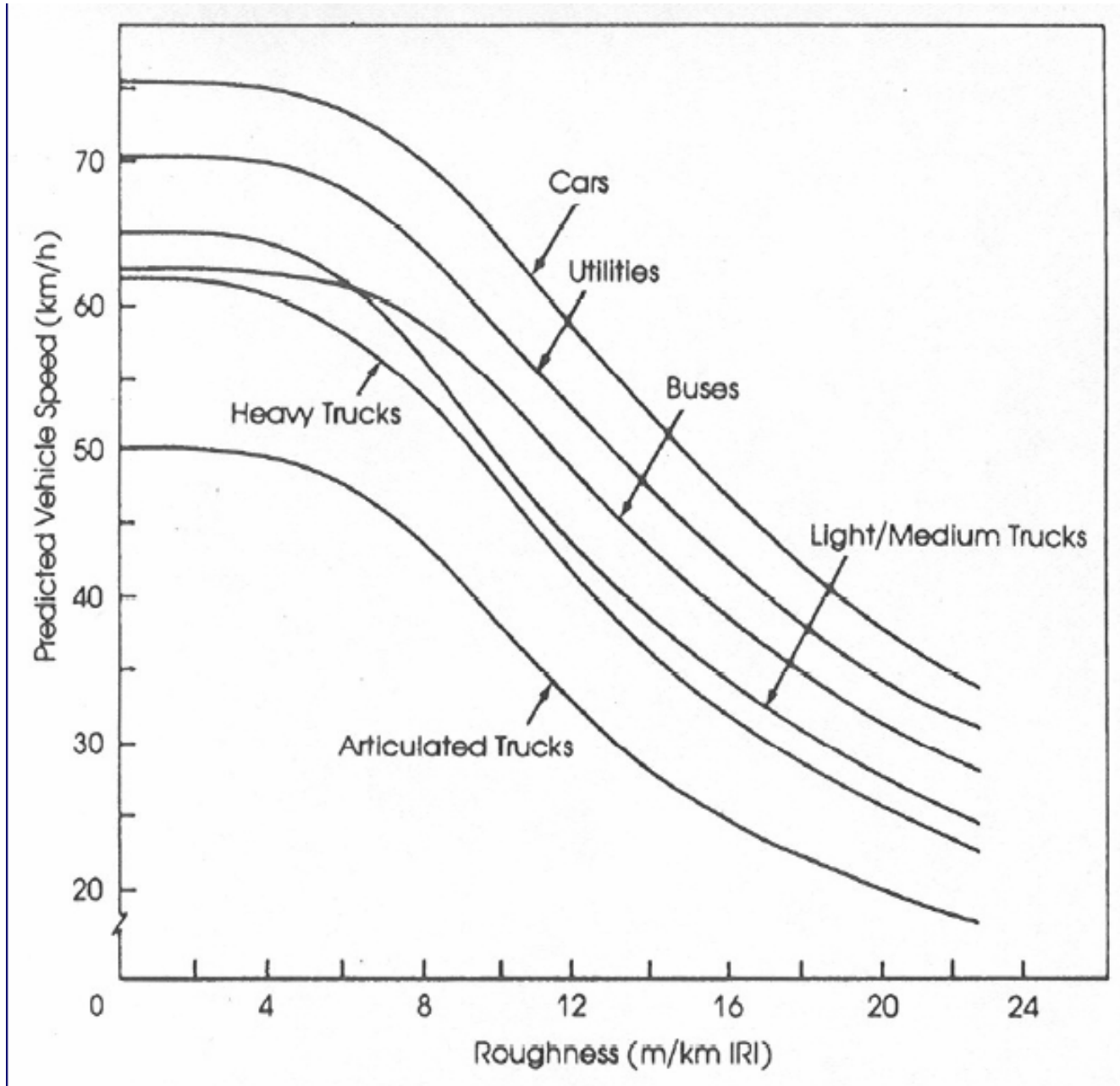
Fatores que afetam custos operacionais



Vehicle operating costs



Irregularidade X velocidades dos veículos



Pavement roughness predictions: HDM IV

$$\Delta RI_t = f\{t, H, CRX, SNC, \Delta NE_4, \Delta RDS, \Delta CRX, \Delta PAT, H_p, \Delta VPOT, Ri_t, \Delta t\}$$

ΔRI_t = increase in roughness over time period t ,

Ri_t = roughness at time t ,

ΔRDS = increase in standard deviation of rut depth,

ΔCRX = increase in cracked area,

ΔPAT = increase in patched area,

Δt = incremental time period of analysis,

ΔNE_4 = incremental number of ESALS,

SNC = modified structural number,

H = thickness of cracked layer,

CRX = area of cracking,

T = age of pavement or overlay,

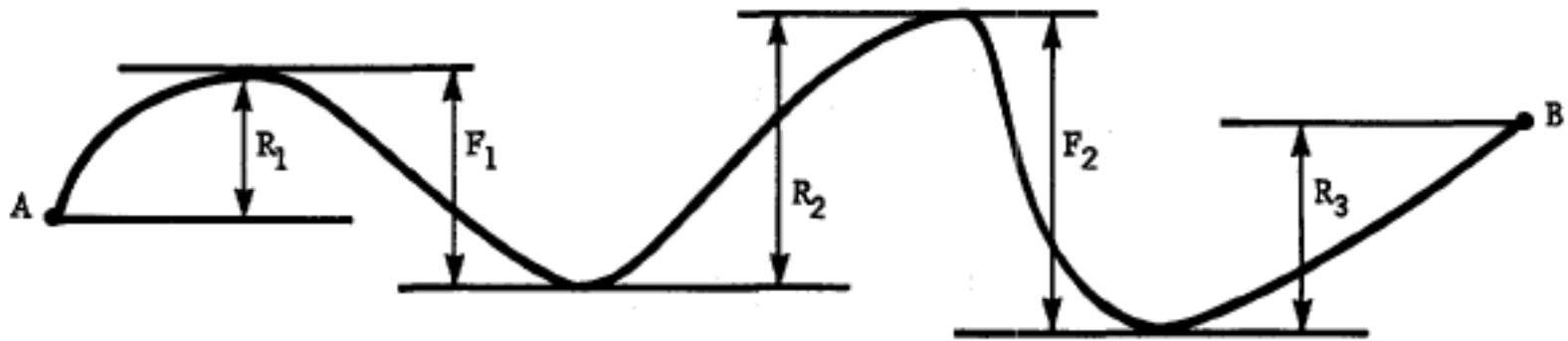
H_p = average potrusion of patch repairs above or below pavement surface,

$\Delta VPOT$ = increment in volume of open potholes.

Also climatic and geometric influences are involved.

Geometria Vertical

(a) Vertical profile of the road section



$$\text{Average rise plus fall, RF} = \frac{R_1 + R_2 + R_3 + F_1 + F_2}{L_{ab}} \quad \begin{array}{l} \text{(meters)} \\ \text{(km)} \end{array}$$

Geometria Vertical

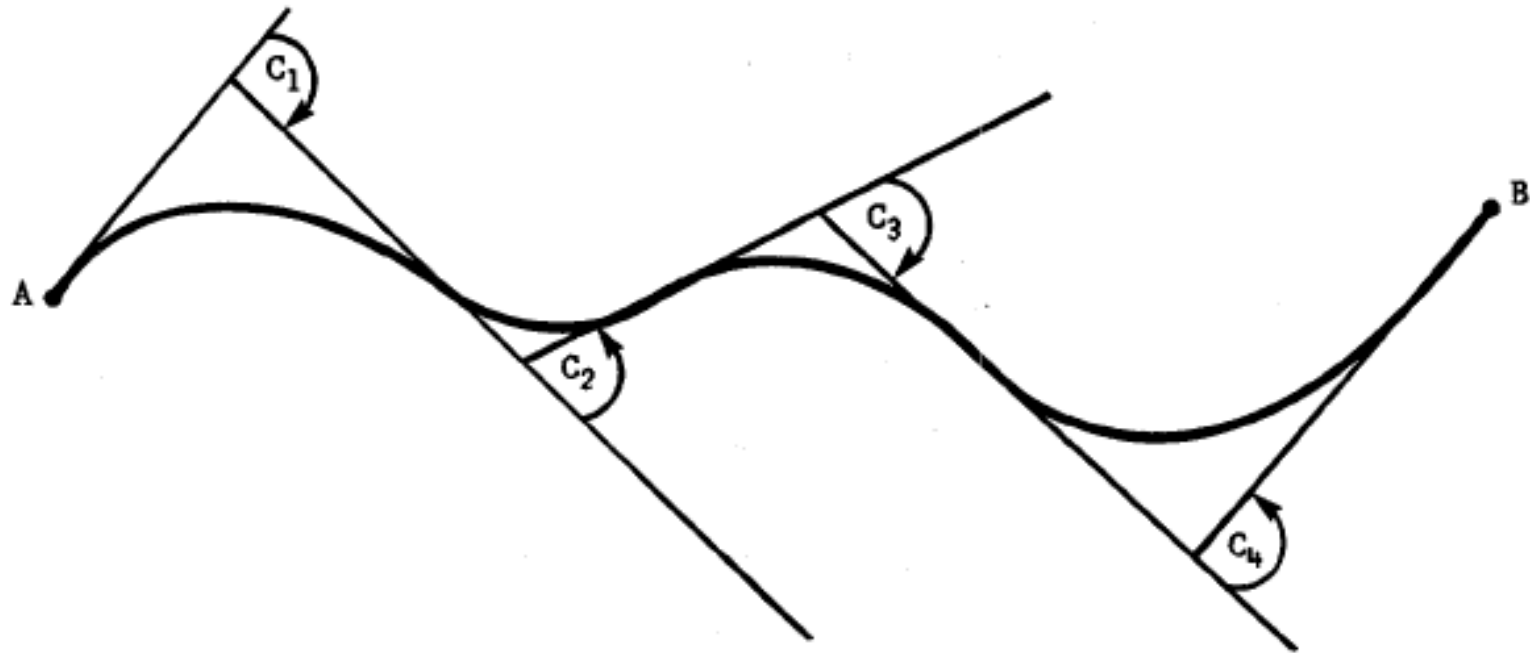
- **RPF = (*rise plus fall*) - Taxa de subidas e descidas**

$$\frac{\sum |h_i|}{L} = \frac{\text{somatória dos desníveis}}{\text{extensão do trecho}} = \frac{[m]}{[km]}$$

Perfil	RPF (m/km)
Plano	10
Ondulado	25
Montanhoso	40

Geometria Horizontal

(b) Plan view of the road section



$$\text{Average horizontal curvature, } C = \frac{C_1 + C_2 + C_3 + C_4}{L_{ab}} \quad \begin{array}{l} \text{(degrees)} \\ \text{(km)} \end{array}$$

Geometria Horizontal

- **ADC = (*average daily curve*) - Angulo médio de curvatura da rodovia**

$$\frac{\sum |\varphi_i|}{L} = \frac{\text{somatória dos angulos centrais das curvas}}{\text{extensão do trecho}} = \frac{[\textit{graus}]}{[\textit{km}]}$$

Perfil	ADC (°/km)
Plano	15
Ondulado	25
Montanhoso	35

Exemplo – Problema de Investimento

- **Estão sendo consideradas seis alternativas de investimento.**
- **O valor disponível para investimento é de \$ 14.000**

	Capital	Retorno Esperado
Investimento 1	\$ 5.000	\$ 16.000
Investimento 2	\$ 11.500	\$ 50.000
Investimento 3	\$ 4.000	\$ 12.000
Investimento 4	\$ 8.000	\$ 32.000
Investimento 5	\$ 2.500	\$ 6.000
Investimento 6	\$ 3.000	\$ 8.000

Pergunta-se:

- **Quais investimentos selecionar de modo a maximizar o retorno (VPL) ?**
- **Investimento não pode ser parcial**

Modelo Matemático

- Variáveis de decisão:

$y_j = 1$ se o investimento j é realizado; 0 caso contrário

- Formulação matemática:

$$[\max] \sum_{j=1}^6 VPL_i \cdot y_i = 16y_1 + 50y_2 + 12y_3 + 32y_4 + 6y_5 + 8y_6$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^6 I_j \cdot Y_j = 5y_1 + 11.5y_2 + 4y_3 + 8y_4 + 2.5y_5 + 3y_6 \leq 14$$

$$y_j \in \{0,1\}, j = 1,2,\dots,6$$

Problema da Mochila
(Knapsack Problem)

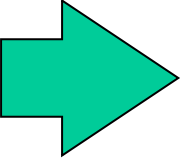
Restrições adicionais (I)

- E se os investimentos (5) e (6) forem mutuamente excludentes, ou seja, só um deles pode ser escolhido ?

$$[\max] 16y_1 + 50y_2 + 12y_3 + 32y_4 + 6y_5 + 8y_6$$

s.a.

$$5y_1 + 11.5y_2 + 4y_3 + 8y_4 + 2.5y_5 + 3y_6 \leq 14$$


$$y_5 + y_6 \leq 1$$

$$y_j \in \{0,1\}, j = 1,2,\dots,6$$

Modelo Matemático

- Variáveis de decisão:

$y_j = 1$ se o investimento j é realizado; 0 caso contrário

- Formulação matemática:

$$[\max] \sum_{j=1}^6 VPL_j \cdot y_j = 16y_1 + 50y_2 + 12y_3 + 32y_4 + 6y_5 + 8y_6$$

s.a.

$$\sum_{j=1}^6 I_j \cdot Y_j = 5y_1 + 11.5y_2 + 4y_3 + 8y_4 + 2.5y_5 + 3y_6 \leq 14$$

$$y_j \in \{0,1\}, j = 1,2,\dots,6$$

Problema da Mochila
(Knapsack Problem)

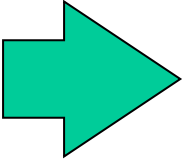
Restrições adicionais (I)

- E se os investimentos (5) e (6) forem mutuamente excludentes, ou seja, só um deles pode ser escolhido ?

$$[\max] 16y_1 + 50y_2 + 12y_3 + 32y_4 + 6y_5 + 8y_6$$

s.a.

$$5y_1 + 11.5y_2 + 4y_3 + 8y_4 + 2.5y_5 + 3y_6 \leq 14$$


$$y_5 + y_6 \leq 1$$

$$y_j \in \{0,1\}, j = 1,2,\dots,6$$

Problema de Investimento (2)

- O poder público está avaliando 10 projetos de transportes investimento. Para cada projeto foi estimado um valor presente líquido (VPL) e os investimentos em três anos. Há um limite de recursos para investir em cada ano, como mostrado na tabela do slide seguinte. Determinar em que projetos se deve investir de tal forma a maximizar o seu VPL.
- Considere uma limitação global de 50 milhões para o período de 3 anos. Como se alteraria a solução?

Projeto	ano 1	ano 2	ano 3	VPL
1	5	4	6	22
2	4	3	3	17
3	3	2	1	16
4	4	1	2	14
5	5	3	6	20
6	3	5	2	15
7	7	5	4	25
8	4	4	6	22
9	6	5	4	23
10	2	3	2	12
Recursos Disponíveis	22	18	15	

Bibliografia

- Belli, P.; Anderson, J.; Barnum, H.; Dixon, J.; Tan, J-E
Handbook on Economic Analysis of Investment Operations.
World Bank working paper, 1978.

- Adler, H. *Avaliação de Projetos de Transportes.* Livros
Técnicos e Científicos Editora, 1978.