**MAP2310 - Métodos Numéricos em Equações Diferenciais I**

**1º Semestre de 2012 - Prof. Nelson Kuhl**

**Prova 3 - 19/06/2012**

(*Todas as questões valem 2.5 pontos*)

**Questão 1** Consisdere o sistema

$$\dot{x} = y, \qquad \dot{y} = -x + 0.1x^3$$

Partindo de $x(0) = 2$ e $y(0) = 0.5$, use o método do ponto médio para avançar um passo no tempo com $h = 0.02$.

**Questão 2** A tabela abaixo apresenta os parâmetros de um par embutido de métodos Runge-Kutta de ordens 2 e 3

| $i$ | $a_i$ | $b_{ij}$ | | $c_i$ | $\tilde{c}_i$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | 0 | $\frac{1}{6}$ |
| 2 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | | 1 | $\frac{4}{6}$ |
| 3 | 1 | -1 | 2 | 0 | $\frac{1}{6}$ |
| $j =$ | | 1 | 2 | *ordem 2* | *ordem 3* |

Deseja-se aproximar a solução da equação diferencial $\dot{x} = x - t^2 + 1$ com erro menor do que 0.002 usando este par de métodos. Partindo de $x(0) = 0.5$ e da tentativa inicial $h = 0.2$, avance um passo no tempo, decidindo se este $h$ inicial é aceito ou não e estimando o tamanho a ser usado no passo seguinte.

**Questão 3** Soluções $\varphi(t)$ de $\dot{x} = f(t, x)$ satisfazem

$$\varphi(t_{j+1}) = \varphi(t_{j-1}) + \int_{t_{j-1}}^{t_{j+1}} f(t, \varphi(t))\, dt$$

Obtenha o método de passo múltiplo quando se aproxima a integral pela integral em $[t_{j-1}, t_{j+1}]$ do ploinômio interpolador que passa pelos pontos $(t_j, f_j)$ e $(t_{j-1}, f_{j-1})$. Qual a ordem do método? Ele é convergente?

**Questão 4** Obtenha o método de passo múltiplo linear de ordem máxima da forma

$$\eta_{j+2} + a_1\eta_{j+1} + a_0\eta_j = hb_2 f(t_{j+2}, \eta_{j+2})$$

para a equação diferencial $\dot{x} = f(t, x)$.