MAP2310 - Métodos Numéricos em Equações Diferenciais I

1º Semestre de 2012 - Prof. Nelson Kuhl

Prova 1 - 10/04/2012

Questão 1 (2.5 pontos) Dadas as funções

$$\varphi_1(t) = \frac{1}{t}, \quad \varphi_2(t) = \frac{2}{t} \;\text{ e }\; \varphi_3(t) = \frac{3}{3t-1},$$

verifique quais delas são soluções da equação diferencial $x' = -x^2$.

Questão 2 (2.5 pontos) Obtenha a solução do problema de valor inicial

$$x' = -\frac{2t}{2x+1}, \quad x(0) = 1$$

e determine para que valores de t a solução está definida.

Questão 3

a) (1.5 pontos) Mostre que a mudança de variável dependente $y = x^{1-n}$ transforma a equação de Bernoulli $x' = p(t)x + q(t)x^n$ na equação diferencial linear $y' = (1-n)p(t)y + (1-n)q(t)$.

b) (1.5 pontos) Resolva o problema de valor inicial

$$x' = -\frac{1}{3}x + \frac{e^{-t}}{x^2}, \quad x(0) = 1.$$

Questão 4 (2.0 pontos) O método de Heun para equação $x' = f(t,x)$ é dado por

$$\eta_{j+1} = \eta_j + \frac{h}{2}\left[f(t_j,\eta_j) + f(t_j + h, \eta_j + hf(t_j,\eta_j))\right].$$

Partindo de $\eta_0 = 0.5$ no instante $t_0 = 0$, use o método de Heun com $h = 0.2$ para obter a aproximação em t_1 da solução do problema

$$x' = x - t^2 + 1, \quad x(0) = 0.5.$$