

# Mecânica Quântica II - 4300404

## 10<sup>a</sup> lista

1) a) Usando a relação :  $[L_i, x_j] = i\hbar\varepsilon_{ijk}x_k$  mostre que

$$[L^2, z] = 2i\hbar(xL_y - yL_x - i\hbar z)$$

b) Usando a relação acima, e o fato que  $\vec{r} \cdot \vec{L} = \vec{r} \cdot (\vec{r} \times \vec{p}) = 0$ , mostre que

$$[L^2, [L^2, z]] = 2\hbar^2(zL^2 + L^2z)$$

c) Generalize o resultado em b) para mostrar que

$$[L^2, [L^2, \vec{r}]] = 2\hbar^2(\vec{r}L^2 + L^2\vec{r})$$

2) Um elétron no estado  $|3\ 0\ 0\rangle$  decai, por uma sequência de emissões espontâneas, no estado fundamental.

a) Usando as regras de seleção mostre as rotas que esse decaimento pode seguir através de esquemas do tipo:

$$|3\ 0\ 0\rangle \rightarrow |n\ l\ m\rangle \rightarrow \dots \rightarrow |1\ 0\ 0\rangle$$

b) Chamando de  $K$  o resultado da integral radial, determine  $\vec{p} = e\langle 3\ 0\ 0|\vec{r}|n\ l\ m\rangle$ , para os estados intermediários possíveis, em termos de  $K$ .

c) Lembrando que a vida média de um estado é dada por:

$$\tau = \frac{1}{A} = \frac{3\pi\epsilon_0\hbar^4 c^3}{|p|^2(E_3 - E_n)^3}$$

compare as vidas médias para os vários decaimentos intermediários possíveis analisados no ítem b).

3) Porque existe emissão espontânea mas não existe absorção espontânea?

4) Usando a expressão obtida para a seção de choque diferencial para o espalhamento de uma partícula livre por um centro de força externo:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{2\pi m^2}{\hbar^4} |\mathcal{V}(\vec{k}_I - k_I \hat{k}_F)|^2$$

calcule a seção de choque para o potencial  $V(\vec{r}) = V_0 a \delta(r - a)$ , que pode representar o espalhamento quântico por uma esfera dura de raio  $a$ . Qual é o valor máximo para essa seção de choque? Qual é o valor do ângulo de espalhamento para que a seção de choque seja máxima? Quando ela é igual à seção de choque clássica?