
Física Moderna II

Aula 14

Marcelo G. Munhoz

munhoz@if.usp.br

Lab. Pelletron, sala 245

ramal 6940

Como podemos descrever o núcleo de maneira mais detalhada?

- Propriedades estáticas:

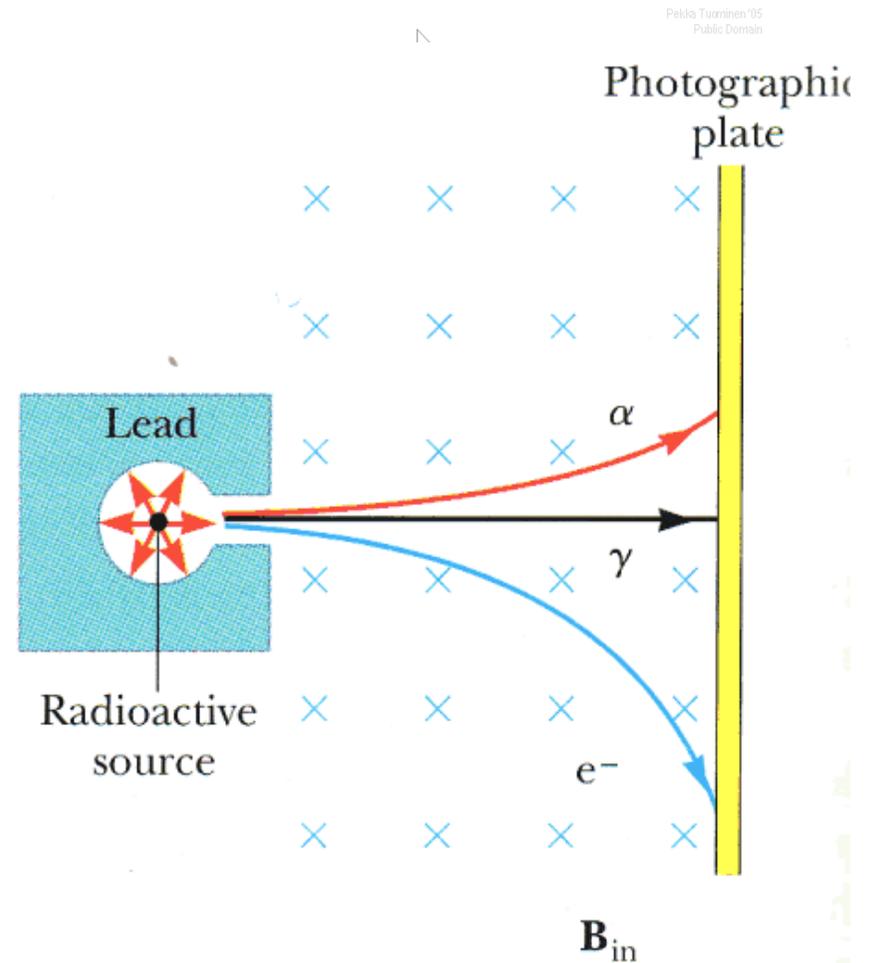
- Tamanho,
- Massa,
- Distribuição da carga.

- Propriedades dinâmicas:

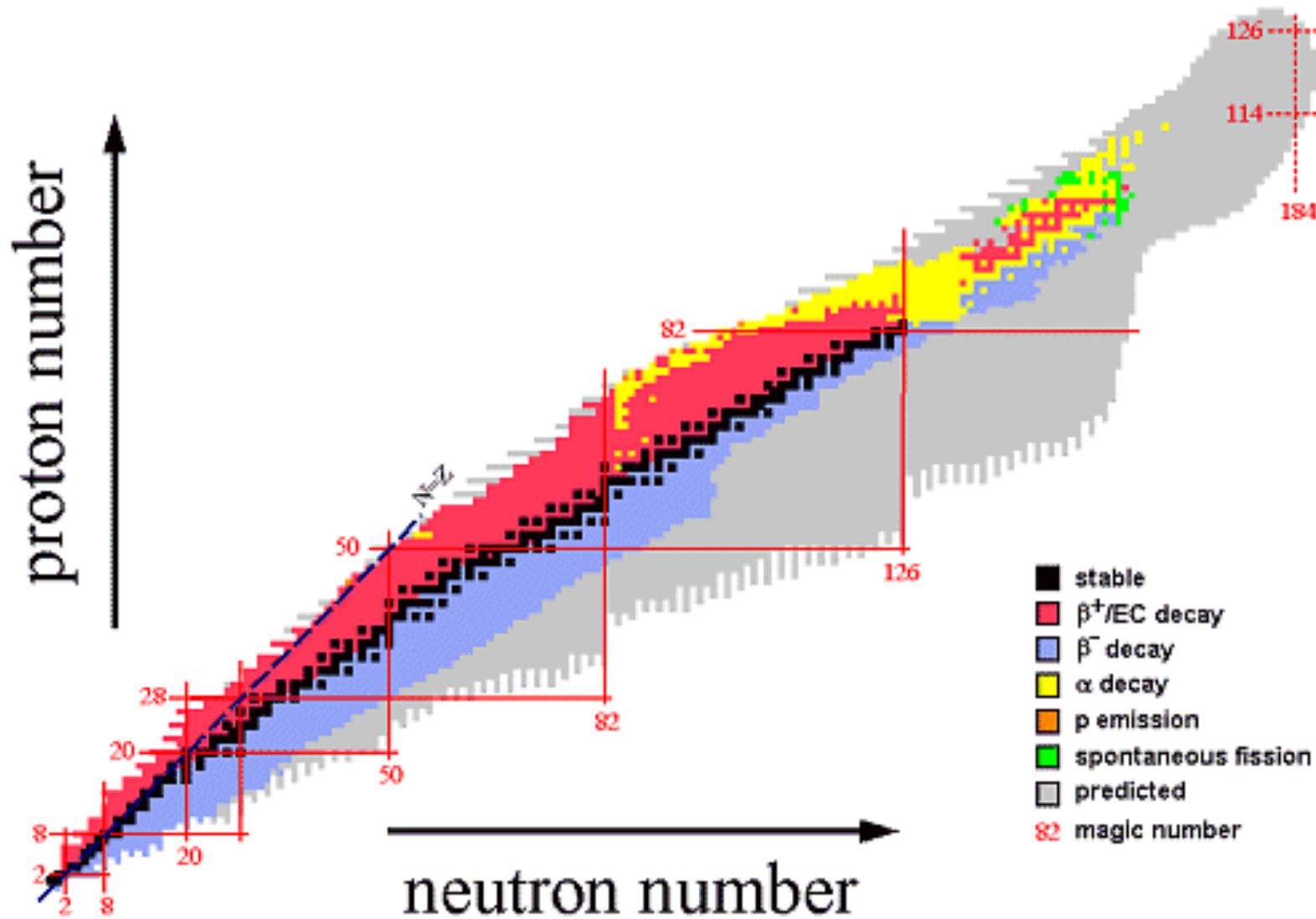
- Dinâmica das cargas;
- Momento angular orbital e intrínseco;
- **Instabilidade nuclear.**

Vários tipos de radiação são observados

- **1899:** E. Rutherford mostra que existe dois tipos de radiação: α e β
- **1900:** Villard mostra que existe ainda um outro tipo de radiação: γ
- **1902:** Pierre and Marie Curie mostram que a radiação β são elétrons
- **1908:** E. Rutherford mostra que a radiação α é equivalente ao elemento He;



Instabilidade Nuclear: tipos

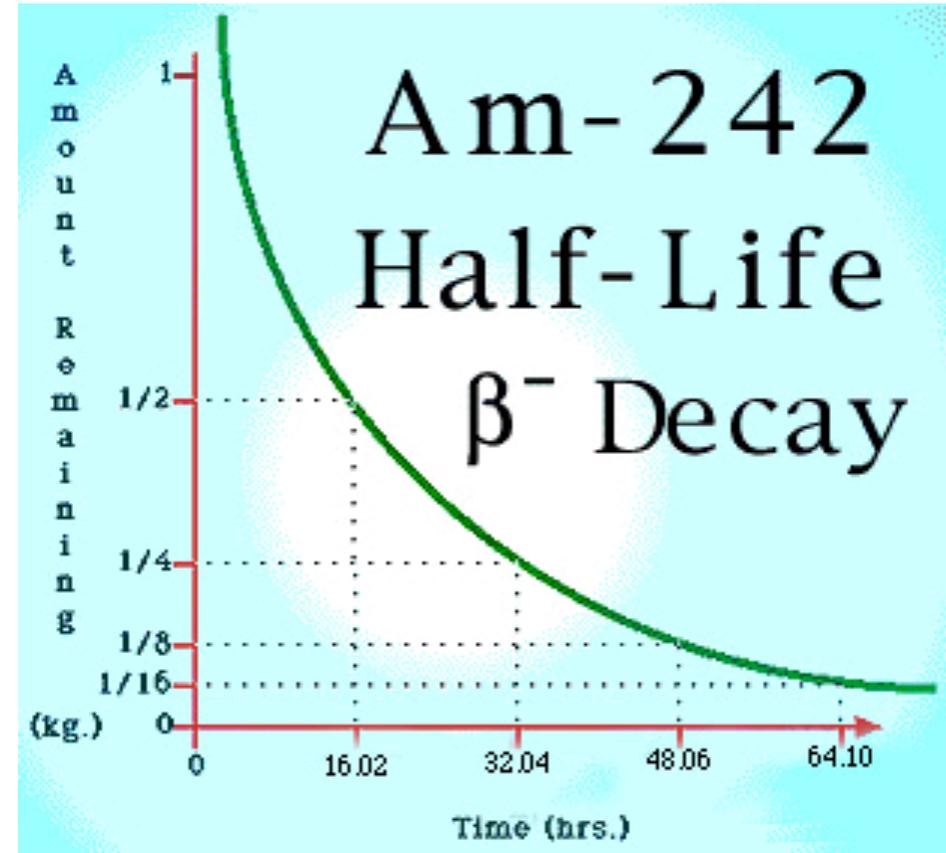


Quantificando um decaimento

- Para compreendermos um decaimento, além do tipo (qualitativo), precisamos também quantificá-lo.
 - O que podemos quantificar em um decaimento?
 - O tempo que um núcleo leva para decair;
 - Porém, experimentalmente, observamos que esse tempo não é fixo para diferentes “indivíduos” de um mesmo elemento.
 - Como caracterizar o decaimento de um elemento então?
-

Quantificando um decaimento

- Se temos uma amostra de um certo elemento, o número de elementos originais diminui (decai) exponencialmente com o tempo.
- Essa observação leva a uma interpretação probabilística do decaimento nuclear.



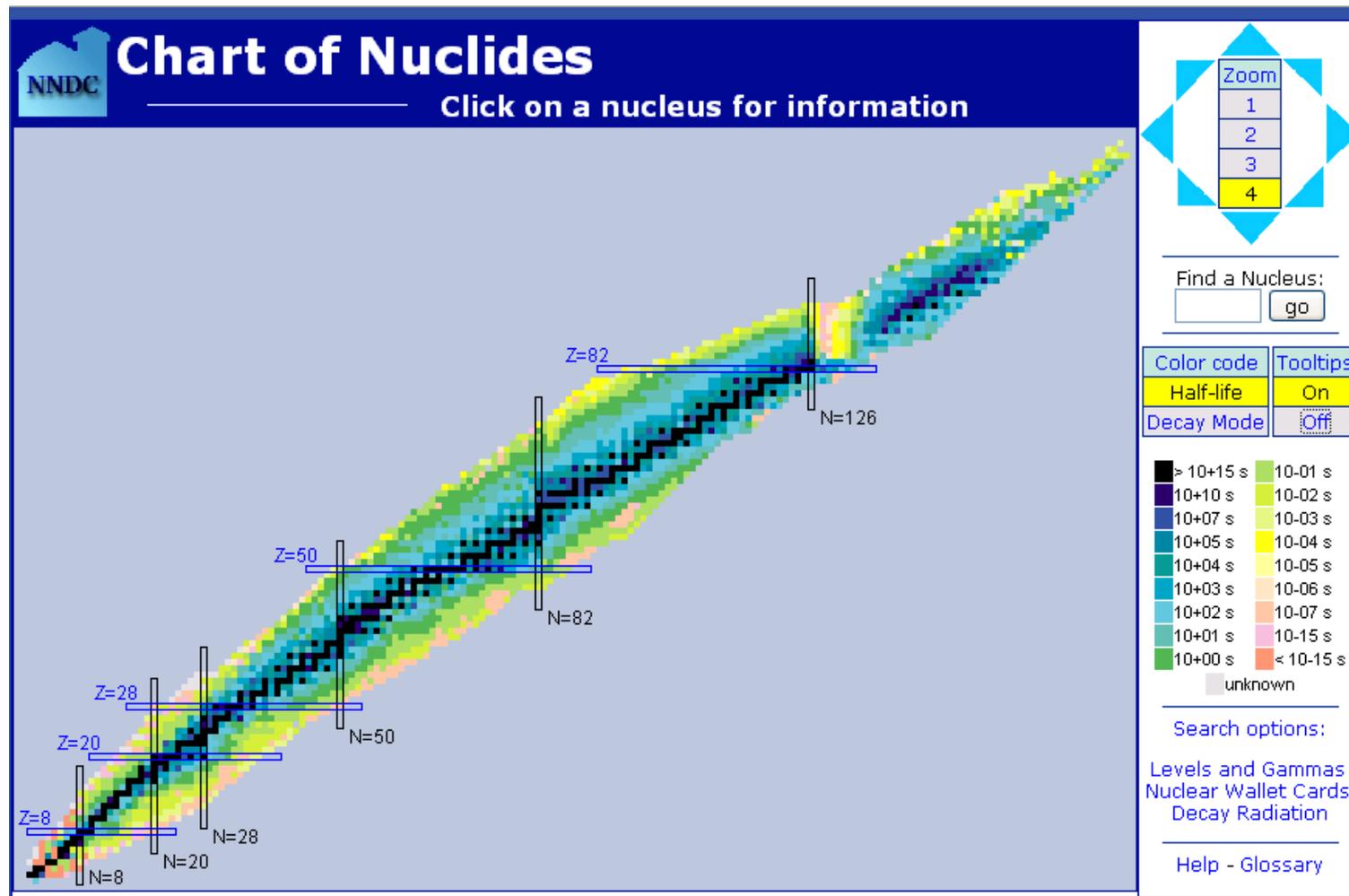
Lei do Decaimento Radioativo

- Hipóteses básicas:
 - O decaimento de um núcleo é um processo estatístico, ou seja, impossível de prever exatamente o instante em que ele ocorrerá. Portanto, temos que lidar com uma probabilidade;
 - A probabilidade de um decaimento independe da idade do elemento.
- Como escrever isso matematicamente?

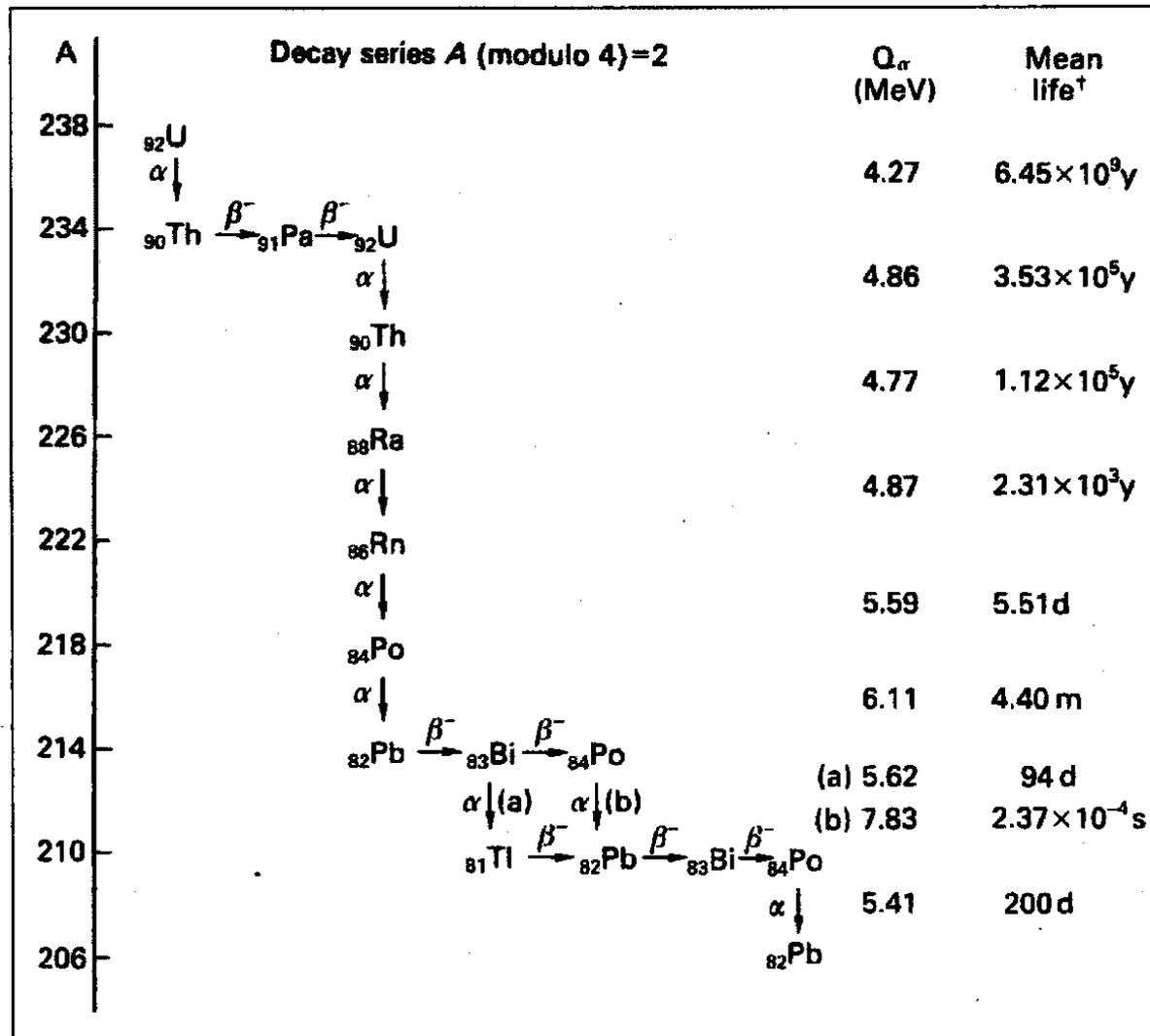
Quantificando um decaimento

- Para compreendermos um decaimento, além do tipo (qualitativo), precisamos também quantificá-lo.
- O que podemos quantificar em um decaimento?
 - ❑ ~~O tempo que um núcleo leva para decair~~
 - ❑ **A meia-vida (*half-life*) ou vida-média (*mean lifetime*) do elemento ou constante de decaimento (*decay constant*)**

Instabilidade Nuclear: meia-vida



Decaimentos sucessivos



Datação radioativa

- Utilização da radioatividade para a medida da idade de objetos naturais;
- Conhecendo-se a constante de decaimento de um elemento que compõem o objeto é possível obter sua idade;
- Um tipo de datação bastante conhecida é a de fósseis usando o elemento ^{14}C . A principal hipótese neste procedimento é a constante produção de ^{14}C na atmosfera por raios cósmicos.

Unidades da radioatividade

- Atividade de uma fonte radioativa:
 - SI: Becquerel (Bq) = decaimentos por segundo
 - Mais comum: Curie (Ci) = 3.7×10^{10} decaimentos/s
- Medidas do efeito da radiação:
 - **Exposição** (X): carga ionizada por unidade de massa (C/kg). A unidade mais usada é o roentgen (R) = $2.58 \times 10^{-4} C/kg$
 - **Dose absorvida** (D): energia absorvida por ionização. No SI: $J/kg = Gray (Gy)$. Também é usado o $rad = 100 \text{ ergs/g}$.

Unidades da radioatividade

■ Medidas do efeito da radiação:

- É importante medir o risco que a radiação pode trazer para tecidos vivos. Para isso, definiu-se a **dose equivalente**. Ela consiste em se multiplicar um *fator de qualidade* à dose de uma fonte segundo o potencial da radiação em danificar tecidos vivos:

$DE = D \cdot QF$, onde $QF = 1$ para raios-X, radiação β e γ e $QF = 20$ para radiação α

- No SI, a unidade de medida é o sievert (Sv). Também é usado o *rem* quando D é dado em *rad*.

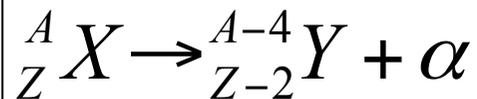
Por que partículas- α ?

- Por que existe o decaimento de partículas- α enquanto a emissão de nucleons é bem mais rara e de núcleos mais leves, como dêuterons, nem existe?
- A resposta está no fato de partículas- α terem uma energia de ligação bastante alta (é bem ligada) favorecendo a sua emissão em um balanço de energia entre núcleos próximos.

Condições para o decaimento- α

- Conservação de energia ($X \rightarrow Y + \alpha$)

$$m_X c^2 = m_Y c^2 + K_Y + m_\alpha c^2 + K_\alpha$$



$$Q = [m_X(A, Z) - m_Y(A-4, Z-2) - m_\alpha] \cdot c^2 > 0$$
$$= [\Delta_X(A, Z) - \Delta_Y(A-4, Z-2) - \Delta_\alpha] \cdot c^2 > 0$$

Δ (MeV)

- Lembrando que:

$$\Delta = (M - A) \cdot c^2$$



n	8.071
${}^1\text{H}$	7.289
${}^2\text{H}$	13.136
${}^4\text{He}$	2.425
${}^6\text{Li}$	14.087

Condições para o decaimento- α

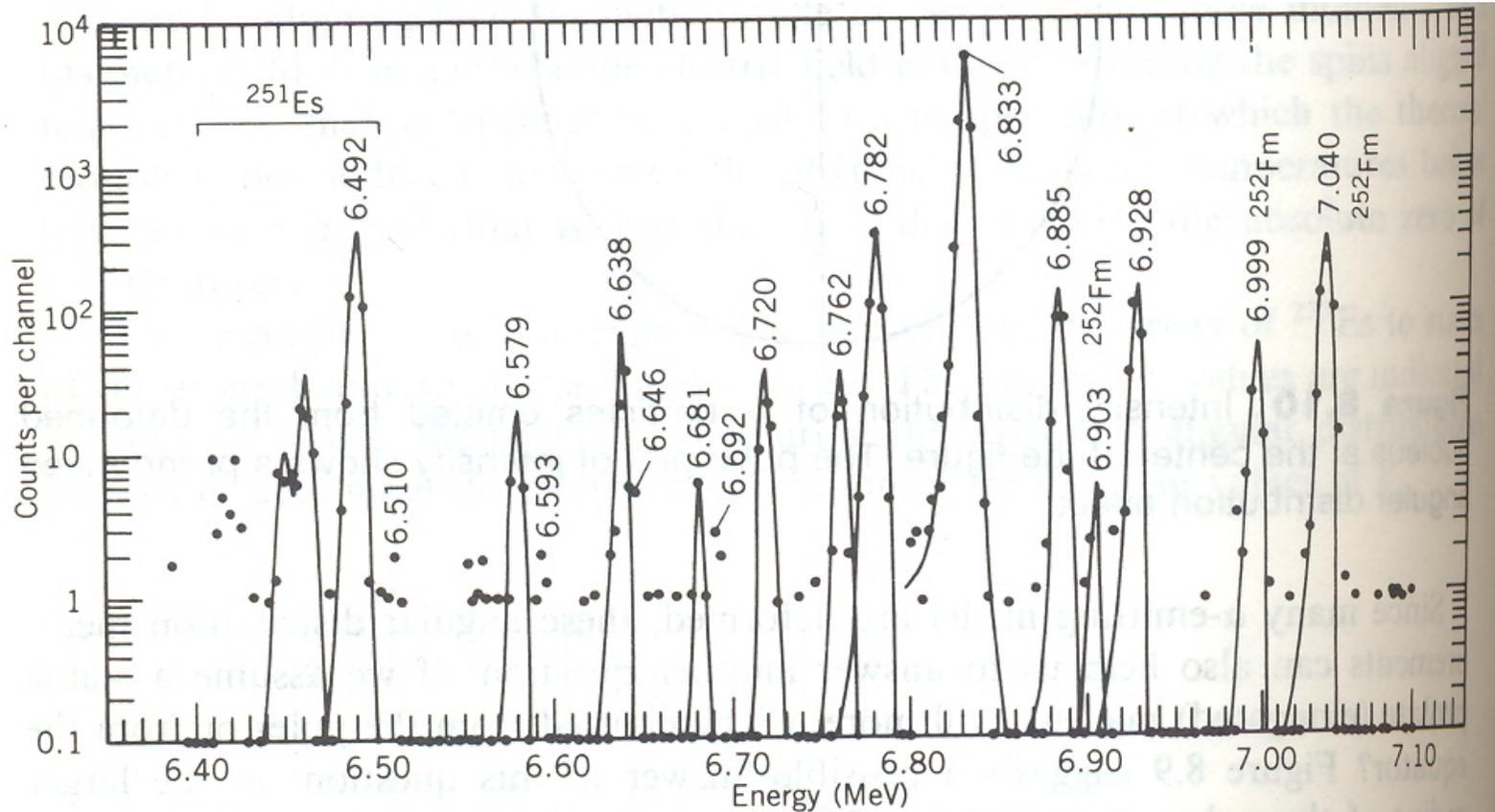
- Conservação de momento ($X \rightarrow Y + \alpha$)

$$\vec{p}_X = \vec{p}_Y + \vec{p}_\alpha = 0 \Rightarrow |\vec{p}_Y| = |\vec{p}_\alpha|$$

$$\begin{array}{l} \boxed{\begin{array}{l} {}^A_Z X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2} Y + \alpha \\ Q = K_Y - K_\alpha > 0 \end{array}} \end{array}$$

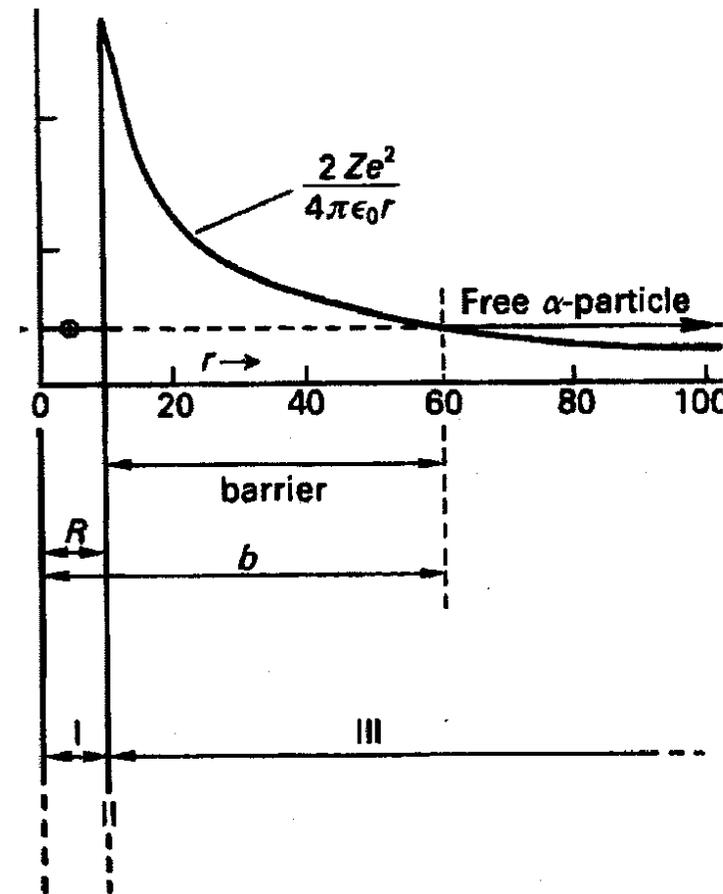
- Como: $K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow K_\alpha = \frac{Q}{\left(1 + \frac{m_\alpha}{m_Y}\right)}$

Distribuição de energia das partículas- α emitidas



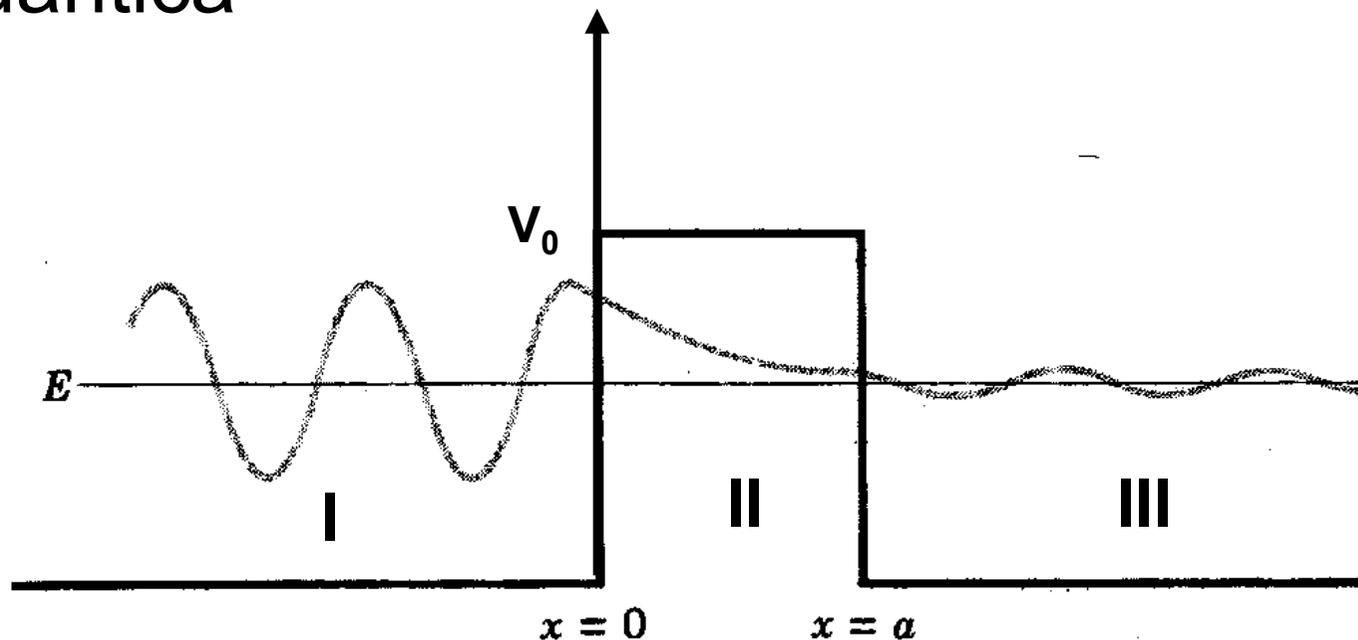
Um modelo simples para o decaimento de partículas- α

- Hipóteses do modelo:
 - A partícula- α já existe dentro do núcleo;
 - Tratamos apenas uma única dimensão (r);
 - O potencial é composto de duas partes que se combinam: um poço atrativo e a parte Coulombiana repulsiva



Um modelo simples para o decaimento de partículas- α

- Temos que resolver o problema da barreira de potencial unidimensional da mecânica quântica



Comparação dos resultados do modelo com os dados experimentais

- Apesar de extremamente simples, este modelo consegue prever o comportamento geral do decaimento de partículas α para núcleos com número par de prótons e nêutrons;
- Núcleos com outras configurações (número ímpar de prótons e/ou nêutrons) já apresentam um comportamento diferente, indicando que há outros efeitos presentes nesses núcleos.

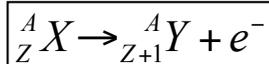
Tipos de decaimento- β

- Há três tipos de decaimento- β :
 - Emissão de elétrons (β^-);
 - Emissão de pósitrons (β^+);
 - Captura de elétrons extra-nucleares (CE).
- Como não pode existir elétrons ou pósitrons dentro do núcleo, estes devem ser criados (β^- ou β^+) ou aniquilados (CE) nesses processos.

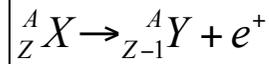
Como é possível ocorrer esses decaimentos- β ?

- Conservação de energia ($X \rightarrow Y + e$)

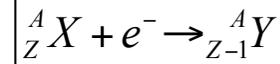
$$m_X c^2 = m_Y c^2 + K_Y + m_e c^2 + K_e$$



$$Q = [m(Z) - m(Z+1) - m_e] \cdot c^2 > 0$$



$$Q = [m(Z) - m(Z-1) - m_e] \cdot c^2 > 0$$

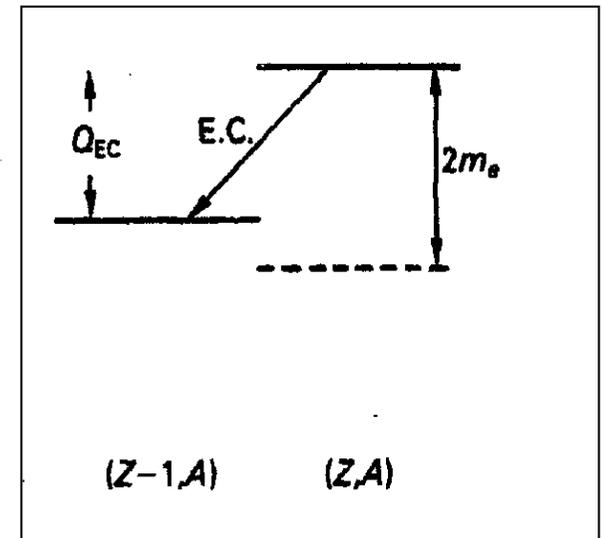
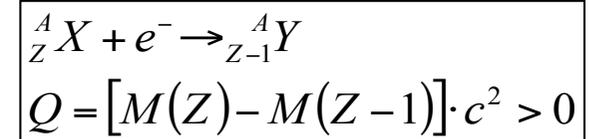
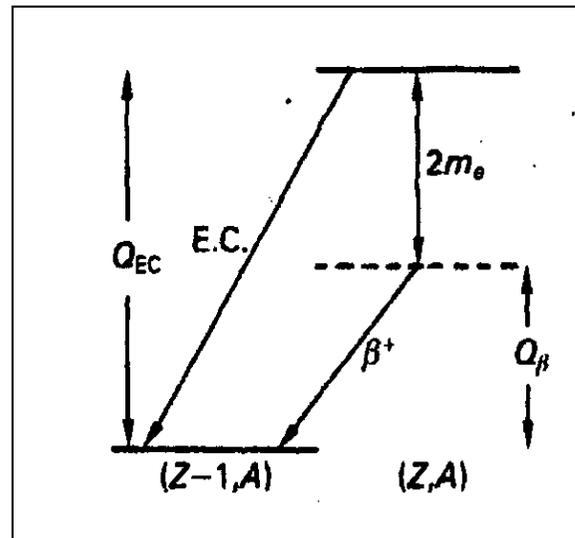
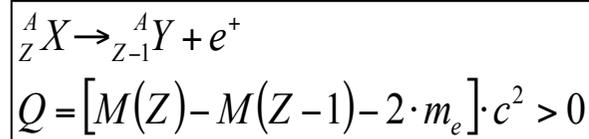
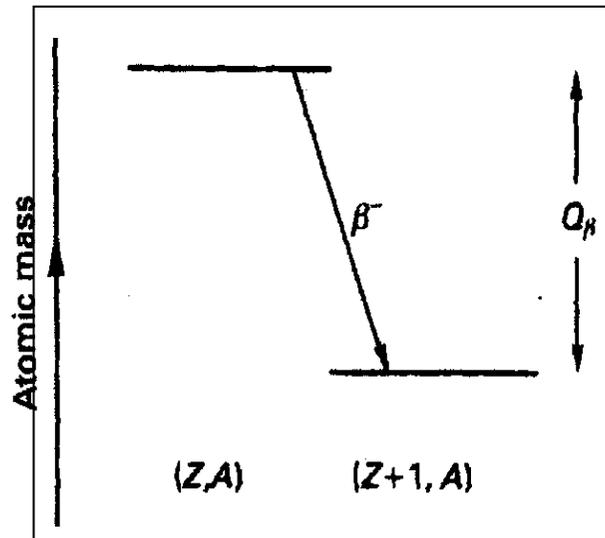
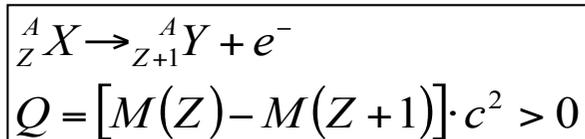


$$Q = [m(Z) + m_e - m(Z-1)] \cdot c^2 > 0$$

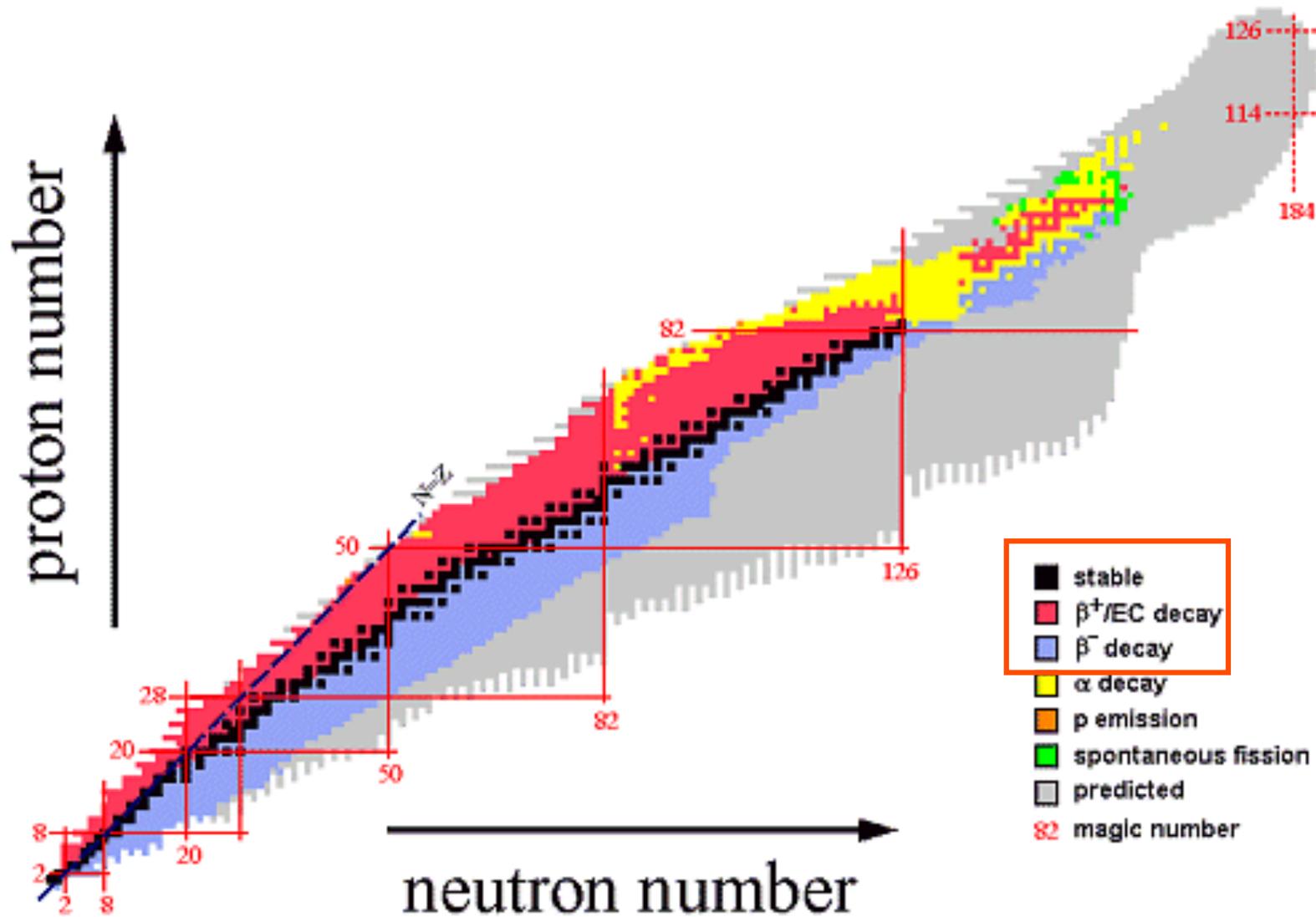
Como é possível ocorrer esses decaimentos- β ?

- Conservação de energia ($X \rightarrow Y + e$)

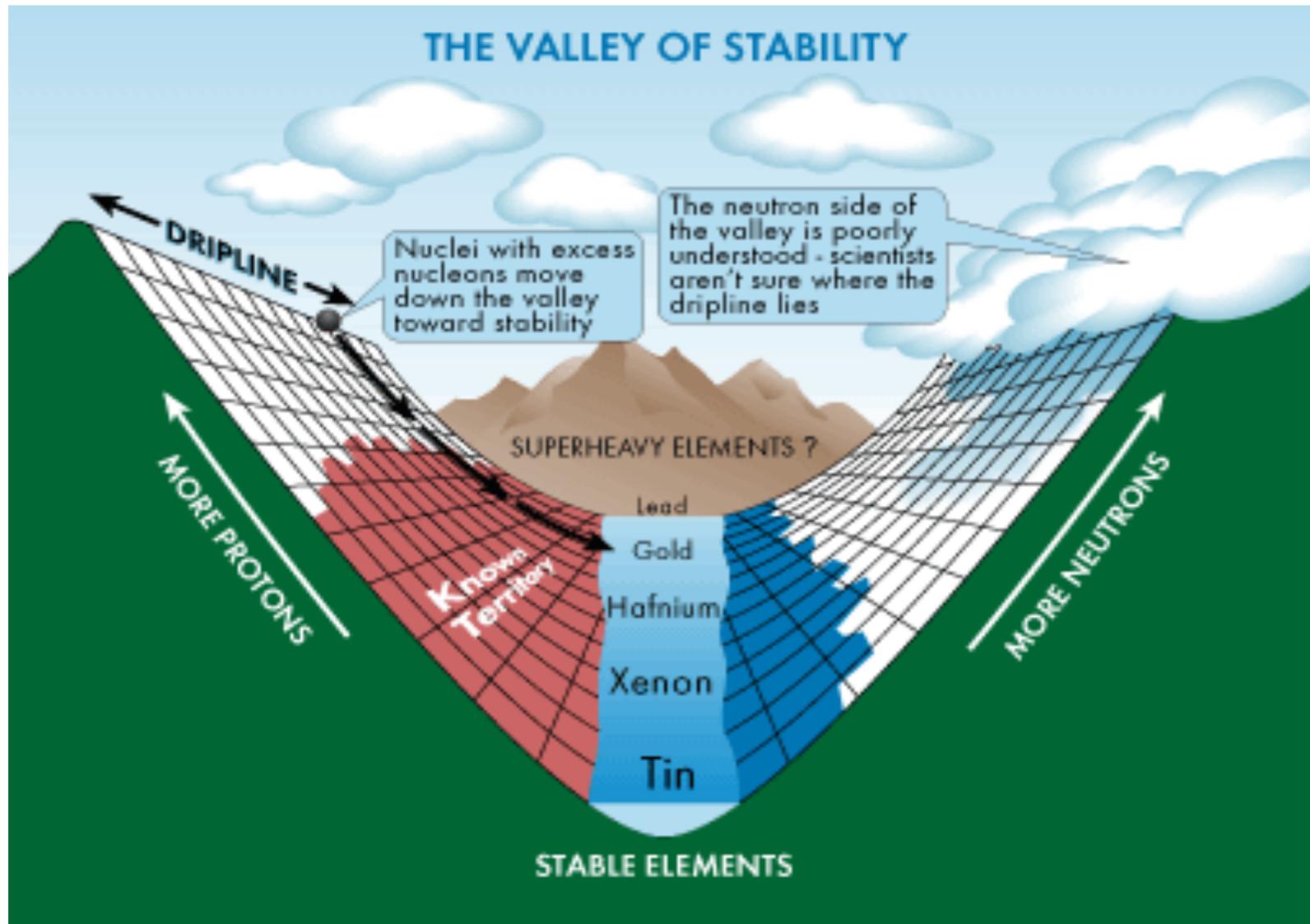
$$m_X c^2 = m_Y c^2 + K_Y + m_e c^2 + K_e$$



Decaimento- β : levando à estabilidade

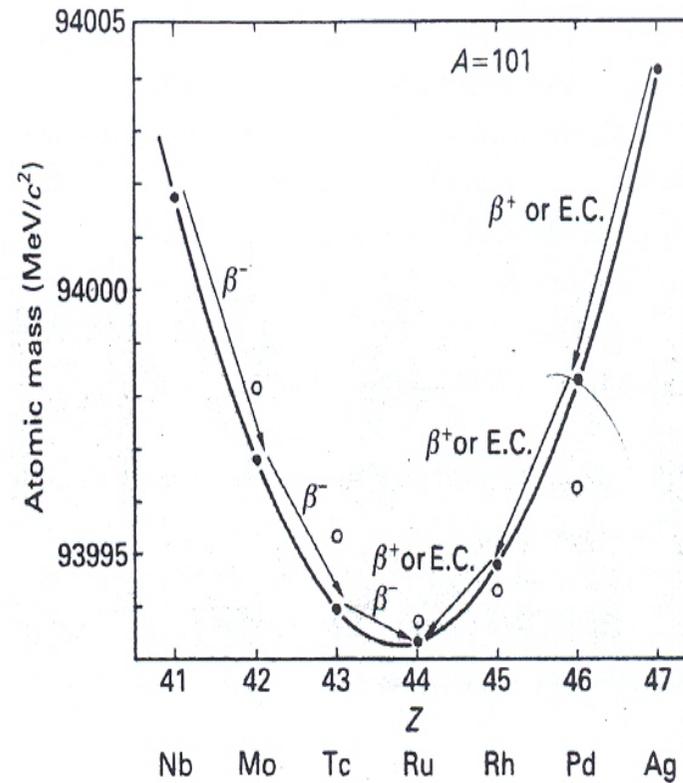
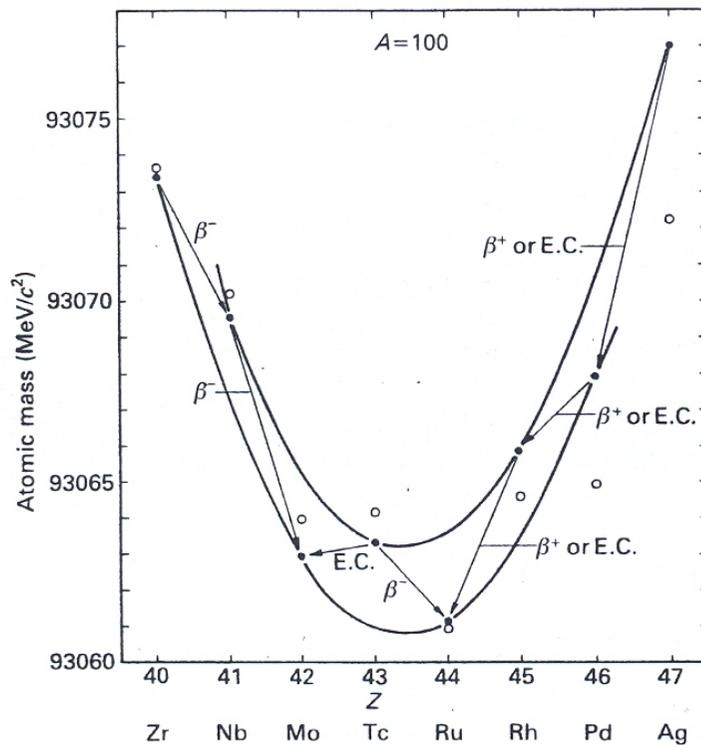


Decaimento- β : levando à estabilidade



Par \times Ímpar ?

- Exemplo: $A = 100$ e 101

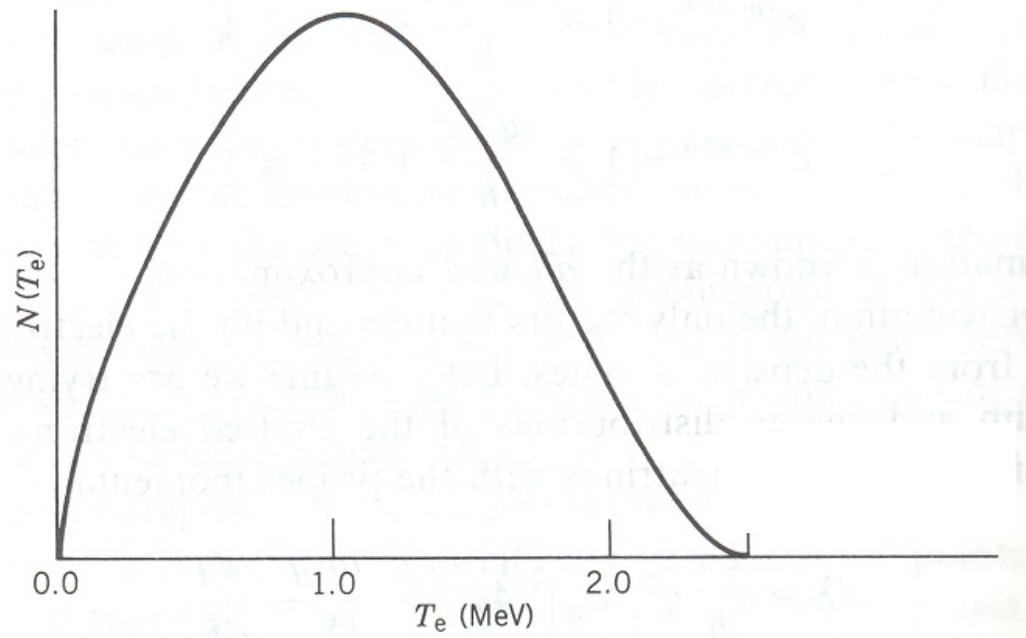


Par × Ímpar ?

- Constatação experimental:
 - Núcleos com A ímpar têm apenas um isótopo estável;
 - Núcleos com Z e N ímpares não são estáveis;
 - Núcleos com Z e N pares apresentam mais de um isótopo estável;
- Resultado dos valores de massa dos núcleos;
- O que isso significa?

Quantificando o decaimento- β : distribuição de energia dos e^-/e^+

- O espectro de energia dos e^- ou e^+ emitidos é contínuo ao invés de discreto como para o decaimento- α .



Quantificando o decaimento- β : distribuição de energia dos e^-/e^+

- O espectro de energia dos e^- ou e^+ emitidos é contínuo ao invés de discreto como para o decaimento- α .
- Esse fato viola os princípios de conservação de energia, momento linear e momento angular;
- Como explicar essa observação então?

A hipótese do neutrino

- Em 1930, Pauli sugeriu que outra partícula era emitida em um decaimento β . Fermi chamou essa partícula de **neutrino**.
- Portanto, segundo essa hipótese, um decaimento β^- , ao invés do processo:

$$n \rightarrow p + e^-$$

seria,

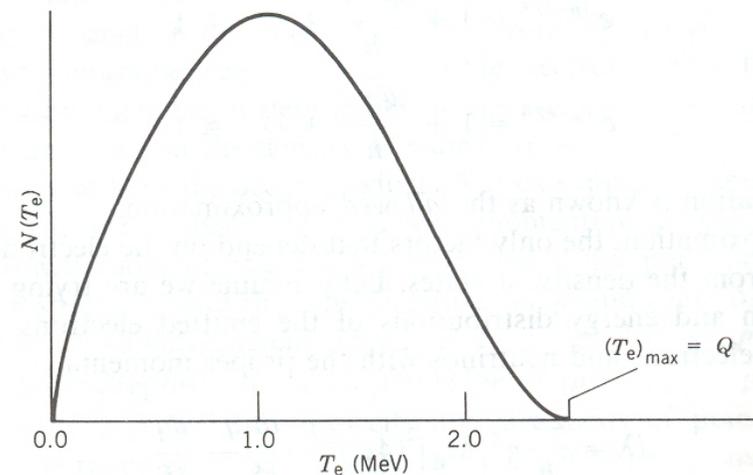
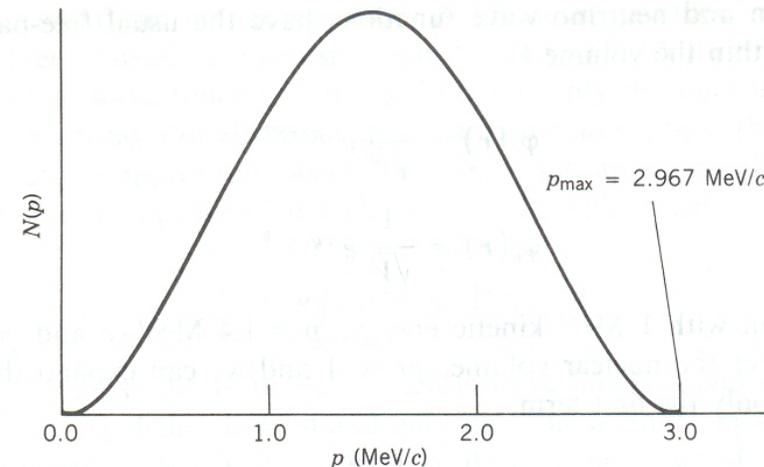
$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$$

Quantificando o decaimento- β : distribuição de energia dos e^-/e^+

- O valor máximo de energia do elétron é obtido quando o neutrino possui seu valor mínimo de energia (desprezando a energia de recuo do próton):

$$Q = T_p + T_e + T_\nu$$
$$\cong T_e + T_\nu$$

Portanto, se $T_\nu = 0 \Rightarrow$
 $T_e^{max} = Q$



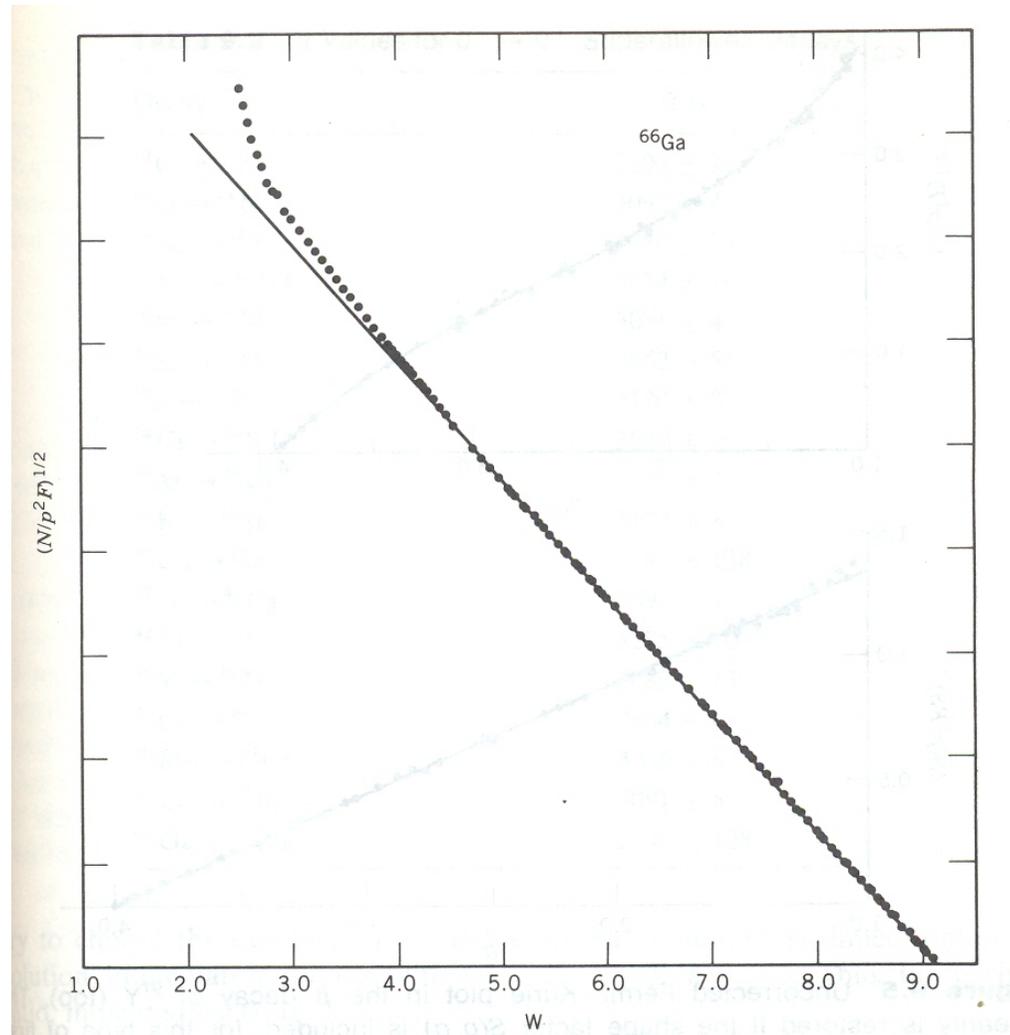
Teoria de Fermi

- Fermi adotou uma abordagem quântica para explicar o decaimento β :
 - O elétron e o neutrino são criados no momento da desintegração (não podem existir dentro do núcleo) a partir da transformação do nêutron em próton;
 - Essa transformação se dá devido a uma interação muito fraca e de curto alcance;
 - Ele desenvolve uma “regra de ouro” para esse tipo de interação baseado na teoria de perturbação.

Distribuição de energia dos e^-/e^+

- Portanto, os fatores que aparecem nos espectros de energia de elétrons e pósitrons são:
 - O fator estatístico $p^2(Q-T_e)^2$, obtido do número de estados finais acessíveis;
 - O elemento da matriz de transição $|M_{if}|^2$ que depende dos estados inicial e final do núcleo;
 - O termo Coulombiano representado pela função de Fermi $F(Z,p)$

Comparação com os dados

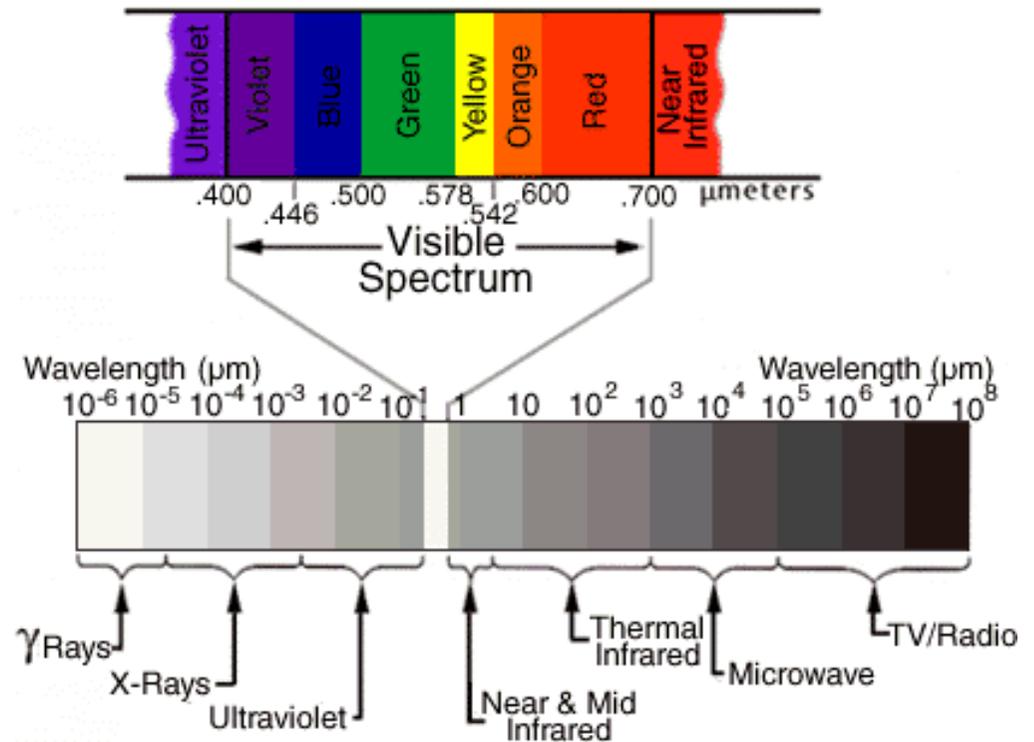


Captura de elétrons

- Corresponde à captura de um elétron orbital pelo núcleo;
- Este processo pode ser tratado formalmente da mesma maneira que a emissão β com algumas diferenças:
 - A função de onda do elétron não pode ser tratada como uma partícula livre;
 - Somente um neutrino é emitido, portanto devemos considerar apenas a densidade de níveis dessas partículas.
- Este processo compete com a emissão de pósitrons é necessário se atingir a estabilidade com a diminuição de Z .

Radiação γ

- A radiação γ é uma onda eletromagnética de extrema energia ou frequência;
- Espontaneamente, a emissão de radiação γ é um processo que ocorre após decaimentos α e β ;

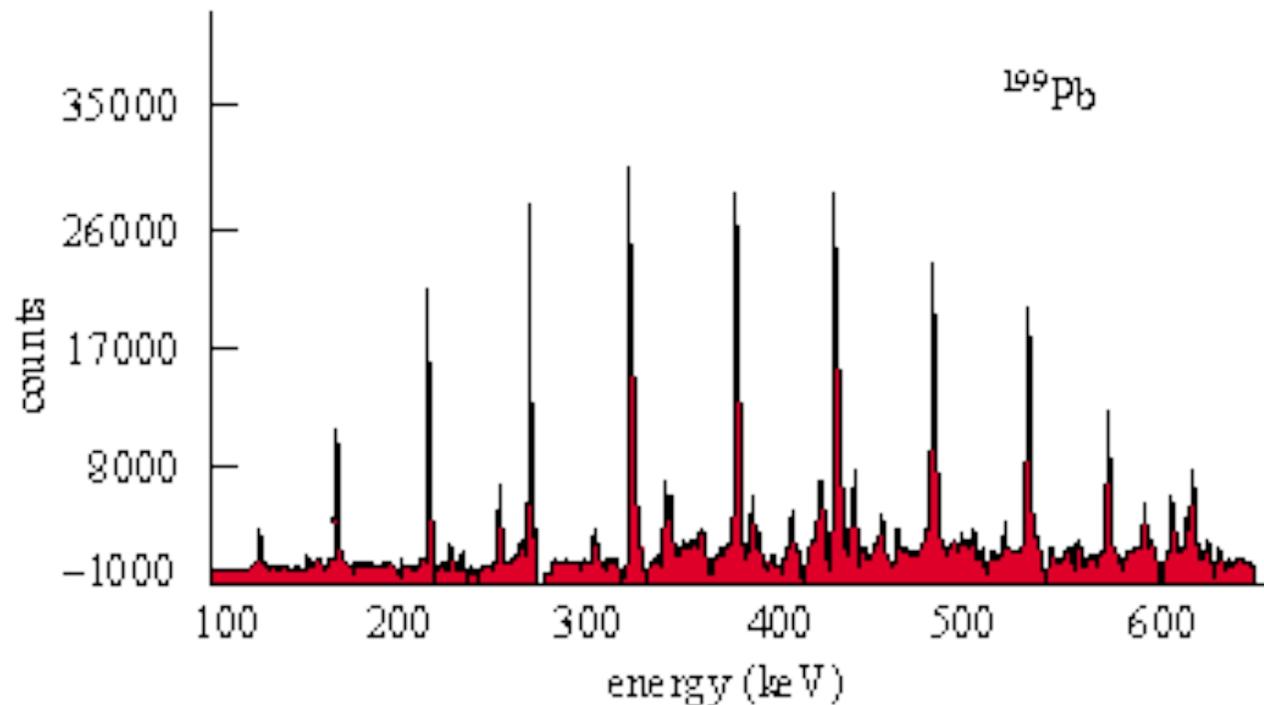


Qual a origem dessa radiação?

- Como podemos saber que a origem dessa radiação é um processo nuclear?
 - Devido a sua energia, da ordem de *keV-MeV*. Processos atômicos envolvem energias bem menores, da ordem de *eV*;
- A emissão de radiação eletromagnética por processos atômicos está relacionada com transições de elétrons entre diferentes níveis de energia. O mesmo ocorre para a radiação γ ?

Espectro de energia

- O espectro de energia da radiação γ emitida pode ser discreto, como no caso atômico



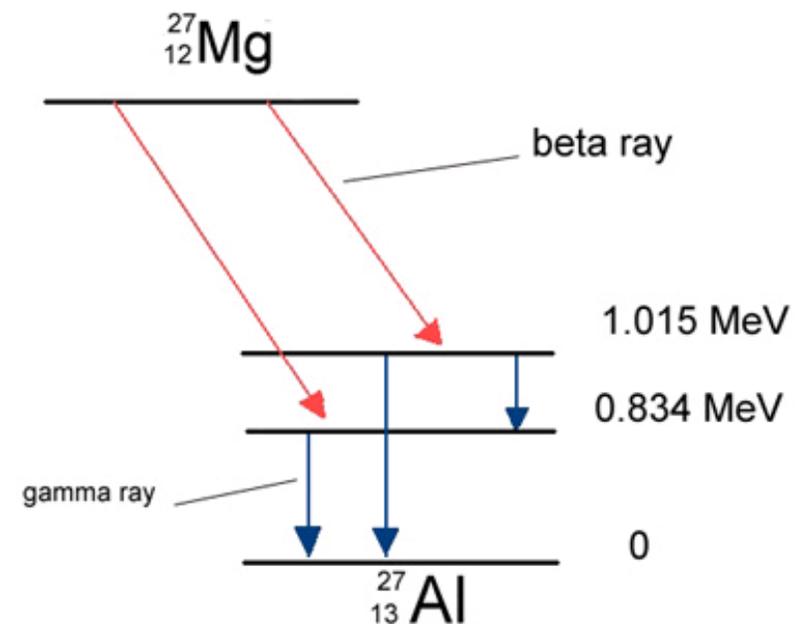
Espectro de energia

- Portanto, a radiação γ deve corresponder a transição de níveis de energia no núcleo, ou seja, o núcleo também deve apresentar níveis de energia como a eletrosfera;
- A energia da radiação γ deve corresponder à diferença de energia entre dois níveis do núcleo:

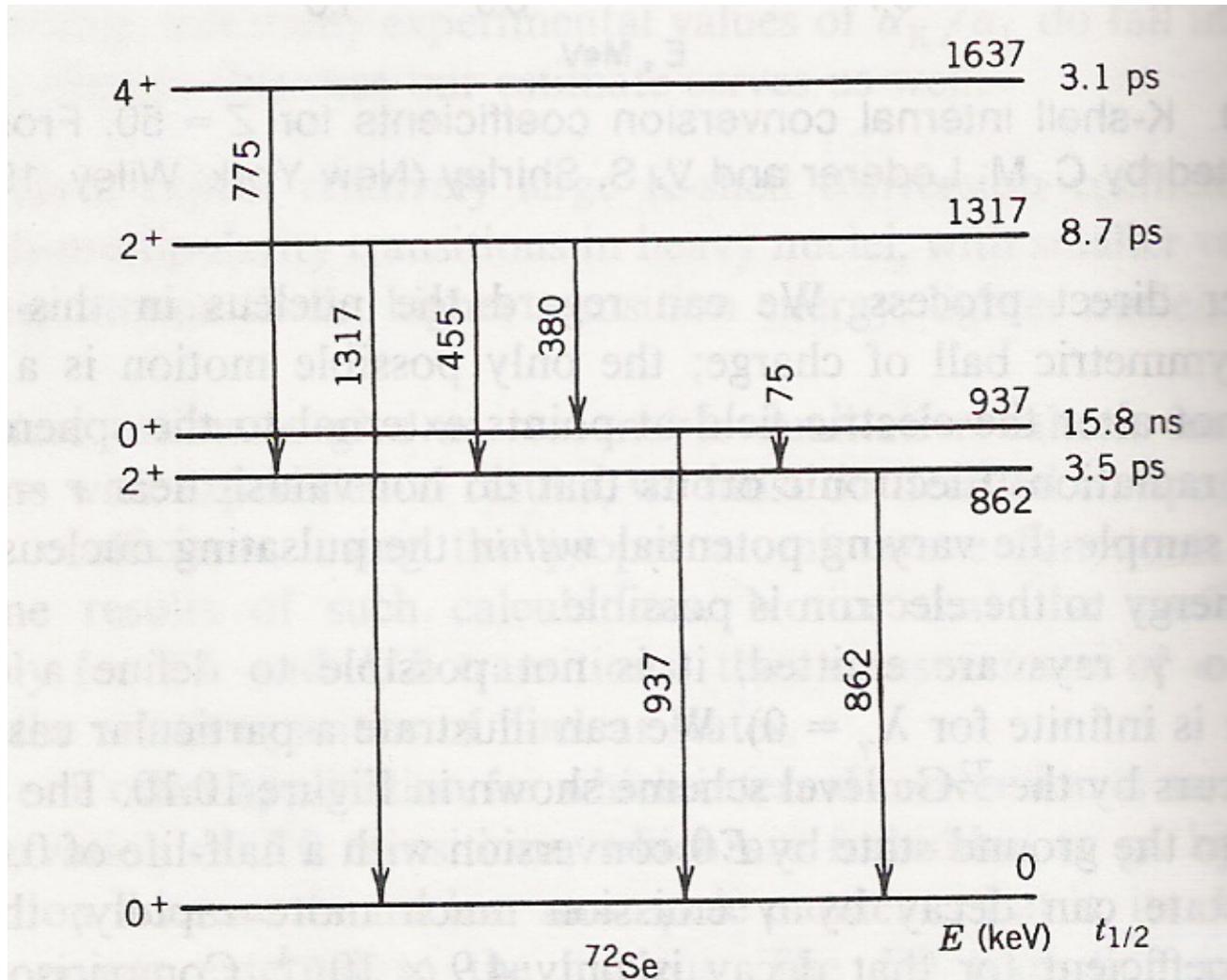
$$h\nu = \Delta E = E_i - E_f$$

Decaimento γ

- Essas observações são fortes evidências da estrutura de níveis do núcleo, como ocorre no átomo;
- E, a partir delas, é possível construir o esquema de níveis de um determinado núcleo;



Tempo de decaimento

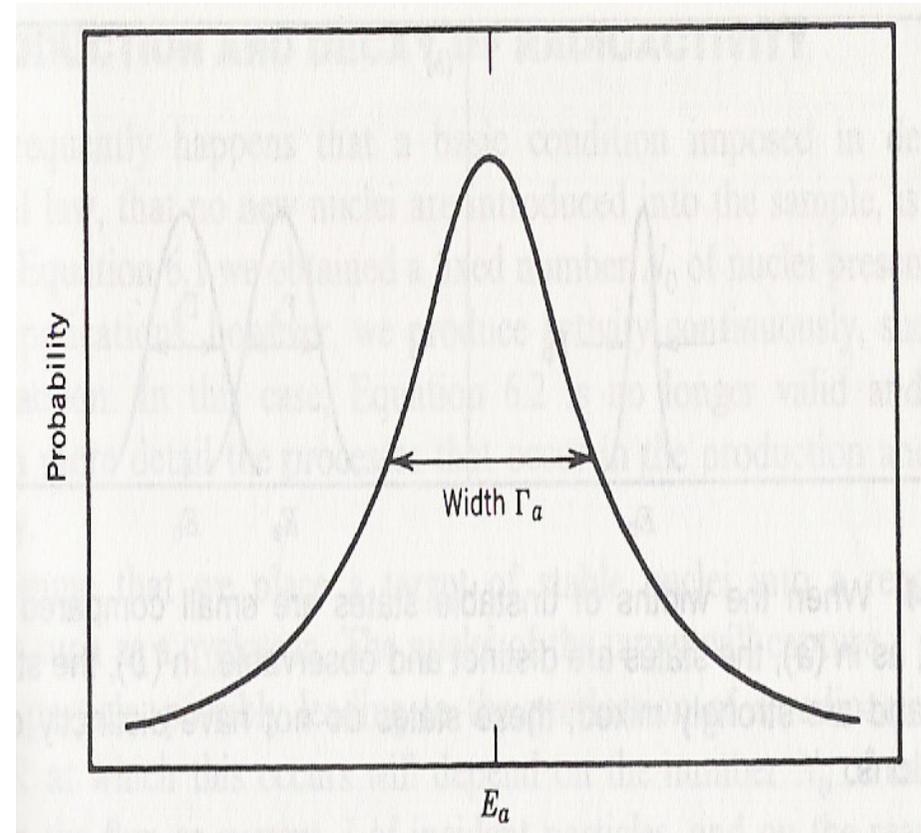


Teoria Quântica do Decaimento Radioativo

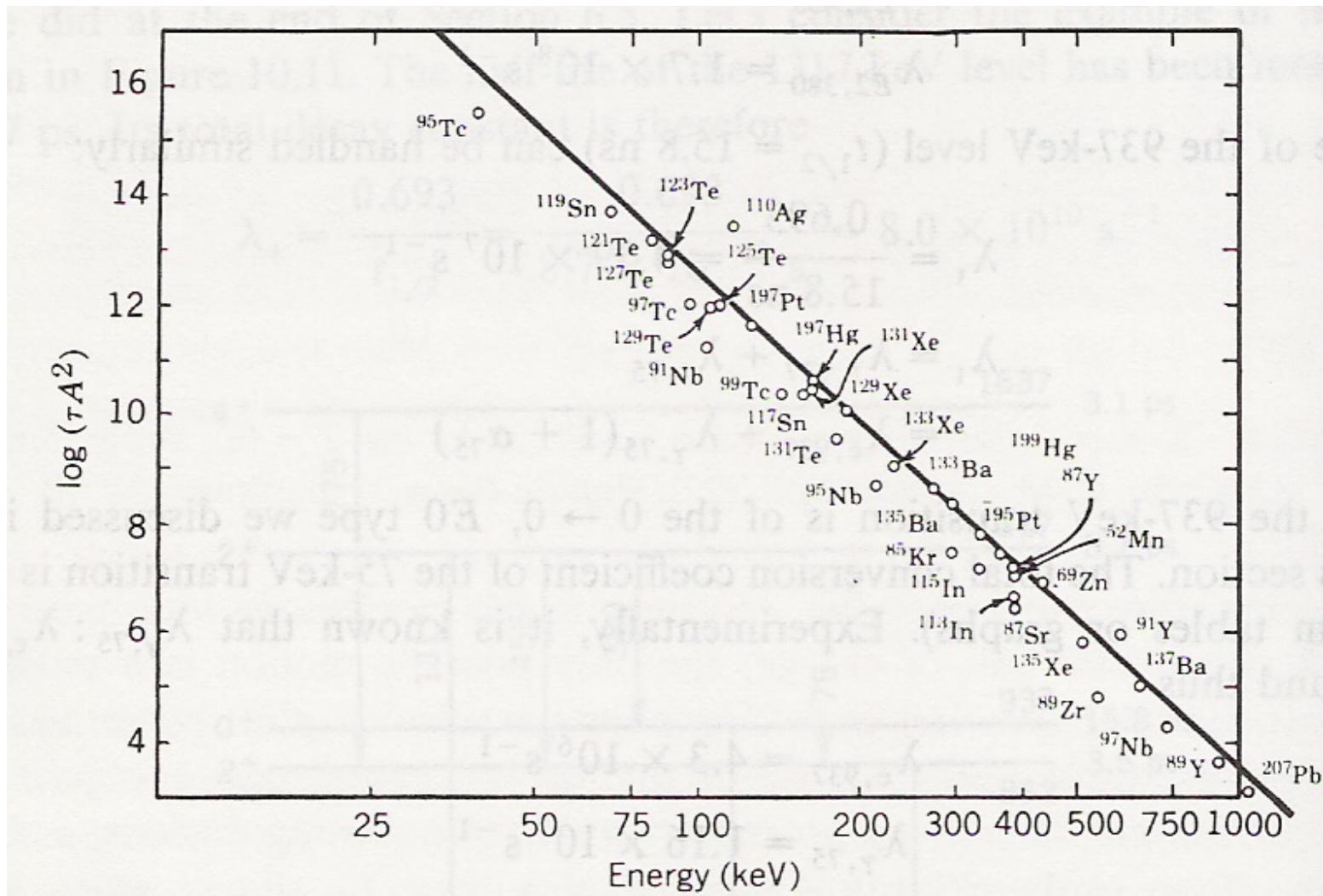
- Se considerarmos estados quase estacionários, podemos obter a probabilidade de ocupação de um estado em função da energia que é dada por:

$$P(E)dE = \frac{dE}{(E - E_a)^2 + \Gamma_a^2/4}$$

onde: $\Gamma_a = \hbar/\tau_a$



Tempo de decaimento



Como explicar a emissão de radiação eletromagnética pelo núcleo?

- Eletromagnetismo clássico:
 - Variações temporais de multipolos elétricos e magnéticos;
- Mecânica quântica:
 - Mudança de estado devido aos operadores de multipolo elétricos e magnéticos

Regras de seleção

- Conservação do momento angular:
 - O momento angular do núcleo final combinado com a radiação γ deve ser compatível com o momento angular do núcleo inicial:

$$\vec{I}_i - \vec{I}_f = \vec{L}$$

$$(I_i + I_f) \geq L \geq |I_i - I_f|$$

- É importante notar que não há transições com $L = 0$;

Regras de seleção

- Conservação da paridade (π):
 - A paridade do núcleo final combinado com a paridade da radiação γ deve ser compatível com a paridade do núcleo inicial;
 - Pode ser demonstrado que:
$$\pi(\text{ML}) = (-1)^{L+1}$$
$$\pi(\text{EL}) = (-1)^L$$
 - Portanto:
 - se $\pi_i \neq \pi_f \Rightarrow \text{EL ímpar ou ML par}$
 - se $\pi_i = \pi_f \Rightarrow \text{EL par ou ML ímpar}$

Regras de seleção

- Por exemplo, vamos supor a emissão de radiação γ de um núcleo com momento angular $I_i = 3/2^+$ e $I_f = 5/2^+$.
- Portanto, $L = 1, 2, 3$ ou 4 e, como não há troca de paridade, as possíveis transições multipolares são $M1, E2, M3$ e $E4$.

Conversão interna

- As transições de multipolo (variações do campo eletromagnético do núcleo) ao invés de emitirem radiação γ interagem com os elétrons da eletrosfera, que são emitidos;
- Portanto, a variação de energia do núcleo deve ser dada por:

$$\Delta E = T_e + B$$

onde T_e é a energia cinética do elétron e B sua energia de ligação atômica.

Espectro de energia dos elétrons

- Portanto, no caso da conversão interna, a energia do elétron emitido é bem definida, ao contrário do decaimento β ;
- E essa energia dependerá do nível de energia em que se encontrava o elétron (devido a B).

