Monitoria de Microeconomia II

Victória Martinez

1. Considere uma firma que possui uma função de produção dada por $y = f(x_1, x_2) = x_1^{0,5} x_2^{0,5}$, onde x_i denota a quantidade de insumo $i \in \{1{,}2\}$ empregado na produção do bem final y. Os preços dos insumo $i \in \{1{,}2\}$ é denotado por w_i.

   (a) Suponha que no curto prazo esta firma está comprometida com 4 unidades do insumo 2, i.e.$x_2 = 4$. Suponha ainda que w_1=1 e w_2=2. Encontre e esboce no gráfico as funções custo, custo médio e custo marginal de curto prazo desta firma.

   Resposta

   Temos

$$y = f(x_1, x_2) = x_1^{0,5} x_2^{0,5} = x_1^{0.5}(4)^{0.5} = 2x_1^{0.5}$$

$$x_1 = \frac{y^2}{4}$$

   O custo total da empresa será dado por

$$CT = x_1 w_1 + x_2 w_2 + CF$$

   como a empresa está comprometida com 4 unidades do insumo 2 e dado os preços dos insumos a função custo fica:

$$CT = x_1 + 8 + CF$$

   .

   Como o exercício não cita outros custos fixos além do comprometimento com o o insumo 2, podemos considerar $CF = 0$

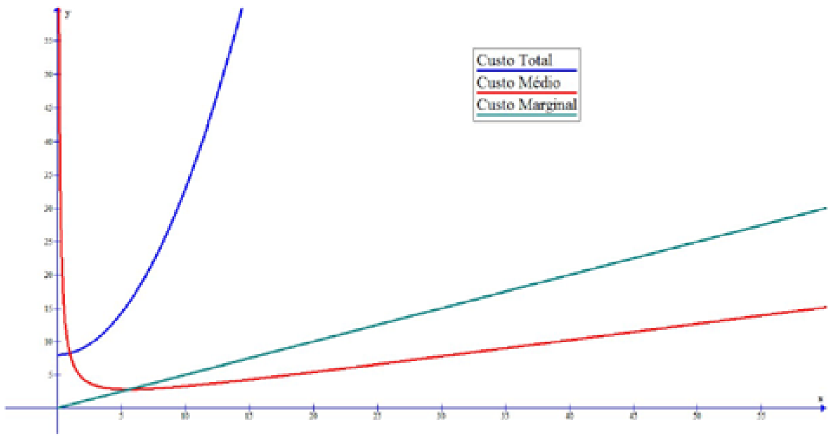
$$CT = x_1 + 8 = \frac{y^2}{4} + 8$$

   .

   O custo médio será:

$$CMe = \frac{\frac{y^2}{4} + 8}{y}$$

$$CMe = \frac{y}{4} + \frac{8}{y}$$



O custo Marginal será:

$$CMa = \frac{\delta CT}{\delta y} = \frac{y}{2}$$

(b) Supondo que o preço do produto final (p) é o numerário, i.e. p=1, encontre a quantidade ótima demandada pelo insumo 1, o nível ótimo do produto final e o lucro máximo de curto prazo.

Resposta

O problema de maximização da empresa será:

$$\max \Pi = py - CT$$

$$\max \Pi = 2x_1^{0.5} - (x_1 + 8)$$

resolvendo teremos

$$x_1^{-0.5} - 1 = 0$$

$$x_1 = 1$$

Outra forma de resolver é igualar a receita margina (p) ao custo margina ($y/2$)

$$1 = y/2$$

$$y = 2$$

Do item anterior:

$$x_1 = y^2/4 = 2^2/4 = 1$$

(c) O custo de longo prazo é obtido resolvendo o seguinte problema

$$C_{lp} = min x_1 + 2x_2$$
$$s.a. f(x_1, x_2) = x_1^{1/2} x_2^{1/2} \geq \bar{y}$$
$$x_1, x_2 \geq 0$$

O problema de inimização de custo no longo prazo pode ser escrito da seguinte maneira:

$$C_{lp} = min x_1 + 2\bar{y}^2/x_1$$

A condiçao de primeira ordem impõe que:

$$1 - 2(\bar{y}/x_1)^2 = 0$$
$$x_1 = \sqrt{2}\bar{y}$$

Logo:

$$C_{lp} = \sqrt{2}y + 2y^2/\sqrt{2}y$$
$$= 2\sqrt{2}y$$

Subtraindo a função custo de longo prazo da função custo de curto prazo, obtém-se:

$$C_{cp}(y) - C_{lp}(y) = 1/4y^2 - 2\sqrt{2}y + 8$$

Denotando por $\tilde{y}$ o nível de produçao tal que $C_{cp}(y) - C_{lp}(y) = 0$ e resolvendo por Bhaskara, temos que $\tilde{y} = 4\sqrt{2}$

Portanto, o custo de curto prazo é igual ao custo de longo prazo apenas quando o nível de produção é $\tilde{y} = 4\sqrt{2}$