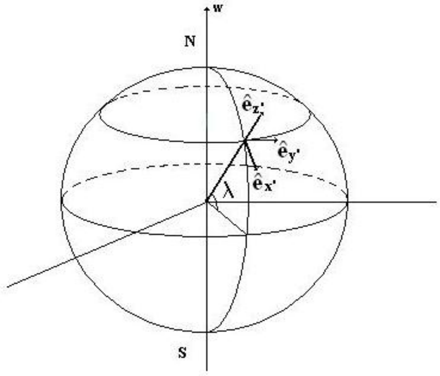
COMPLEMENTOS DE MECÂNICA CLÁSSICA

2ª LISTA DE EXERCÍCIOS/2014 - Parte 2: Referenciais Não Inerciais

1. Considere o movimento em queda livre de uma partícula no hemisfério Norte, num ponto de latitude λ, sujeito à força gravitacional terrestre e abandonado do repouso de uma altura h. Sabendo que a aceleração efetiva da gravidade é $\mathbf{g}$, que a velocidade angular da terra é $\boldsymbol{\omega}$, dirigida do Sul para o Norte e considerando o sistema de coordenadas S' como mostra a figura, determine em função de h, λ, $\boldsymbol{\omega}$ e $\mathbf{g}$:

(a) A aceleração de Coriolis,
(b) O tempo de queda,
(c) A deflexão em relação à linha de prumo.



2. Um carrossel inicia seu movimento a partir do repouso e acelera a uma aceleração angular constante de 0,02 rev/s^2. Uma menina está sentada em uma cadeira situada a 6m do eixo de revolução e segura uma bola de 2 kg nas mãos. Calcule o módulo e a direção da força que ela deve exercer para segurar a bola 5 segundos após o início da rotação do carrossel. Especifique as coordenadas utilizadas.

3. Um disco perfeitamente liso, horizontal, gira com velocidade angular $\boldsymbol{\omega}$ constante, em torno de um eixo vertical que passa no seu centro. Uma pessoa em cima do disco, a uma distância R da origem, arremessa uma moeda de tamanho desprezível, de massa m e velocidade inicial V relativa ao disco, em direção à origem. Mostre que esse movimento, num instante t, desprezando termos em $\boldsymbol{\omega}^2\mathbf{t}^2$, parece a essa pessoa no disco um arco de parábola. Obtenha a equação da parábola.

4. Um avião sobrevoa o pólo norte a 800 km/h ao longo de um meridiano que gira com a Terra. Determine o ângulo entre a direção do fio de prumo preso ao avião quando ele passa pelo pólo norte e a direção de um fio de prumo pendurado na Terra na região do pólo norte.

5. Um corpo na superfície terrestre, é lançado do repouso de uma altura h, a uma latitude de 40^0 N. Para h= 100 m, avalie o deslocamento lateral do ponto de impacto, devido à força de Coriolis.

6. Um corpo inicialmente em repouso, cai de uma altura h acima da superfície terrestre.
(a) Calcule a força de Coriolis como função do tempo, supondo em primeira aproximação, que o seu efeito seja desprezível em relação ao movimento. Utilize a velocidade de um corpo em queda livre com aceleração $\mathbf{g_e}$. Despreze a resistência do ar e suponha que h seja pequeno para que $\mathbf{g_e}$ possa ser considerada constante.
(b) Calcule o deslocamento do ponto de impacto com o solo, resultante do efeito da força de Coriolis, como segunda aproximação.

7. Considere S um referencial inercial, fixo, com origem no centro da Terra e eixo z apontando para o norte. Seja S´ um referencial que gira com a Terra.
(a) Escreva a equação que representa a transformação de qualquer vetor de S´para S. Utilize essa relação para obter a expressão da força de Coriolis que um corpo em S´ sente. Defina todos os símbolos utilizados.
(b) No hemisfério norte, qual é a direção da força de Coriolis em um corpo que se move na direção leste e para um corpo que se move verticalmente para cima.

(c) Considere um corpo atirado ao solo de uma distância de 3 m, a uma latitude λ de 30^0 norte. Ache, aproximadamente, a deflexão horizontal devido à força de Coriolis, quando ele atinge o solo. Despreze a resistência do ar.

8. Determine as equações de movimento de um pêndulo simples, levando em consideração a rotação da Terra em torno do seu eixo com velocidade angular ω.

(a) Supondo que o fio tenha comprimento l e que a tensão seja T, mostre que o movimento é

$$m\ddot{x} = -T\left(\frac{x}{l}\right) + 2m\omega\dot{y}\,\text{sen}\,\lambda$$

$$m\ddot{y} = -T\left(\frac{y}{l}\right) - 2m\omega(\dot{x}\,\text{sen}\,\lambda + \dot{z}\cos\lambda)$$

$$m\ddot{z} = T\frac{(l-z)}{l} - mg + 2m\omega\dot{y}\cos\lambda$$

(b) Admitindo que o pêndulo efetue apenas pequenos deslocamentos em torno da posição de equilíbrio, de modo que o movimento se dê no plano x-y, simplifique as equações do movimento

$$\ddot{x} = -\frac{g\,x}{l} + 2\omega\dot{y}\,\text{sen}\,\lambda \quad \text{e} \quad \ddot{y} = -\frac{g\,y}{l} - 2\omega\dot{x}\,\text{sen}\,\lambda \,.$$

(c) Resolva as equações obtidas em (b) para condições iniciais convenientes e mostre que a solução geral tem a forma:

$$x = C_1\cos\left(\alpha - \sqrt{\frac{g}{l}}\right)t + C_2\,\text{sen}\left(\alpha - \sqrt{\frac{g}{l}}\right)t + C_3\cos\left(\sqrt{\alpha + \frac{g}{l}}\right)t + C_4\,\text{sen}\left(\alpha + \sqrt{\frac{g}{l}}\right)t$$

$$y = -C_1\,\text{sen}\left(\alpha - \sqrt{\frac{g}{l}}\right)t + C_2\cos\left(\alpha - \sqrt{\frac{g}{l}}\right)t - C_3\,\text{sen}\left(\sqrt{\alpha + \frac{g}{l}}\right)t + C_4\cos\left(\alpha + \sqrt{\frac{g}{l}}\right)t$$

Mostre que a aproximação: $C_4 \sim C_2$, permite obter:

$$x = A\cos\sqrt{\frac{g}{l}}\,t\ \text{sen}(\omega\text{sen}\,\lambda t) \ \text{ e } \ y = A\,\text{sen}\sqrt{\frac{g}{l}}\,t\ \cos(\omega\text{sen}\,\lambda t)\,.$$

Dê uma interpretação física para a solução acima.

***9.** Um projétil é arremessado na direção leste de um ponto da superfície terrestre localizado a uma latitude λ norte com uma velocidade de módulo v_0 e ângulo de inclinação em relação à horizontal α. Mostre que a deflexão lateral do projétil ao atingir o solo, onde ω é a freqüência de rotação da Terra é:

$$d = \frac{4v_0^3}{g^2}\omega\text{sen}\,\lambda\ \text{sen}^2\alpha\,\cos\alpha$$

(b)Se o alcance do projétil for R_0 para o caso ω=0, mostre que a variação devido à rotação da Terra será:

$$\Delta R = \sqrt{\frac{2R_0^3}{g}}\omega\cos\lambda\left(\cot^{1/2}\alpha - \frac{1}{3}\text{tg}^{3/2}\alpha\right)$$

***10.** Um rio de largura D corre em direção norte, com uma velocidade v_0 e latitude λ.

(a) Prove que a água, na margem esquerda do rio, será mais alta do que na margem direita de uma altura de $(2D\omega v_0\,\text{sen}\,\lambda)(g^2 + 4\omega^2 v_0^2\,\text{sen}^2\lambda)^{\frac{1}{2}}$, onde ω é a velocidade angular em módulo da Terra em torno do seu eixo.

(b) Mostre que, para fins práticos, o resultado do item (a) é igual a $\dfrac{(2\omega D\,v_0\,\text{sen}\,\lambda)}{g}$.

(c) Se o rio tem 2 km de largura, e corre com velocidade de 5 km/h, numa latitude de 45^0, de quanto a água na margem esquerda será mais alta que a na direita?

ATENÇÃO: OS EXERCÍCIOS MARCADOS COM * DEVERÃO SER ENTREGUES NO DIA 09/10