
PARTE 2 do curso
Ptolomeu, Galileu e Copérnico

O que será abordado neste curso:

O Caminho até a Teoria da Gravitação de Newton:

Parte 1 (4 aulas)

- Conceitos básicos de Astronomia: Movimento do Sol e dos Corpos Celestes, esfera celestes, “laçadas dos planetas”.
- Descobertas da Antiguidade: Aristarco, Eratóstenes, Hiparco

Parte 2 (4 aulas)

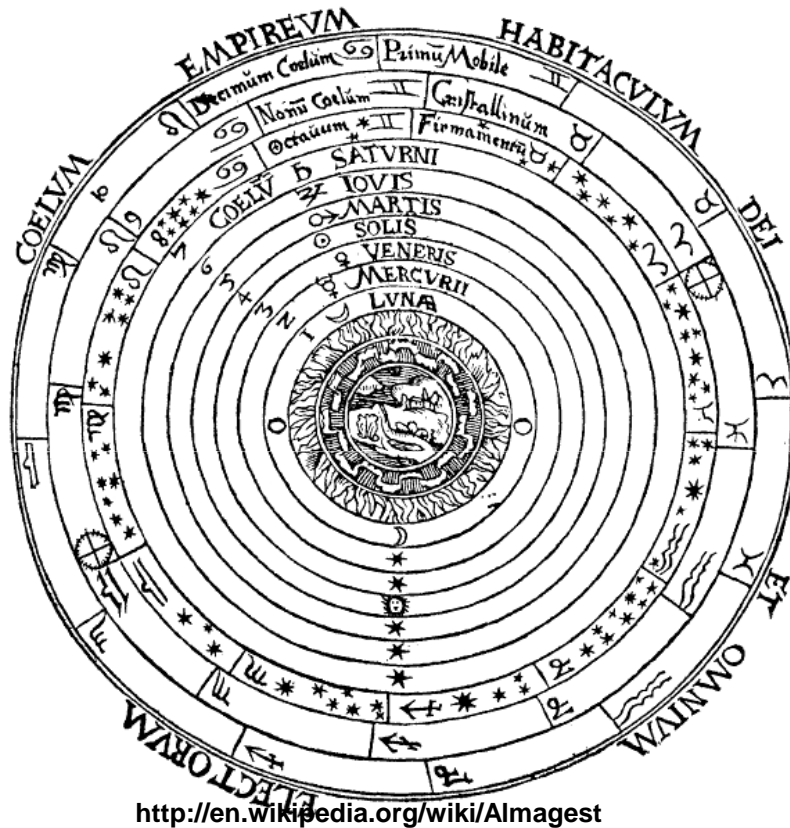
- Modelo de Ptolomeu (séc II): Epiciclos e deferentes.
- Copérnico e Tycho Brahe (séc XV) e Galileu (séc XVI-XVII).

Parte 3 (4-5 aulas)

- Leis de Kepler (séc XVI-XVII) do movimento dos planetas.
 - Teoria de Gravitação de Newton (séc XVII).
-

Ptolomeu de Alexandria (c.90-168 d.c.)

Schema huius præmissæ diuisionis Sphærarum.



<http://en.wikipedia.org/wiki/Ptolemy>

- Fortemente influenciado pelas idéias de Hiparco de Nicea.
- Tratado: *Almagesto*

O Almagesto de Ptolomeu

O Almagesto é formado por 13 livros:

Livros I e II: Defesa da visão aristotélica (modelo geocêntrico); explicação sobre ângulos e cordas; obliquidade da Eclíptica, movimento dos corpos celestes.

Livro III: movimento do Sol; duração do ano e das estações; descreve em detalhe as medições de Hiparco de Nicea (190-120a.c.); variação da duração do dia (“Equação dos Tempos”), modelos geométricos.

Livros IV e V: movimento da Lua. **Livro VI:** Eclipses.

Livro VII e VIII: movimento das estrelas fixas; catálogo de constelações.

Livros IX a XI: movimento dos 5 planetas visíveis a olho nú: Mercúrio, Vênus, Marte, Júpiter e Saturno. Modelo planetário.

Livros XII e XIII: movimento retrógrado dos planetas;

Almagesto: números em base-60

- Várias partes do *Almagesto* contêm tabelas de números e dados.

- Ptolomeu expressa números em base 60, como os Babilônios:

$$a + \frac{b}{60} + \frac{c}{(60)^2} + \frac{d}{(60)^3} + \dots = a; b, c, d \dots$$

onde a,b,c,d,... são números entre 0 e 59.

- Exemplos: $365; 15 = 365 + \frac{15}{60} = 365 + \frac{1}{4} = 365.25$

$$1; 24, 51, 10 = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = \frac{305470}{216000} = 1.414212963 \approx \sqrt{2}$$

- Inverso: $365.25 = 365 + \frac{1}{4} = 365 + \frac{15}{60} = 365; 15$

- Algoritmo: multiplique os decimais por 60 até chegar em um inteiro:

$$0.25 \times 60 = 15 \Rightarrow 0.25 = \frac{15}{60} = 0; 15$$

Almagesto: números em base-60

- Mais exemplos: passando números “quebrados” para base 60

$$1.4142 = ?$$

- Algoritmo inverso: multiplique os decimais por 60 sucessivamente até chegar em um número inteiro:

$0.4142 \times 60 = 24.852$
$0.852 \times 60 = 51.12$
$0.12 \times 60 = 7.2$
$0.2 \times 60 = 12$

→ $1.4142 = 1; 24, 51, 7, 12$

- **A prova:**

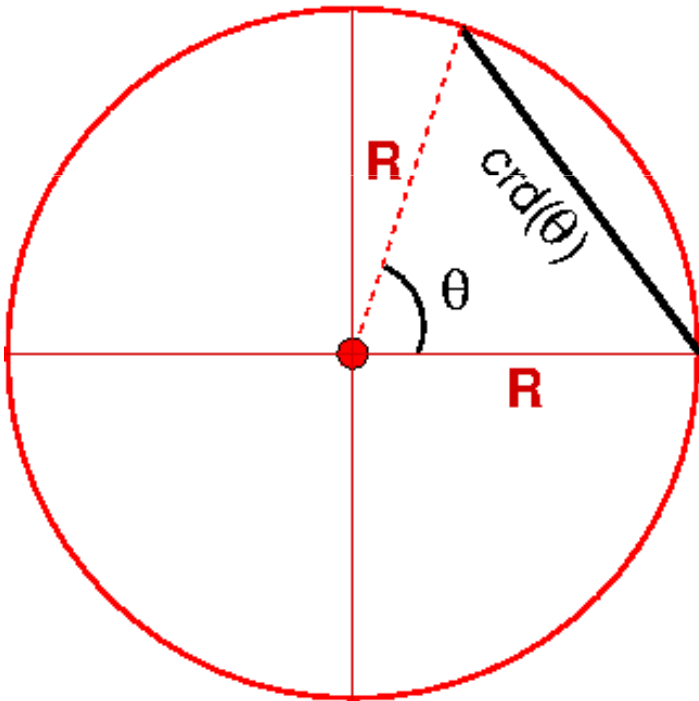
$$1 + 0.4142 = 1 + \frac{24 + 0.852}{60} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51.12}{60.60} = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{7.2}{60.60.60} = \dots$$

$$\Rightarrow 1.4142 = 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{7}{60^3} + \frac{12}{60^4} \Rightarrow 1.4142 = 1; 24, 51, 7, 12$$

- **Tarefa:** expresse 2.42 em base 60.
-

Almagesto: ângulos em “cordas”

- No Almagesto encontramos “tabelas de cordas”, equivalentes a tabelas de senos e cossenos.
- A “corda” de um ângulo θ em um círculo de raio R é dada por



$$crd(\theta) = 2R \operatorname{sen}(\theta/2)$$

- Ptolomeu usa círculos com $R=60$.
- **Exemplo:** corda de 120° para Ptolomeu.

$$crd(120^\circ) = 120 \operatorname{sen}(60^\circ) = 120 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow crd(120^\circ) = 60\sqrt{3} \approx 103.923$$

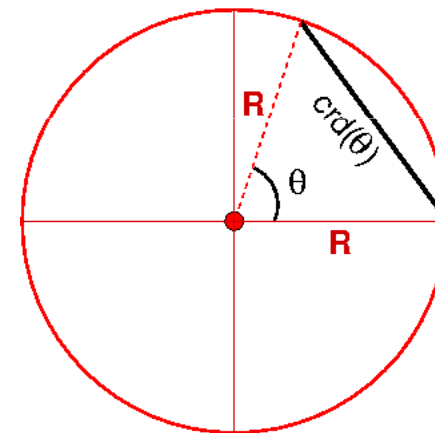
Almagesto: Tabelas de cordas

11. TABLE OF CHORDS

Arcs	Chords	Sixtieths ¹	Arcs	Chords	Sixtieths
1/2	0 31 25	0 1 2 50	16 1/2	17 13 9	0 1 2 10
1	1 2 50	0 1 2 50	17	17 44 14	0 1 2 7
1 1/2	1 34 15	0 1 2 50	17 1/2	18 15 17	0 1 2 5
2	2 5 40	0 1 2 50	18	18 46 19	0 1 2 2
2 1/2	2 37 4	0 1 2 48	18 1/2	19 17 21	0 1 2 0
3	3 8 28	0 1 2 48	19	19 48 21	0 1 1 57
3 1/2	3 39 52	0 1 2 48	19 1/2	20 19 19	0 1 1 54
4	4 11 16	0 1 2 47	20	20 50 16	0 1 1 51
4 1/2	4 42 40	0 1 2 47	20 1/2	21 21 11	0 1 1 48
5	5 14 4	0 1 2 46	21	21 52 6	0 1 1 45
5 1/2	5 45 27	0 1 2 45	21 1/2	22 22 58	0 1 1 42
6	6 16 49	0 1 2 44	22	22 53 49	0 1 1 39
6 1/2	6 48 11	0 1 2 43	22 1/2	23 24 39	0 1 1 36
7	7 19 33	0 1 2 42	23	23 55 27	0 1 1 33
7 1/2	7 50 54	0 1 2 41	23 1/2	24 26 13	0 1 1 30
8	8 22 15	0 1 2 40	24	24 56 58	0 1 1 26
8 1/2	8 53 35	0 1 2 39	24 1/2	25 27 41	0 1 1 22
9	9 24 54	0 1 2 38	25	25 58 22	0 1 1 19
9 1/2	9 56 13	0 1 2 37	25 1/2	26 29 1	0 1 1 15
10	10 27 32	0 1 2 35	26	26 59 38	0 1 1 11
10 1/2	10 58 49	0 1 2 33	26 1/2	27 30 14	0 1 1 8
11	11 30 5	0 1 2 32	27	28 0 48	0 1 1 4
11 1/2	12 1 21	0 1 2 30	27 1/2	28 31 20	0 1 1 0
12	12 32 36	0 1 2 28	28	29 1 50	0 1 0 56
12 1/2	13 3 50	0 1 2 27	28 1/2	29 32 18	0 1 0 52
13	13 35 4	0 1 2 25	29	30 2 44	0 1 0 48
13 1/2	14 6 16	0 1 2 23	29 1/2	30 33 8	0 1 0 44
14	14 37 27	0 1 2 21	30	31 3 30	0 1 0 40
14 1/2	15 8 38	0 1 2 19	30 1/2	31 33 50	0 1 0 35
15	15 39 47	0 1 2 17	31	32 4 7	0 1 0 31
15 1/2	16 10 56	0 1 2 15	31 1/2	32 34 22	0 1 0 27
16	16 42 3	0 1 2 13	32	33 4 35	0 1 0 22

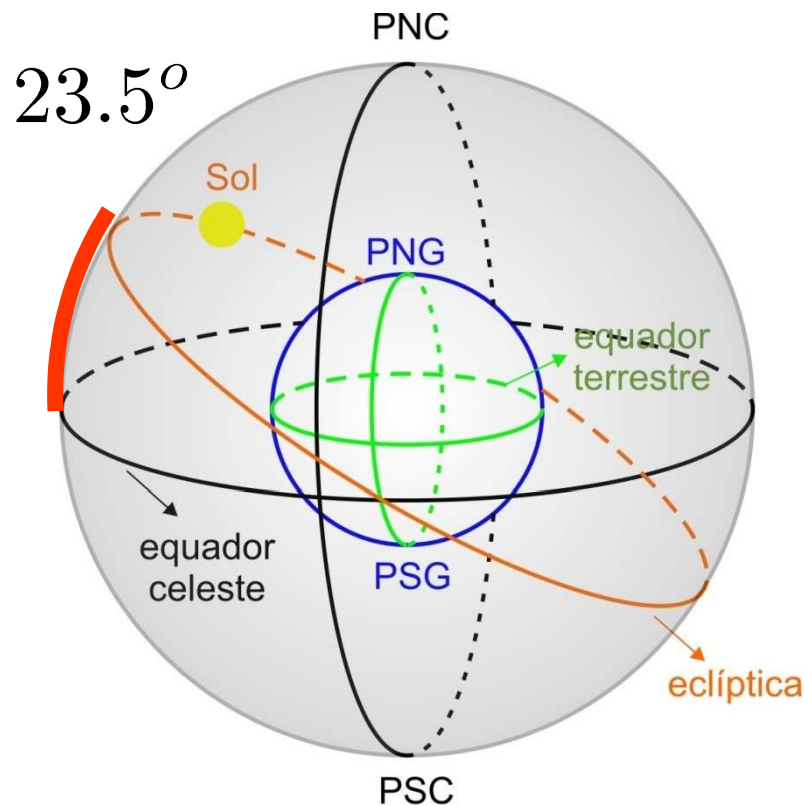
¹The sexagesimal system is assumed.

- Tarefa 2: calcule a corda de um ângulo de 30° em um círculo de Ptolomeu (R=60) e expresse em base 60.



- Compare com a tabela do *Almagesto* (p.21):
crd(30)=31;3,30

Movimento do Sol: circular e uniforme?



http://www.observatorio-phoenix.org/e_teorias/24_E01_1.gif

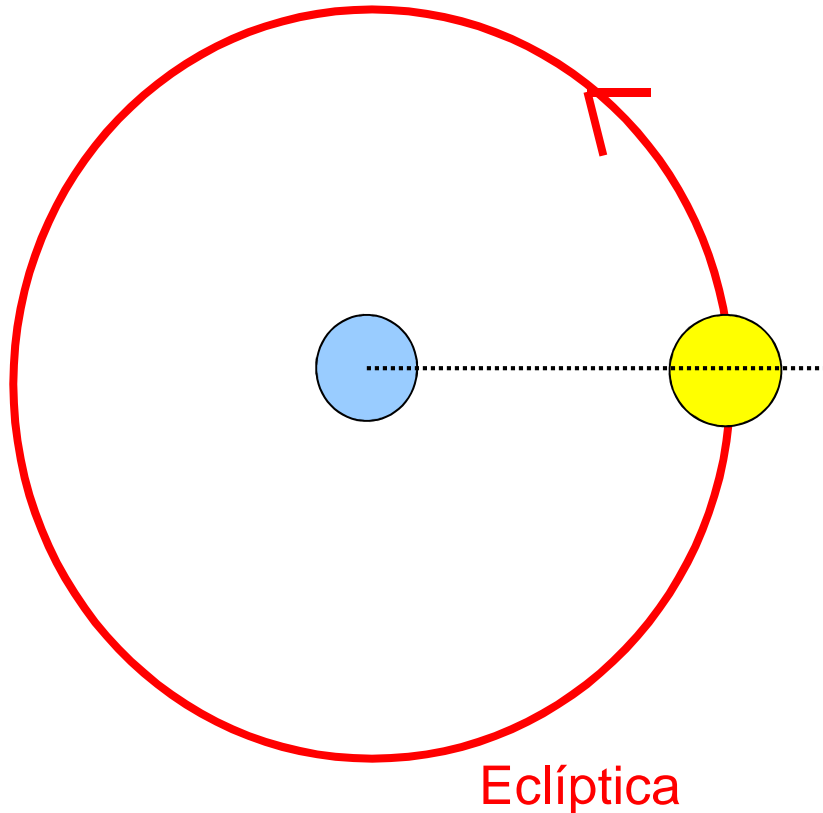
- Vimos que, ao longo do ano, o Sol traça uma trajetória na *eclíptica* (inclinada em relação ao equador celeste).

- O modelo de Aristóteles das “esferas celestes” diz que o movimento do Sol ao longo da eclíptica é *circular e uniforme*.

- No Livro III do *Almagesto*, Ptolomeu faz várias considerações sobre o movimento do Sol, a partir de observações de Hiparco e suas próprias. Por exemplo:

1. A duração do ano solar.
2. O número de dias entre equinócios e solstícios.
3. A diferença entre a duração dos “dias solares verdadeiros” e o “dia médio” (equação dos tempos).

Número de dias no ano.



Período do movimento do Sol:

$$T = 365 + \frac{1}{4} - \frac{1}{133} \text{ dias}$$

Isso é o *período sideral*.

- Ptolomeu cita várias medições de Hiparco da duração de dias entre os equinócios de Outono e Primavera.

- Resultado: sempre 365 dias mais $\frac{1}{4}$ de dia (com poucas exceções).

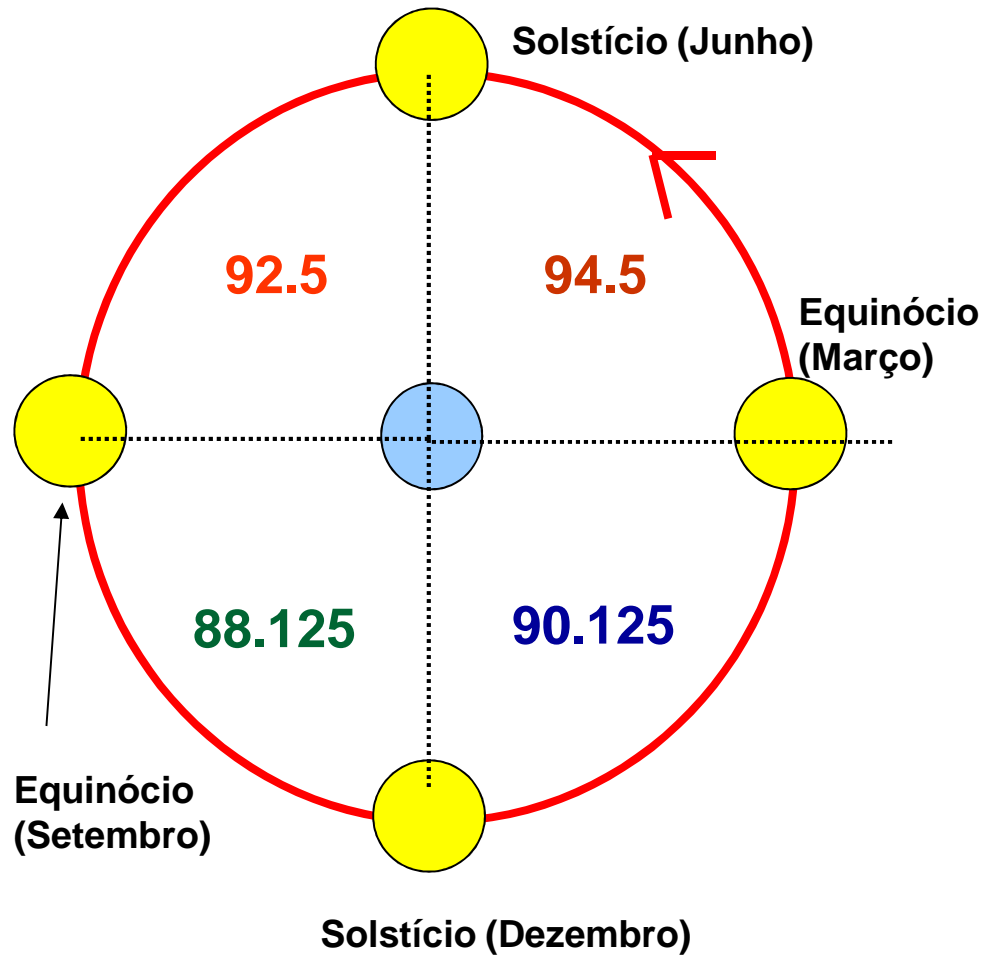
- Ptolomeu conclui que “*Em todas essas observações não há diferenças perceptíveis embora seja possível haver um erro...*”.

- Em outra análise, o próprio Ptolomeu faz medições e conclui que o período medido por Hiparco é de $365 + \frac{1}{4} - \frac{1}{300}$ dias.

- O valor aceito: $365 + \frac{1}{4} - \frac{1}{133}$ dias.

- **Tarefa 3: qual a diferença entre esses valores (em minutos)?**

Duração das Estações (Hiparco)

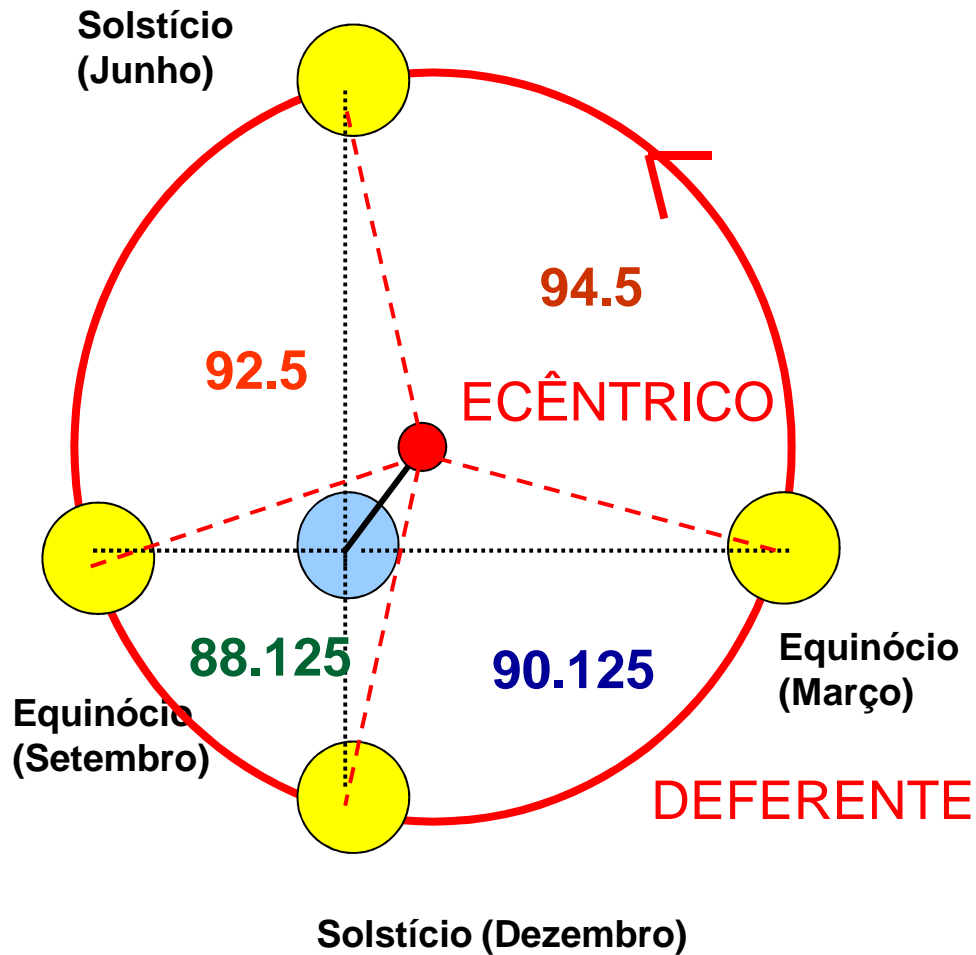


- Se o movimento for circular e uniforme, o número de dias entre solstícios e equinócios deveria ser *igual*.

- Ptolomeu: medições de Hiparco mostram que isto **não ocorre**:

Estações (H.Norte)	Hiparco (130 ac)	Atual
Verão	92 ½ dias	93.65 dias
Outono	88 1/8 dias	89.85 dias
Inverno	90 1/8 dias	88.99 dias
Primavera	94 ½ dias	92.75 dias
Total	365 ¼	365.24

Modelo: ecêntrico+deferente (Hiparco)



- Uma explicação possível é que a Terra não está no centro da órbita circular do Sol.

- O círculo da trajetória circular e uniforme do Sol é o *deferente*.

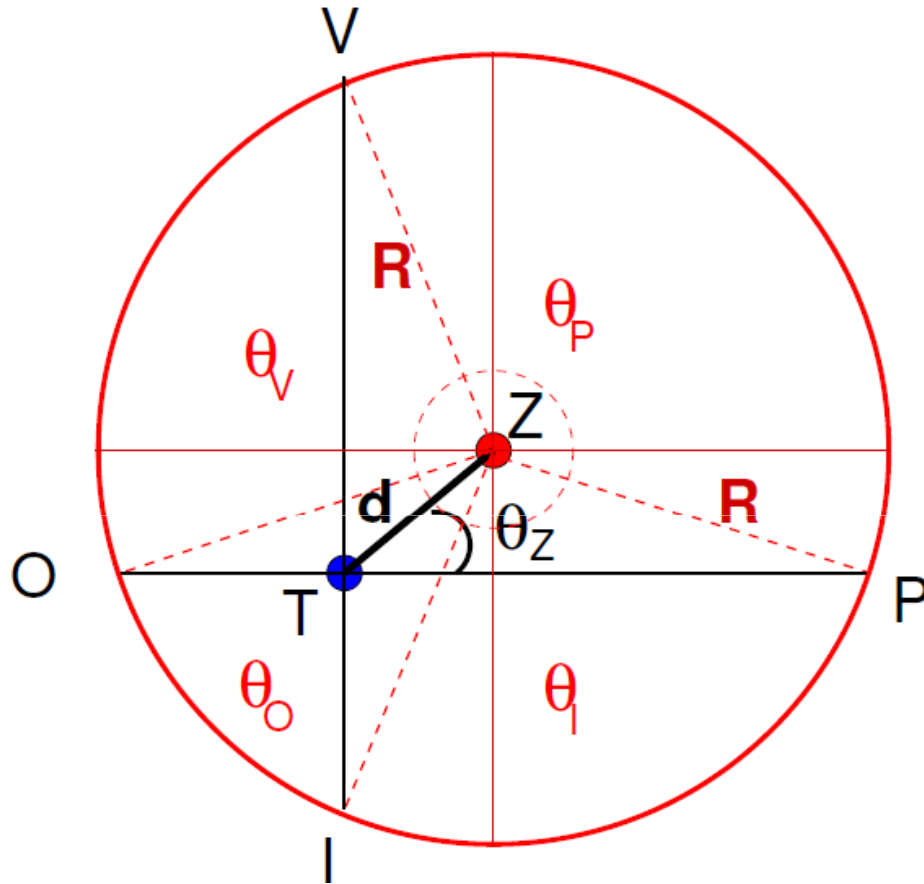
- O centro do deferente é o *ecêntrico*.

- Simulações:

<http://people.sc.fsu.edu/~dduke/nseasons.html>

<http://astro.unl.edu/naap/ssm/animations/ptolemaic.html>

Modelo: ecêntrico+deferente (Hiparco)



- O Sol percorre uma trajetória circular de raio R com período T em torno do ecêntrico Z .

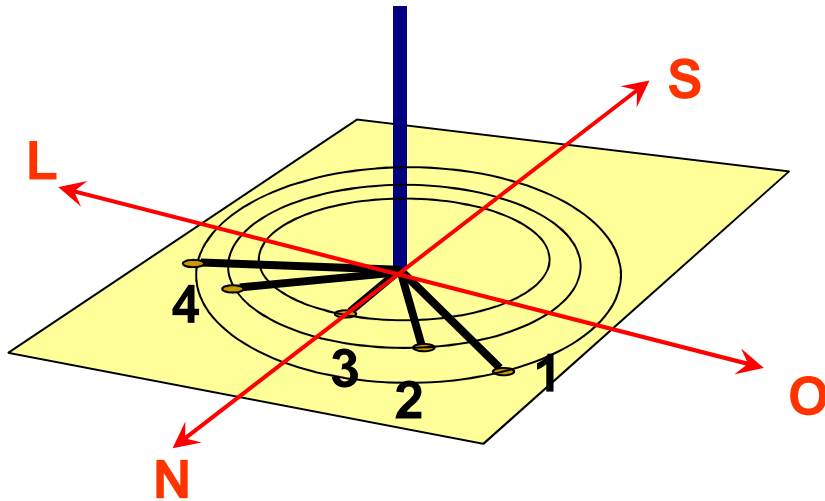
- A Terra está no ponto T . O ecêntrico está a uma distância d e um ângulo θ_z da Terra.

- Os solstícios/equinócios ocorrem quando o Sol passa pelos pontos P, V, O, I .

- **Tarefa 4:** Com base nos dados de Hiparco (no. de dias entre equinócios e solstícios) e usando $T=365.25$ dias, calcule os ângulos $\theta_p, \theta_v, \theta_o$ e θ_i .

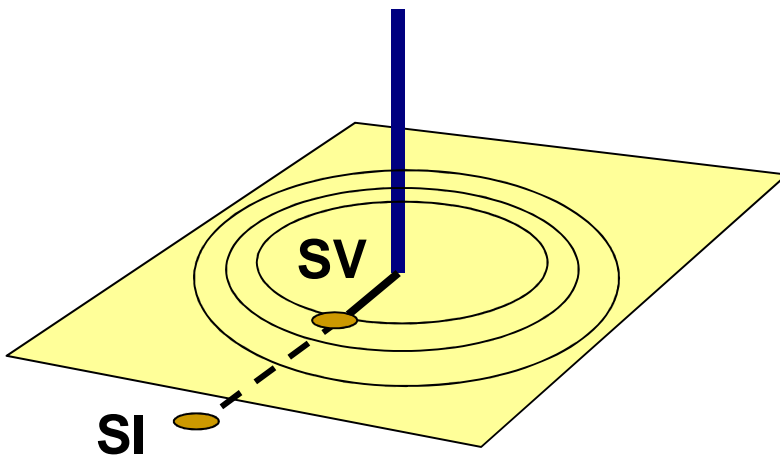
Exercício da Lista: Dados $\theta_p, \theta_v, \theta_o$ e θ_i , encontre expressões para d/R e θ_z .

Duração do dia: é sempre igual?



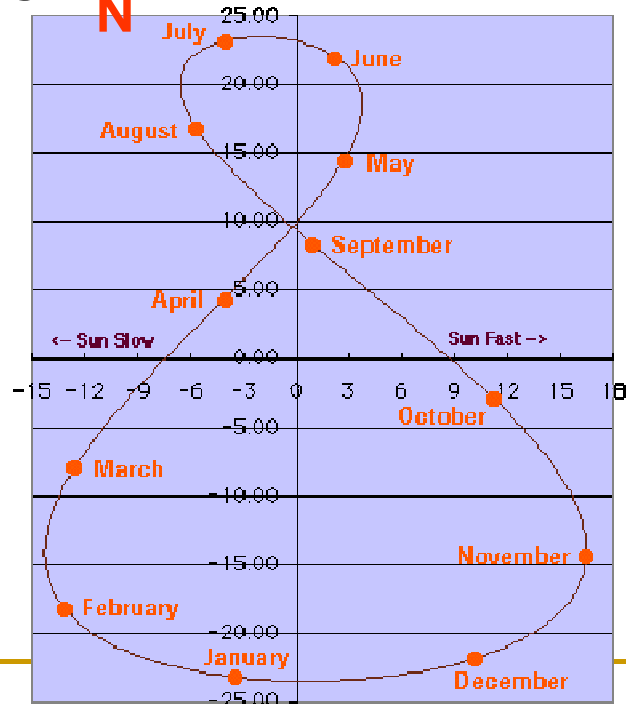
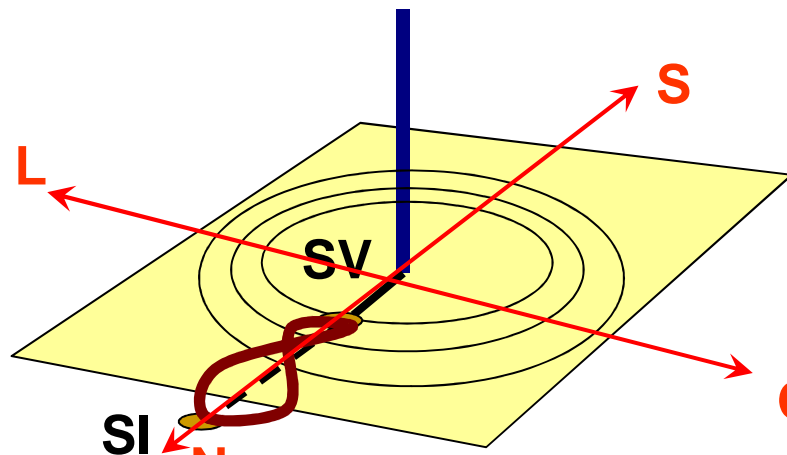
- Vimos que a menor sombra do dia ocorre ao *meio-dia solar* (posição 3) varia de comprimento ao longo do ano (linha tracejada):

- Mais longa no Solstício de Inverno (SI) e mais curta no Solstício de Verão (SV).



- A sombra mais curta fica sempre sempre ao longo na **linha norte-sul** (vermelha), por definição do meio-dia solar (sol mais alto no horizonte).

O Sol se atrasa e se adianta...

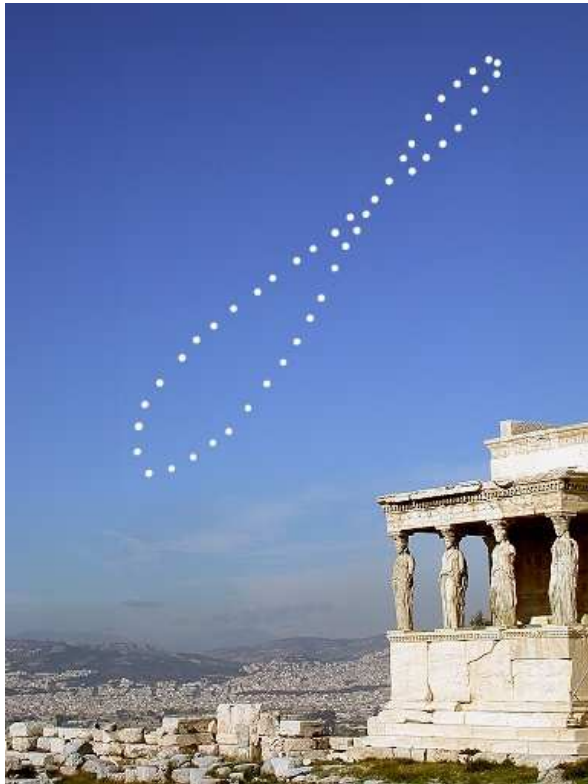


<http://solar-center.stanford.edu/analemma.html>

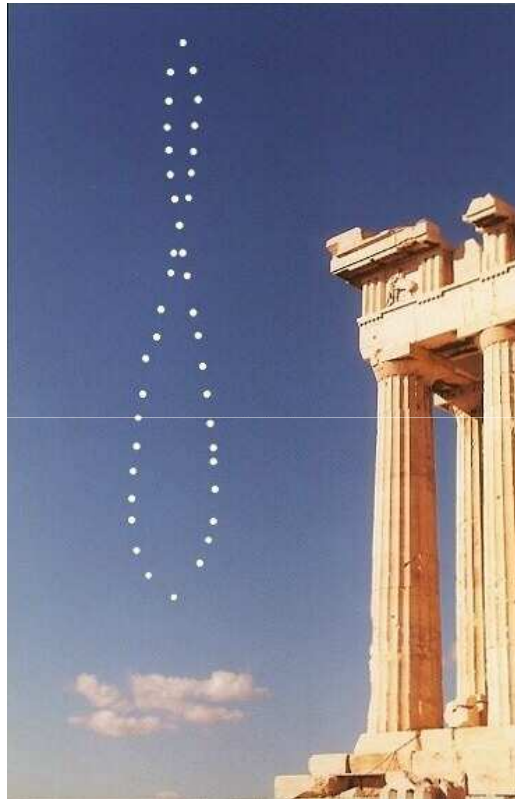
- Se você marcar a posição da sombra ao longo do ano sempre ao meio-dia no seu relógio, verá que ela não será a sombra mais curta na linha norte-sul.
- Ela formará um “8” ao longo do ano, a chamada “curva analema”.
- **Ou seja: o Sol “atrasa” ou “se adianta” em relação ao seu relógio dependendo da época do ano!**
- Por conta da inclinação da eclíptica, uma diferença assim ocorreria mesmo se o movimento do Sol em torno da Terra fosse circular e uniforme.
- Nesse caso, a analema seria um “8” simétrico, sem a assimetria da figura.

A “analema”.

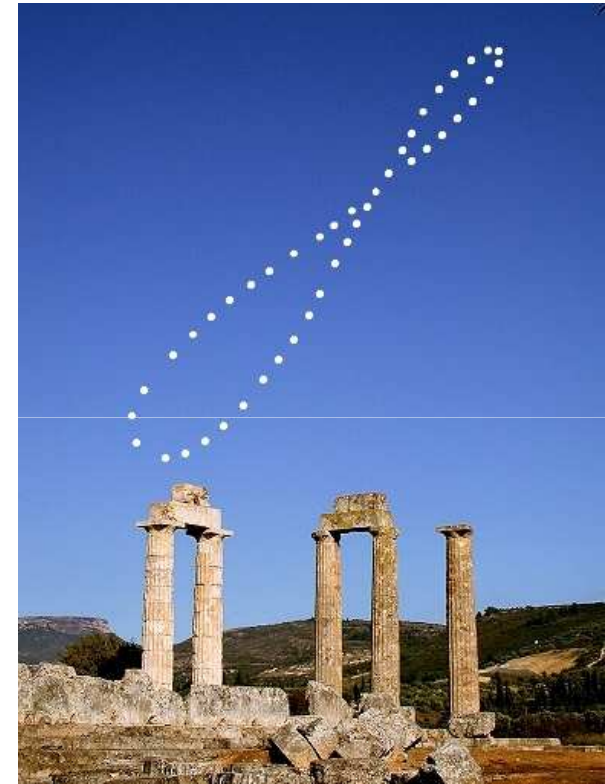
Fotos da posição do sol tiradas ao longo do ano sempre no mesmo horário.



5:00:00 UT+2 Jan 07 - Dec 20/03
Erechtheion, Athens, Greece



12:28:16 UT+2 Jan 12- Dec 21/02
Parthenon, Athens, Greece



16:00:00 UT+2 -Jan 07- Dec 20/03
Temple of Zeus, Ancient Nemea,
Greece

Equação dos tempos.

A diferença entre o “tempo solar verdadeiro” e o “tempo local” medido pelo seu relógio ao longo do ano é chamada *equação dos tempos*.

