Termodinâmica

Primeira Lei da Termodinâmica

para volume de controle

Introdução

Os princípios básicos que nos são importantes estão escritos para um sistema. Assim, temos as expressões a seguir para a conservação da massa e da energia:

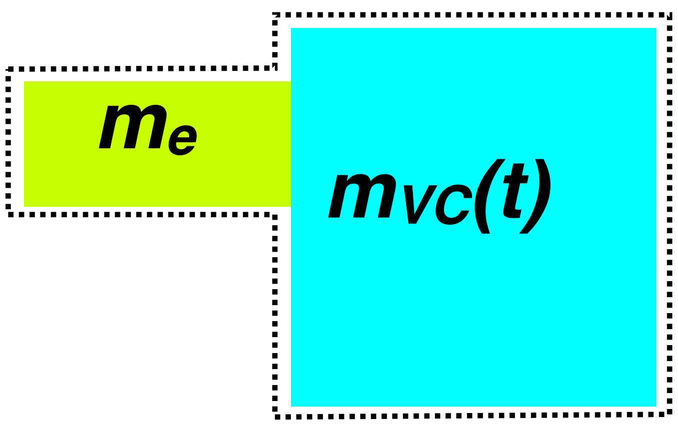
m = constante	$\frac{dm}{dt} = 0$
$E_2 - E_1 = Q_{1-2} - W_{1-2}$	$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W}$

Conservação da massa

Vamos escrever expressões equivalentes para um volume de controle.

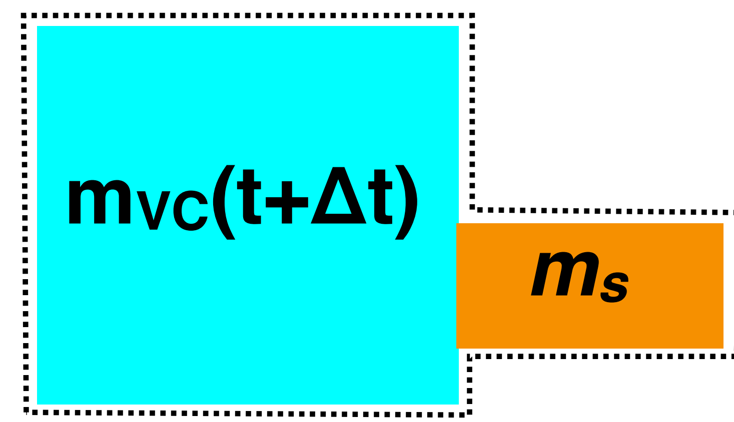
Podemos fazer isso considerando um sistema com fronteira móvel:

No instante t



$sistema \equiv m(t) = m_{vc}(t) + m_e$

No instante t+Δt



$sistema \equiv m(t+\Delta t) = m_{vc}(t+\Delta t) + m_s$

$$m_{vc}(t) + m_e = m_{vc}(t+\Delta t) + m_s$$

Conservação da massa

Agrupando os termos e dividindo por Δt:

$$\frac{m_{vc}(t+\Delta t) - m_{vc}(t) = m_e - m_s}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t \to 0} \frac{dm_{vc}}{dt} = \dot{m}_e - \dot{m}_s$$

vazão mássica (massa/tempo)

Generalizando para outras entradas e saídas:

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s$$

Conservação da massa

Deduzimos:

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s$$

De fato fizemos a seguinte conta:

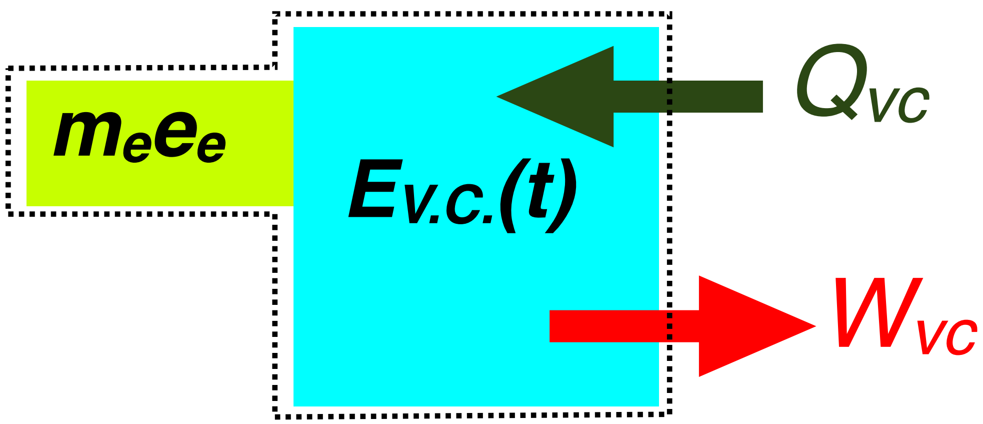
Taxa de variação da massa contida no VC no instante *t* **=** Taxa com que massa entra no VC **–** Taxa com que massa sai do VC

Conservação da energia

Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

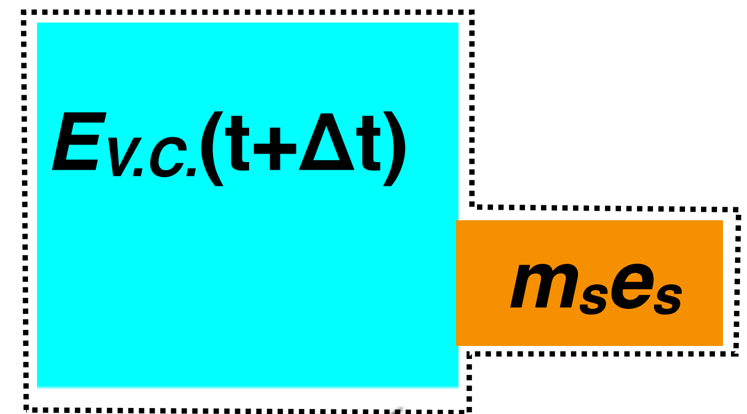
De forma análoga podemos deduzir a expressão da conservação da energia para um volume de controle:

No instante t



$$E = E_{vc}(t) + m_e\left(u_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e\right)$$

No instante t+Δt



$$E = E_{vc}(t+\Delta t) + m_s\left(u_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s\right)$$

$$E_{vc}(t) + m_e\left(u_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e\right) + Q_{vc} - W = E_{vc}(t+\Delta t) + m_s\left(u_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s\right)$$

Conservação da energia

Agrupando os termos:

$$E_{vc}(t+\Delta t)-E_{vc}(t)=m_e\left(u_e+\frac{V_e^2}{2}+gz_e\right)-m_s\left(u_s+\frac{V_s^2}{2}+gz_s\right)+Q_{vc}-W$$

Dividindo por Δt e aplicando o limite (*Δt* → *0*):

$$\frac{dE_{vc}}{dt}=\dot{m}_e\left(u_e+\frac{V_e^2}{2}+z_e\right)-\dot{m}_s\left(u_s+\frac{V_s^2}{2}+z_s\right)+\dot{Q}-\dot{W}$$

A potência pode ser dividida em dois componentes:

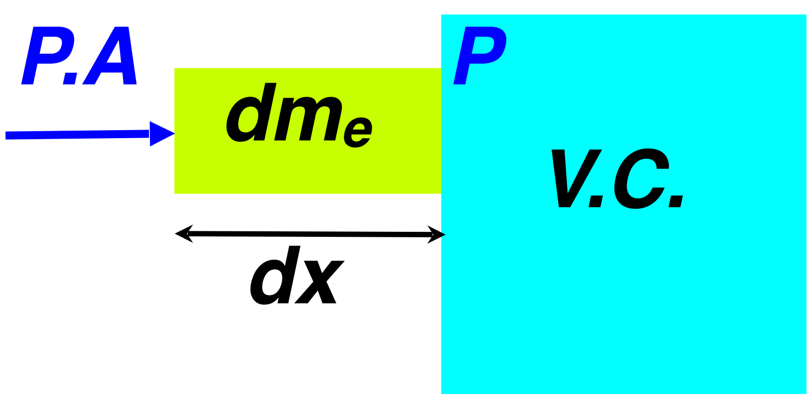
$$\dot{W}=\dot{W}_{vc}+\dot{W}_{fluxo}$$

O que é essa tal de potência de fluxo?

Trabalho de fluxo

Para entender o trabalho de fluxo, considere a figura a seguir:

No instante t



O trabalho realizado pela vizinhança para que dm_e entre no sistema é: P.A.dx

Por sua vez a potência é dada: P.A.V

V é a velocidade média com dm_e entre no sistema.

Analogamente poderíamos repetir a análise para uma saída. Dessa forma, chegamos na expressão da potência de fluxo:

$$\dot{W} = p_s A_s V_s - p_e A_e V_e = \dot{m}_s p_s \upsilon_s - \dot{m}_e p_e \upsilon_e$$

Por que o sinal negativo associado à entrada?

Expressão para volume de controle

Substituindo o resultado anterior na expressão da 1ª Lei:

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \dot{m}_e\left(u_e + p_e v_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e\right) - \dot{m}_s\left(u_s + p_s v_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s\right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}$$

Lembrando da definição de entalpia e generalizando para várias entradas e saídas:

$$\frac{dE_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e\left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e\right) - \sum_s \dot{m}_s\left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s\right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}$$

Princípios de conservação para volume de controle:

Conservação da massa

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s$$

Conservação da energia

$$\boxed{\frac{dE_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + g z_e \right) - \sum_s \dot{m}_s \left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + g z_s \right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}}$$

Caso particular

Regime permanente:

★O VC não se move em relação ao sistema de coordenadas;

★O estado da massa em cada ponto do VC não varia com o tempo;

★O fluxo e o estado da massa em cada área discreta de escoamento na superfície de controle não variam com o tempo;

★As taxas nas quais o calor e o trabalho cruzam a superfície de controle permanecem constantes.

Caso particular

Regime permanente:

★O VC não se move em relação ao sistema de coordenadas;

As velocidades do fluido nas entradas e saídas são velocidades relativas ao VC, portanto, nesse caso, absolutas

★O estado da massa em cada ponto do VC não varia com o tempo;

$$\frac{dm_{vc}}{dt} = 0 \qquad \frac{dE_{vc}}{dt} = 0$$

Regime permanente

Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

Resumos das equações com uma entrada e uma saída:

$$\cancel{\frac{dm_{vc}}{dt}} = \cancel{\sum_e} \dot{m}_e - \cancel{\sum_s} \dot{m}_s \qquad \boxed{\Rightarrow \dot{m} = \dot{m}_e = \dot{m}_s}$$

$$\boxed{\cancel{\frac{dE_{vc}}{dt}} = \cancel{\sum_e} \dot{m}_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \cancel{\sum_s} \dot{m}_s \left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}}$$

Combinando com a conservação da massa

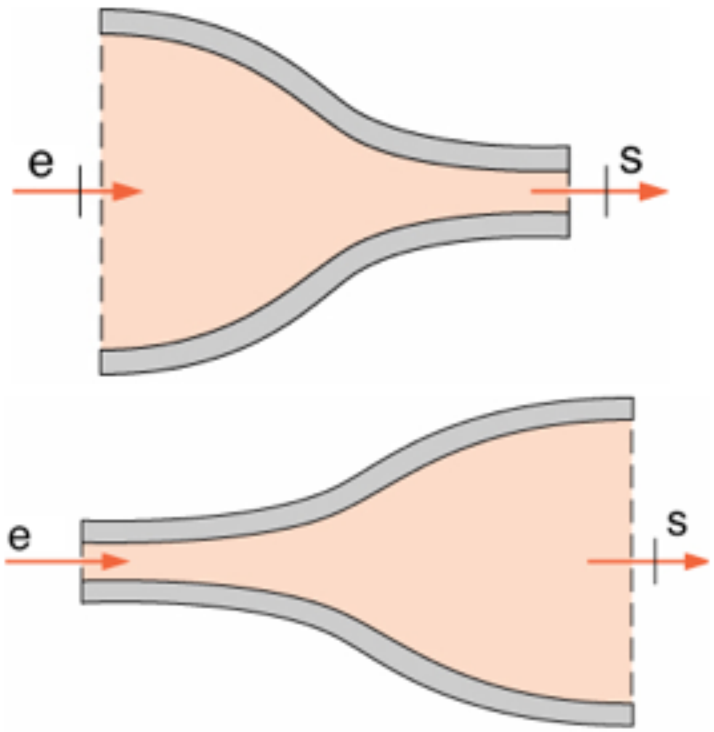
$$\dot{m} \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \dot{m} \left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc} = 0$$

Dividindo pela vazão mássica

$$\boxed{h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e + q_{vc} - w_{vc} = h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s}$$

Exemplos de aplicação

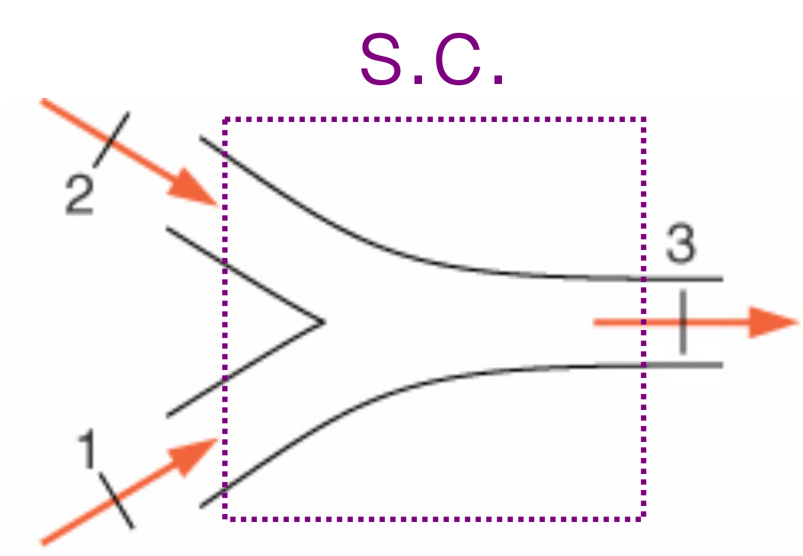
Bocal / Difusor



$$h_e + \frac{V_e^2}{2} + \cancel{gz_e} + \cancel{q_{vc}} - \cancel{w_{vc}} = h_s + \frac{V_s^2}{2} + \cancel{gz_s}$$

$$h_e + \frac{V_e^2}{2} = h_s + \frac{V_s^2}{2}$$

Misturador



$$\sum_e \dot{m}_e h_e - \sum_s \dot{m}_s h_s + \cancel{\dot{Q}_{vc}} - \cancel{\dot{W}_{vc}} = 0$$

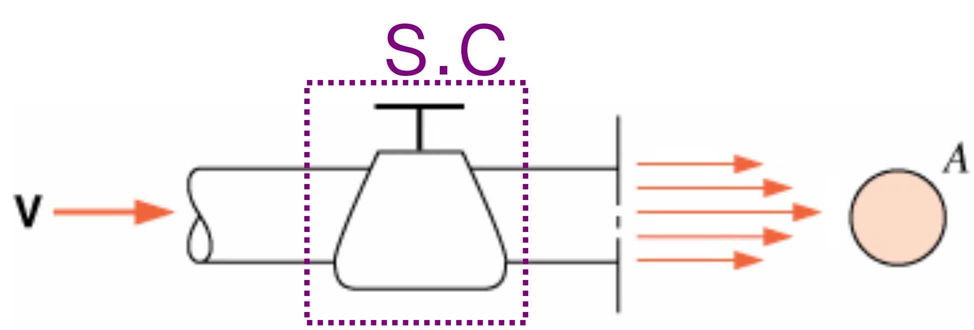
$$\boxed{\dot{m}_3 h_3 = \dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2}$$

Exemplos de aplicação

Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo

Restrição

Exemplos: válvula e tubo capilar.

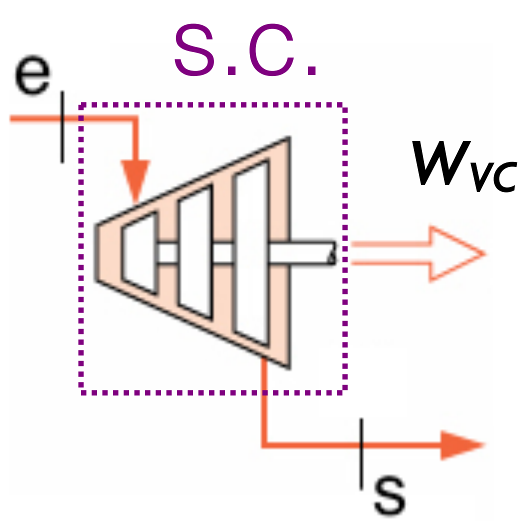


1ª Lei: $$h_e + \cancel{\frac{V_e^2}{2}} + \cancel{gz_e} + \cancel{q_{vc}} - \cancel{w_{vc}} = h_s + \cancel{\frac{V_s^2}{2}} + \cancel{gz_s}$$

$h_e = h_s$ isentálpica

Exemplos de aplicação

Turbina

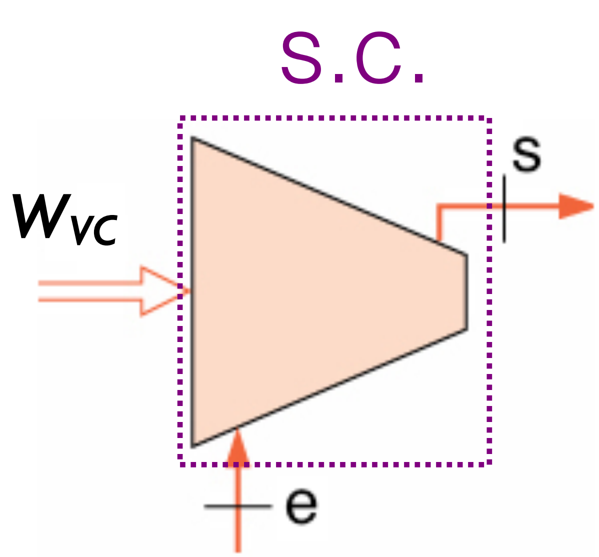


$$h_e + \cancel{\frac{V_e^2}{2}} + \cancel{gz_e} + \cancel{q_{vc}} - w_{vc} = h_s + \cancel{\frac{V_s^2}{2}} + \cancel{gz_s}$$

$w_{vc} = h_e - h_s$

Note que resulta $w_{vc} > 0$ e que a vazão mássica dita a potência

Compressor / Bomba



$$h_e + \cancel{\frac{V_e^2}{2}} + \cancel{gz_e} + \cancel{q_{vc}} - w_{vc} = h_s + \cancel{\frac{V_s^2}{2}} + \cancel{gz_s}$$

$w_{vc} = h_e - h_s$

Note que resulta $w_{vc} < 0$ e que a vazão mássica dita a potência

Caso particular

Regime uniforme

★O VC não se move em relação ao sistema de coordenadas;

★O estado da massa dentro do VC pode variar com o tempo, mas é uniforme ao longo de todo o VC;

★o estado da massa que atravessa cada uma das áreas de fluxo na superfície de controle é constante e uniforme, embora as vazões possam variar com o tempo.

Hipótese principal

Regime Uniforme

Vamos integrar as expressões a seguir de um instante inicial (1) até um instante *t* (2) de forma a eliminar a equação diferencial:

$$\int_1^2 \frac{dm_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e - \sum_s \dot{m}_s \quad dt$$

$$\int_1^2 \boxed{\frac{dE_{vc}}{dt} = \sum_e \dot{m}_e\left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e\right) - \sum_s \dot{m}_s\left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s\right) + \dot{Q}_{vc} - \dot{W}_{vc}} \quad dt$$

Regime uniforme

Vamos integrar termo a termo a expressão da conservação da massa e energia:

$$\int_1^2 \frac{dm_{vc}}{dt}\, dt = m_2 - m_1$$

$$\int_1^2 \sum_e \dot{m}_e\, dt = \sum_e m_e$$

$$\int_1^2 \sum_s \dot{m}_s\, dt = \sum_s m_s$$

Combinando as expressões anteriores:

$$m_2 - m_1 = \sum_e m_e - \sum_s m_s$$

Regime uniforme

$$\int_1^2 \frac{dE_{vc}}{dt}\,dt = \boxed{E_2 - E_1}$$

$$\int_1^2 \sum_e \dot{m}_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) dt = \boxed{\sum_e m_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right)}$$

$$\int_1^2 \sum_s \dot{m}_s \left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) dt = \boxed{\sum_s m_s \left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right)}$$

$$\int_1^2 \dot{Q}_{vc} = Q_{vc}$$

$$\int_1^2 \dot{W}_{vc} = W_{vc}$$

Combinando as expressões anteriores:

$$E_2 - E_1 = \sum_e m_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e \right) - \sum_s m_s \left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s \right) + Q_{vc} - W_{vc}$$

Regime uniforme

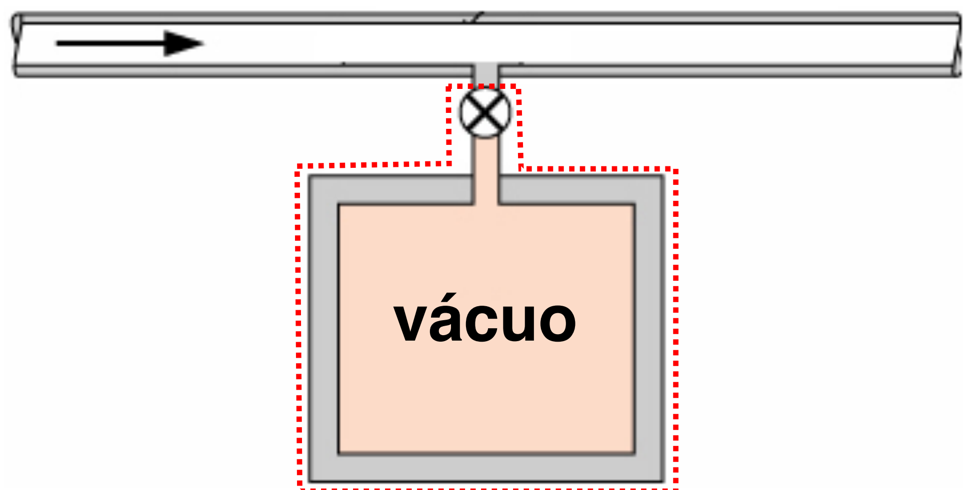
Resumo das equações:

$$(m_2 - m_1)_{VC} = \sum m_e - \sum m_s$$

$$m_2\left(u_2 + \frac{V_2^2}{2} + gz_2\right) - m_1\left(u_1 + \frac{V_1^2}{2} + gz_1\right) = \sum_e m_e\left(h_e + \frac{V_e^2}{2} + gz_e\right)$$
$$-\sum_s m_s\left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s\right) + Q_{vc} - W_{vc}$$

Enchimento de um tanque com um gás perfeito (T_{final} ?)

gás a P_0, T_0 (estado constante)



Hipóteses:

- Gás perfeito;
- Calores específicos constantes;
- Regime uniforme;
- Processo adiabático;
- Estado final de equilíbrio.

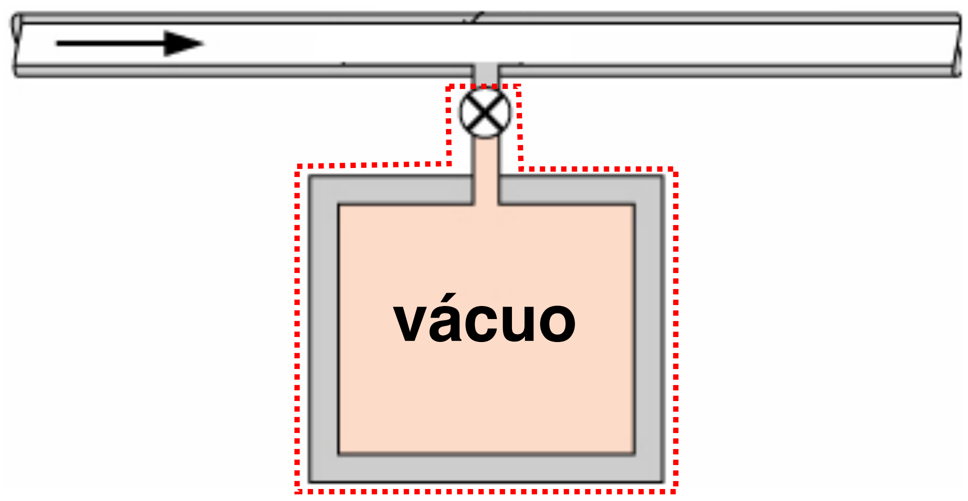
Sobre o estado final conhecemos apenas uma propriedade intensiva independente, a pressão (P_0). A outra será determinada pela aplicação dos princípios de conservação.

$$(m_2 - \cancel{m_1})_{VC} = \cancel{\sum} m_e - \cancel{\sum m_s} \rightarrow m_2 = m_e$$

$$E_2 - \cancel{E_1} = \cancel{\sum_e} m_e\left(h_e + \cancel{\frac{V_e^2}{2}} + \cancel{gz_e}\right) - \cancel{\sum_s m_s\left(h_s + \frac{V_s^2}{2} + gz_s\right)} + \cancel{Q_{vc}} - \cancel{W_{vc}} \rightarrow m_2 u_2 = m_e h_e$$

Enchimento de um tanque com um gás perfeito (T_{final} ?)

gás a P_0, T_0 (estado constante)



$$m_2 = m_e$$

$$m_2 u_2 = m_e h_e$$

Combinando as expressões, obtém-se: $u_2 = h_e$

Considerando calores específicos constantes: $c_{v0} T_2 = c_{p0} T_0$

Quais são as demais considerações usadas nessa equação?

$T_2 = k T_0$ Portanto T_2 será maior que T_0, pois k é maior que um.

Resolva novamente o exercício usando a abordagem de sistema.

Mensagem final

Encerramos a teoria para a primeira prova.
Faremos a partir de agora apenas exercícios.

Alguma dúvida?