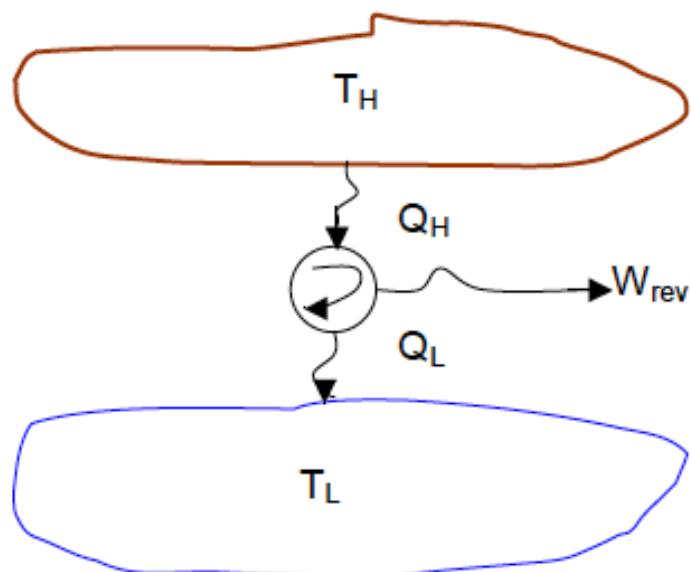


# ENTROPIA

Desigualdade de Clausius

(corolário da 2<sup>a</sup> Lei)

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$



$$\oint \delta Q = Q_H - Q_L > 0$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_L}{T_L} = 0$$

pois  $\frac{Q_H}{Q_L} = \frac{T_H}{T_L}$

Motor Irreversível (opera entre  $T_H$  e  $T_L$  e recebe  $Q_H$ )

$$W_{ir} < W_{rev}$$

$$Q_H - Q_{L_{ir}} < Q_H - Q_L \rightarrow Q_{L_{ir}} > Q_L$$

Assim  $\oint \delta Q = Q_H - Q_{L_{ir}} > 0$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{Q_H}{T_H} - \frac{Q_{L_{ir}}}{T_L} < 0$$

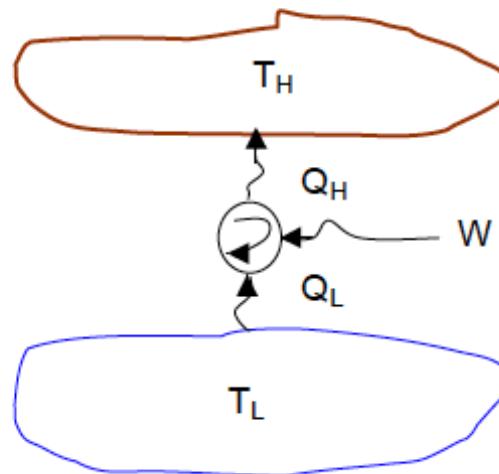
$$\therefore \oint \frac{\delta Q}{T} < 0$$

## Ciclos de Refrigeração

$$\oint \delta Q = -Q_H + Q_L < 0$$

Reversível

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = -\frac{Q_H}{T_H} + \frac{Q_L}{T_L} = 0$$



$$\text{Irreversível} \rightarrow \oint \delta Q = -Q_{H_{ir}} + Q_L < 0$$

$(T_H, T_L, Q_L)$

$$W_{ir} > W_{rev}$$

$$Q_{H_{ir}} - Q_L > Q_H - Q_L \rightarrow Q_{H_{ir}} > Q_H$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = -\frac{Q_{H_{ir}}}{T_H} + \frac{Q_L}{T_L} < 0$$

$\oint \delta Q$	$\oint \frac{\delta Q}{T}$
------------------	----------------------------

Motor

$$\geq 0$$

$$\leq 0$$

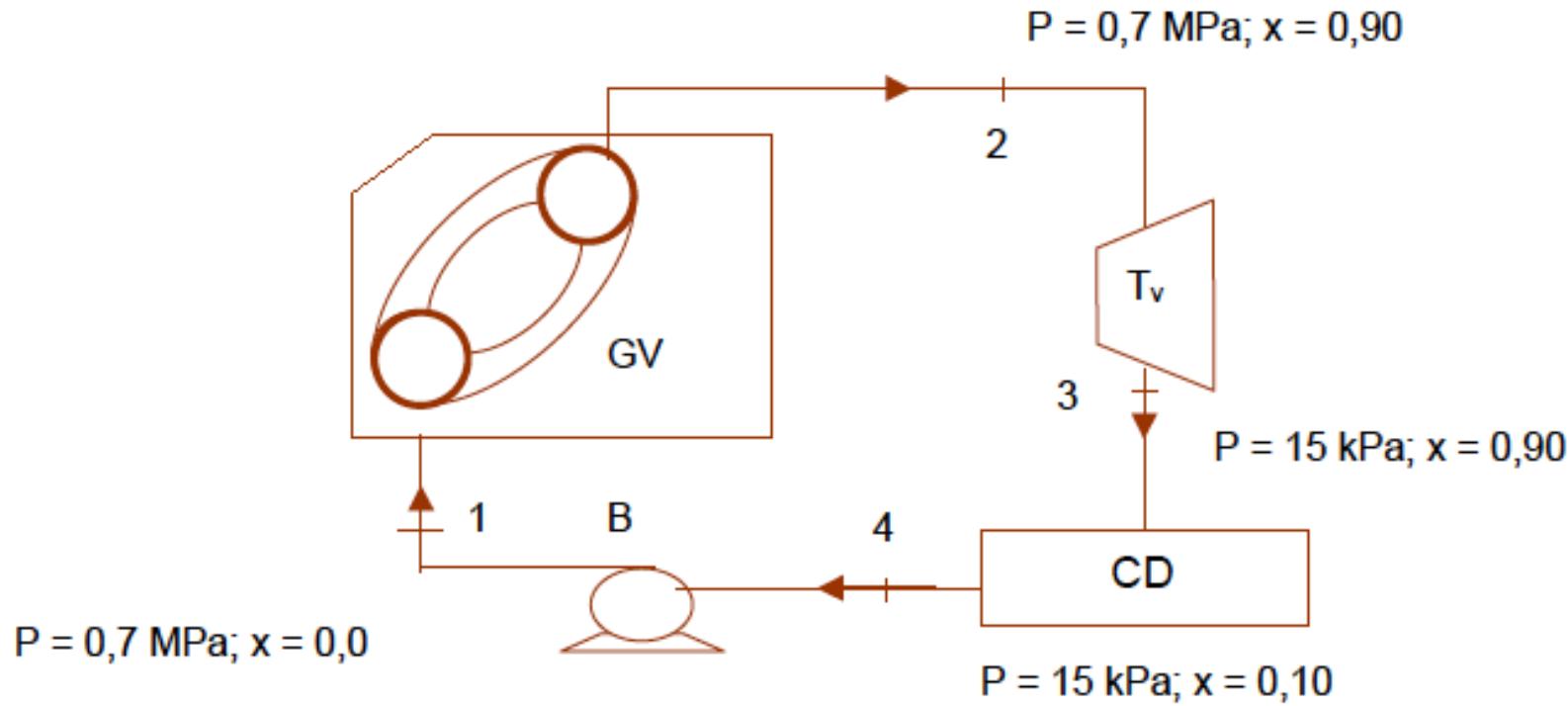
\*

Refrigerador

$$\leq 0$$

$$\leq 0$$

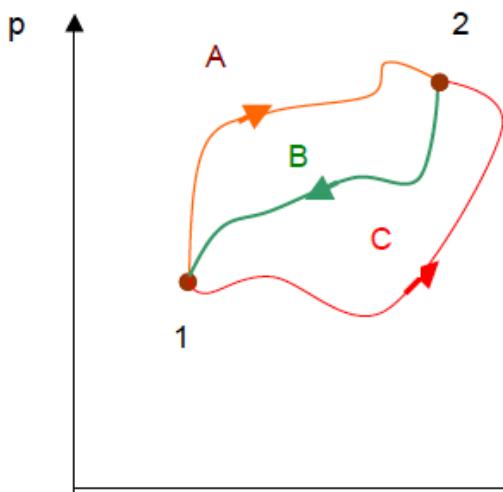
\*



$$\left. \begin{aligned} {}_1 q_2 &= h_2 - h_1 = 2066,3 \text{ kJ/kg} \\ {}_3 q_4 &= h_4 - h_3 = -1898,4 \text{ kJ/kg} \end{aligned} \right\} \oint \frac{\delta Q}{T} = \int \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{GV} + \int \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{CD}$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \frac{2066,3}{164,97 + 273,15} - \frac{1898,4}{53,97 + 273,15} = -1,87 \text{ kJ/kg.K}$$

## Entropia



$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2B}^{1B} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1C}^{2C} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2B}^{1B} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\forall \quad \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} = \int_{1C}^{2C} \frac{\delta Q}{T}$$

$$dS = \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{reversivel}$$

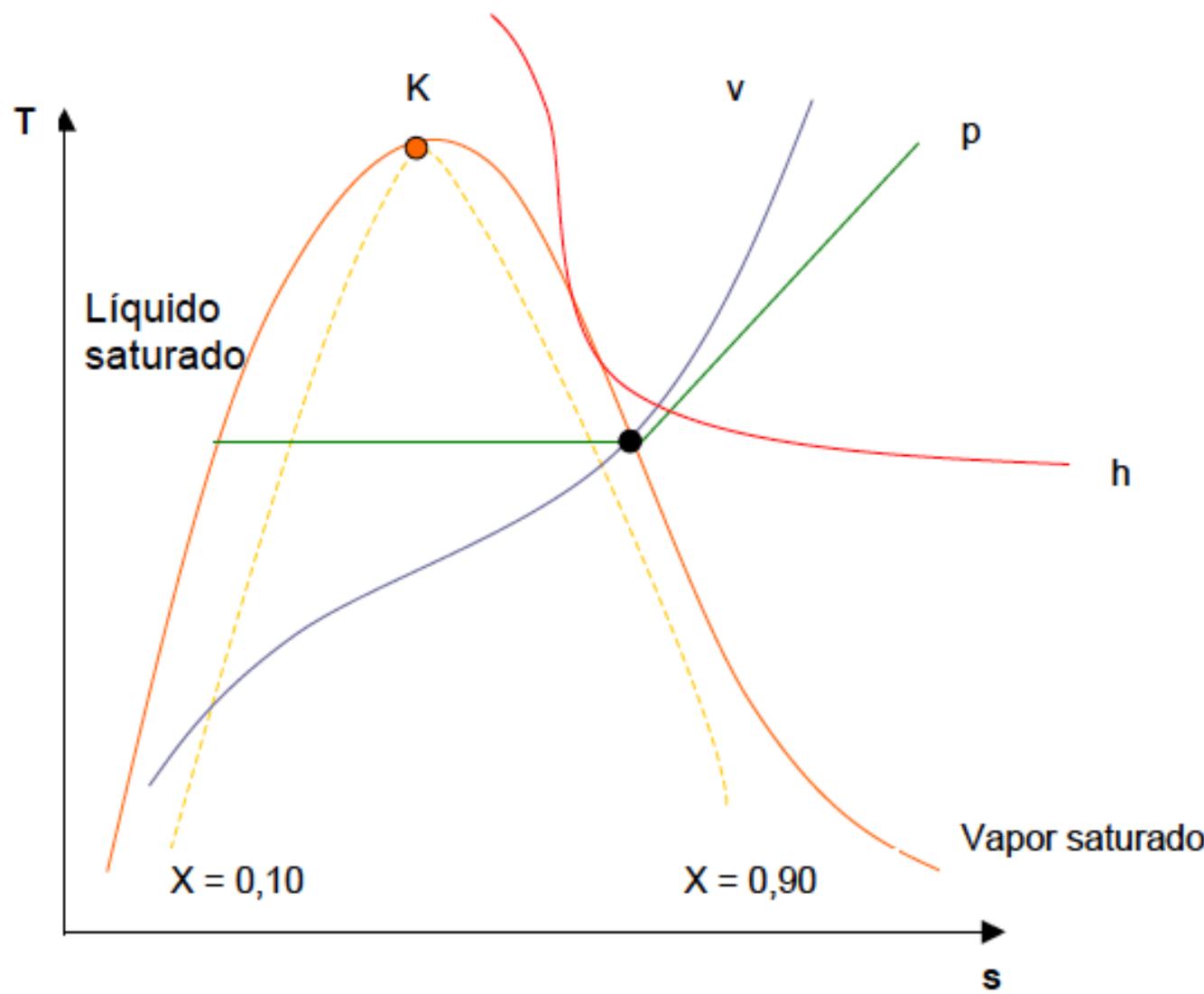
$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{reversivel}$$

$\frac{1}{T} \rightarrow$  fator integrante

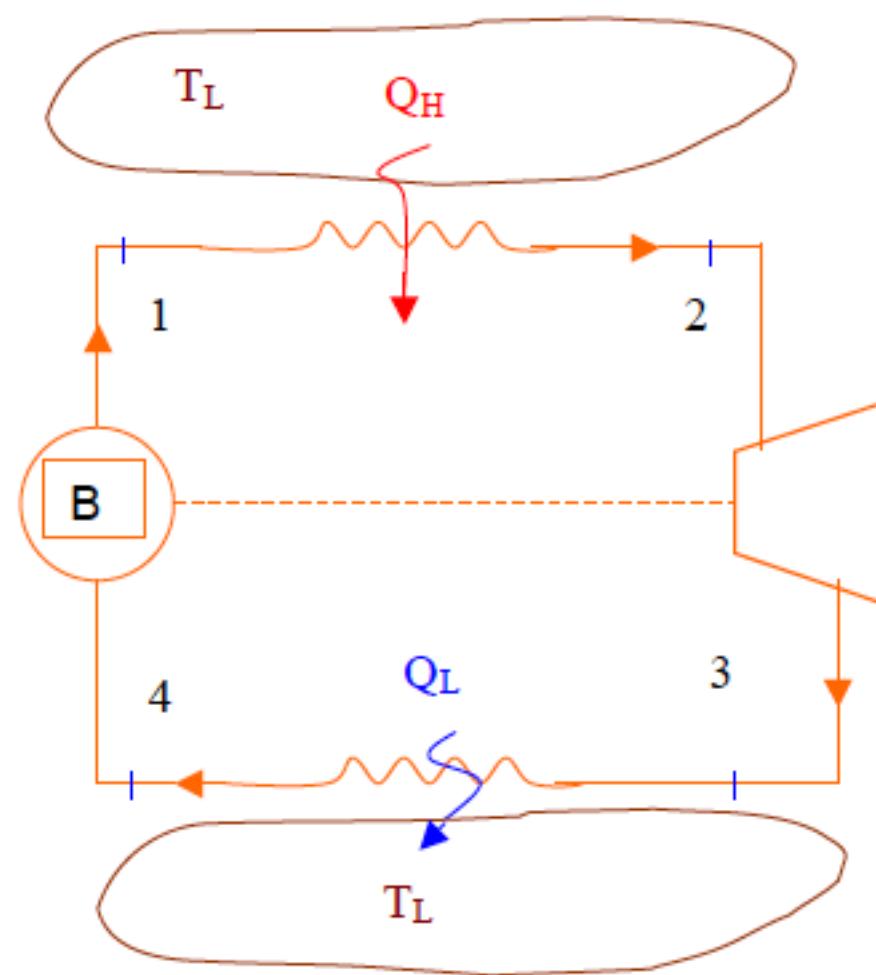
$$s = \frac{S}{m} \rightarrow [s] = \text{J/kg.K}$$

Entropia específica

Na região de saturação:  $s = s_1 + x(s_v - s_1)$



# Variação de Entropia em Processos Reversíveis



$$m(s_2 - s_1) = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T_H} \int_1^2 \delta Q = \frac{1}{T_H} Q_2 \quad (Q_2 > 0)$$

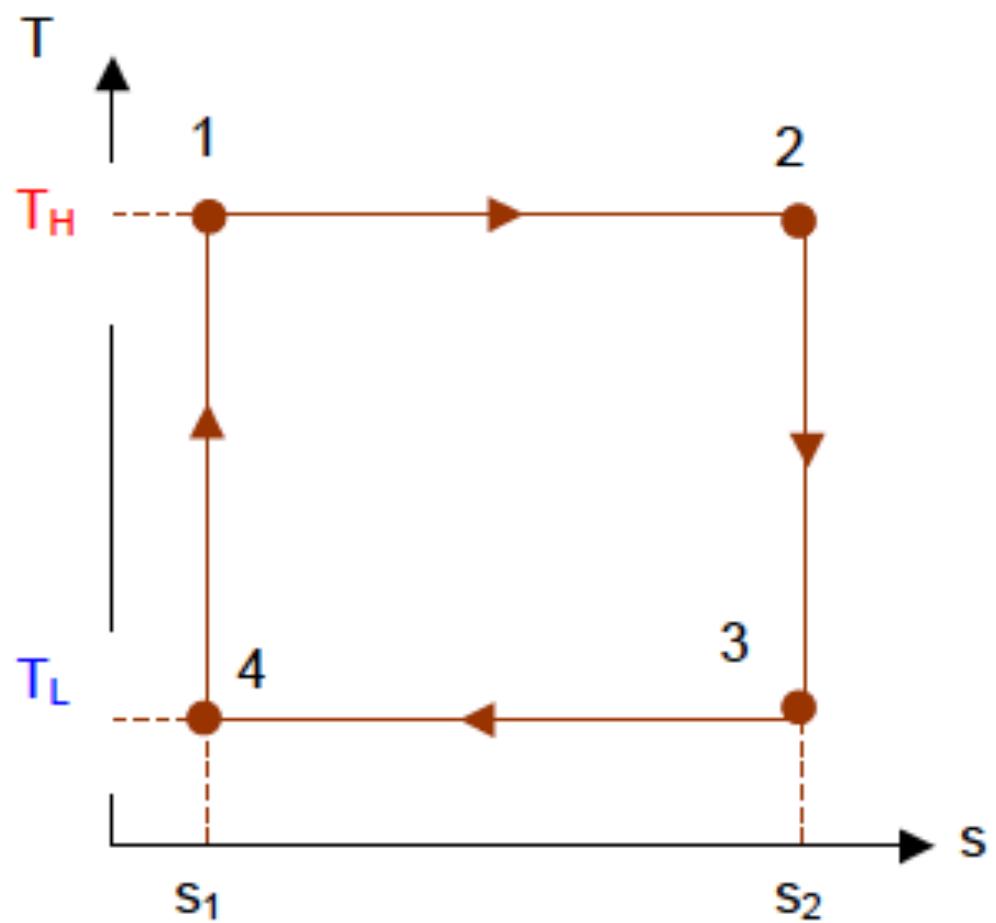
$$m(s_3 - s_2) = \int_2^3 \frac{\delta Q}{T} \quad \begin{array}{l} \text{(Processo isoentrópico)} \\ \text{Adiabático e reversível} \end{array}$$

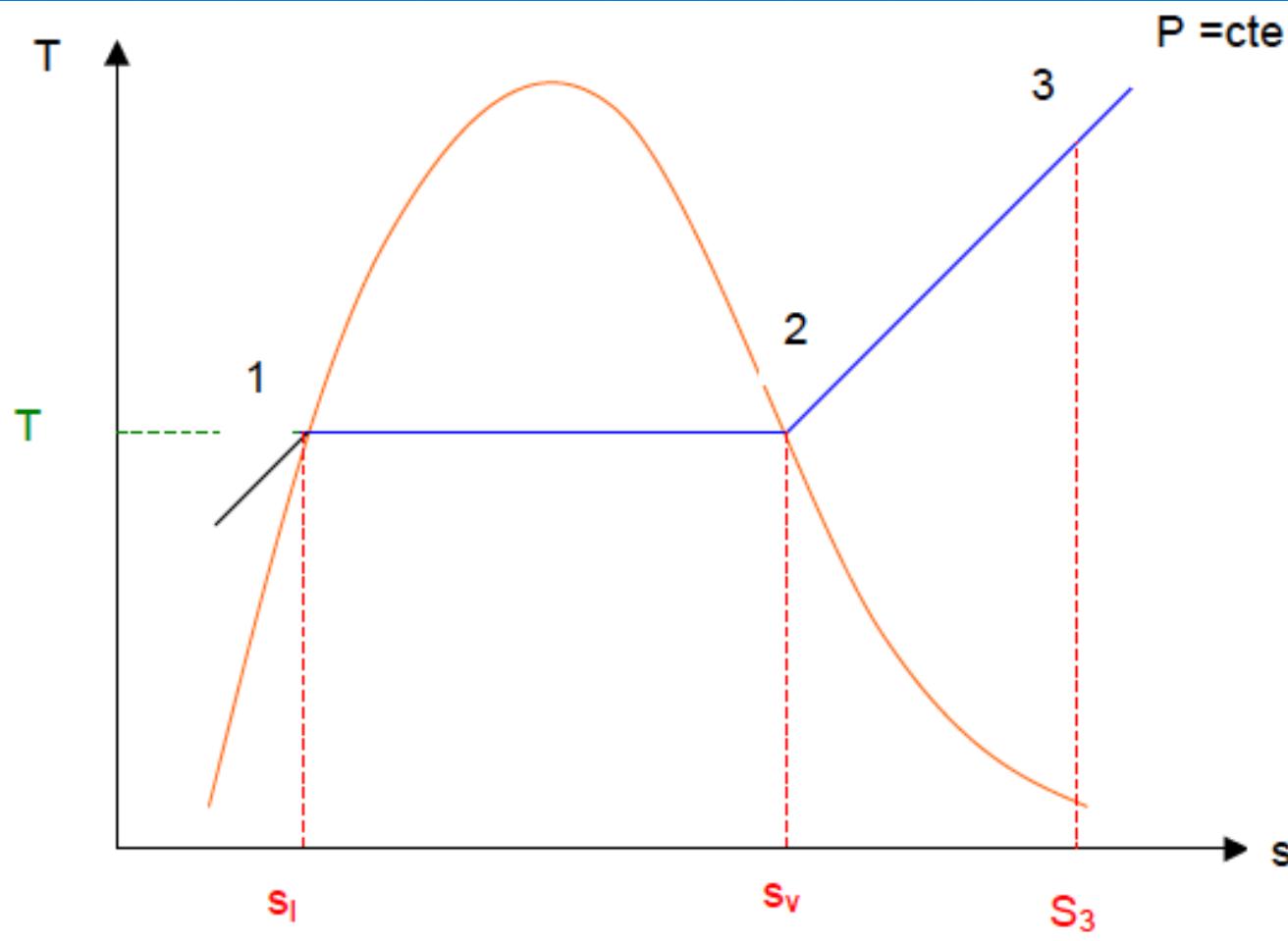
$$m(s_4 - s_3) = \int_3^4 \frac{\delta Q}{T} = \frac{3}{T_L} Q_4 \quad (Q_4 < 0)$$

$$m(s_1 - s_4) = \int_4^3 \frac{\delta Q}{T} \quad \begin{array}{l} \text{(Processo isoentrópico)} \end{array}$$

$$W = Q_H - Q_L = \Delta S (T_H - T_L)$$

P-cto





$$s_2 - s_1 = s_{\ell v} = \frac{1}{m} \int_1^2 \left( \frac{\delta Q}{T} \right)_{rev} = \frac{h_v - h_\ell}{T}$$

## DUAS RELAÇÕES TERMODINÂMICAS ÚTEIS

Válidas para substâncias Compressíveis e Simples na ausência de movimento e  $\dot{g}$

$$TdS = dU + pd\Delta$$

$$TdS = dH - \Delta dp$$

1<sup>a</sup> Lei:  $\delta Q = dU + \delta W$

Processo Reversível:  $\frac{\delta Q}{\delta W} = \frac{TdS}{pd\Delta}$

$$\therefore TdS = dU + pd\Delta$$

Entalpia:  $H = U + p\Delta$

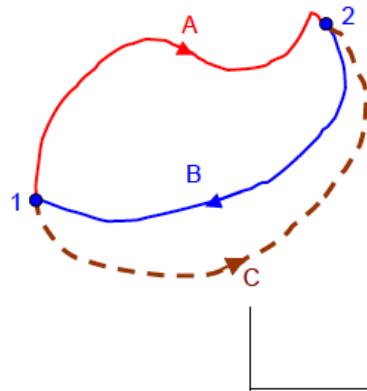
$$dH = dU + pd\Delta + \Delta dp$$

$$\therefore TdS = dH - \Delta dp$$

$$Tds = du + pdv$$

$$Tds = dh - vdp$$

## Variação de Entropia para um Sistema Durante um Processo Irreversível



$$\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2B}^{1B} \frac{\delta Q}{T} = 0$$

$$\underbrace{\oint \frac{\delta Q}{T} = \int_{1C}^{2C} \frac{\delta Q}{T} + \int_{2B}^{1B} \frac{\delta Q}{T} < 0}_{\text{Processo Irreversível}}$$

$$\int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} - \int_{1C}^{2C} \frac{\delta Q}{T} > 0 \quad \rightarrow \quad \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T} > \int_{1C}^{2C} \frac{\delta Q}{T}$$

Mas

$$\Delta S_1^2 = \int_{1A}^{2A} \frac{\delta Q}{T}$$

$$\therefore \Delta S_1^2 > \int_{1C}^{2C} \frac{\delta Q}{T}$$

logo

$dS \geq \frac{\delta Q}{T}$

= Processo Reversível

> Processo Irreversível

## Geração de Entropia

$$dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta S_{ger}$$

$S_{ger} = \sigma$  = geração de entropia  
ou  
“produção de entropia”

(irreversibilidades internas e externas)

$$S_{ger} \geq 0$$

(SEMPRE) !!!

$$dS \underset{<}{\geq} 0$$

## Efeitos da Geração de Entropia

### Processo Reversível

$$\delta Q = TdS$$

$$\delta W = pdV$$

### Processo Irreversível

$$dS = \frac{\delta Q_{IR}}{T} + \delta S_{ger}$$

$$*\delta Q_{ir} = TdS - T\delta S_{ger}*$$

$$\delta Q_{ir} = dU + \delta W_{ir} \leftarrow 1^{\text{a}} \text{ Lei}$$

Como

$$dU = TdS - pdV \quad \text{pode-se escrever:}$$

$$TdS - T\delta S_{ger} = TdS - pdV + \delta W_{ir}$$

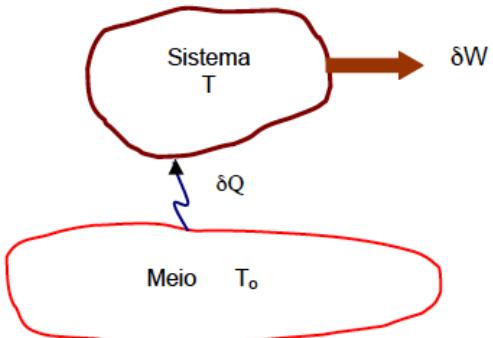
Assim:

$$*\delta W_{ir} = pdV - T\delta S_{ger}*$$

**Trabalho Perdido:**  $*\delta W_{perdido} = T\delta S_{ger}*$

$$*\delta W_{ir} + \delta W_{perdido} = pdV*$$

## Princípio do Aumento de Entropia



$$(dS)_{sistema} \geq \frac{\delta Q}{T}$$

$$(dS)_{meio} \geq \frac{-\delta Q}{T_0}$$

$$(dS)_{liq} = (dS)_{sistema} + (dS)_{meio} \geq \frac{SQ}{T} - \frac{SQ}{T_0}$$

$$(dS)_{liq} \geq \delta Q \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) = \delta Q \left( \frac{T_0 - T}{T_0 T} \right) \geq 0$$

$$(dS)_{liq} = (dS)_{sistema} + (dS)_{meio} \geq 0$$

$$dS_{sistema} = \delta S_{ger} \geq 0$$

*isolado*

Para Sistema Isolado:

## Variação de Entropia para Sólido ou Líquido

Como:  $Tds = du + pdv$

$$ds \approx \frac{du}{T} \approx \frac{c}{T} dT$$

$$s_2 - s_1 \approx c \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \quad c = \text{cte}$$

## Variação de Entropia para Gás Perfeito

$$Tds = du + pdv \left\{ \begin{array}{l} du = c_{vo} dT \\ p = \frac{TR}{v} \end{array} \right.$$

Assim:  $ds = \frac{c_{vo}}{T} dT + R \frac{dv}{v}$

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 c_{vo} \frac{dT}{T} + R \ln \left( \frac{v_2}{v_1} \right)$$

Analogamente:  $s_2 - s_1 = \int_1^2 c_{po} \frac{dT}{T} - R \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right)$

$$s_T^o = \int_{T_o}^T c_{po} \frac{dT}{T}$$

$$\therefore s_2 - s_1 = \left( s_{T_2}^o - s_{T_1}^o \right) - R \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right)$$

Lembrando que:

$$Tds = dh - vdp$$

p/ Processo isentrópico ( $ds = 0$ )

$$dh = c_{po}dT = vdp = RT \frac{dp}{p}$$

$$\frac{dp}{p} = \frac{c_{po}}{R} \frac{dT}{T}$$

$$\ln \underbrace{\left( \frac{p}{p_o} \right)}_{p_r \text{(pressão relativa)}} = \frac{1}{R} \int_{T_o}^T C_{po} \frac{dT}{T}$$

$p_r$   
(pressão  
relativa)

$$\ln p_r = \frac{1}{R} \int_{T_o}^T C_{po} \frac{dT}{T} = \frac{s_T^o}{R}$$

$\uparrow$   
 $p_r = f(T)$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left( \frac{p_{r1}}{p_{r2}} \right)_{s=cte}$$

Idem para a

$$\frac{v_1}{v_2} = \left( \frac{v_{r1}}{v_{r2}} \right)_{s=cte}$$

## Processo Politrópico Reversível para Gás Perfeito

Processo adiabático e reversível (isoentrópico)

$$pv^k = cte \quad \text{com} \quad k = c_{po} / c_{vo}$$

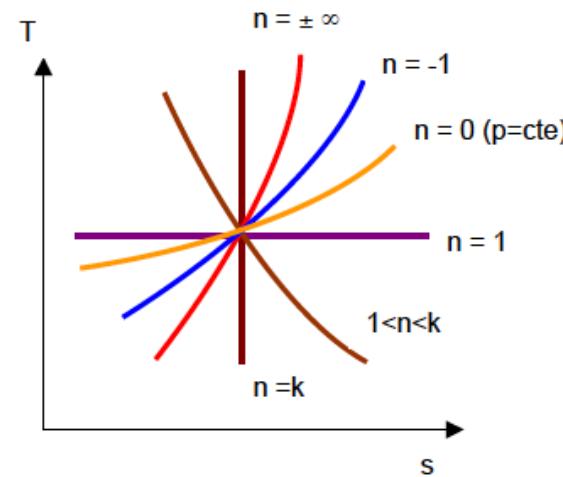
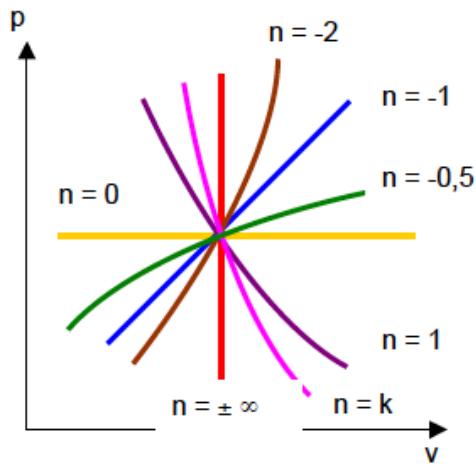
$$\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1}$$

$$Q_2 = m(u_2 - u_1) + W_2 = 0$$

$$W_2 = -m(u_2 - u_1) = -mc_{vo}(T_2 - T_1)$$

$$W_2 = \frac{mR}{1-k}(T_2 - T_1) = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1-k}$$

processo politrópico reversível:  $pV^n = cte$



$$W_2 = \frac{p_2 V_2 - p_1 V_1}{1-n} = \frac{mR}{1-n} (T_2 - T_1) \quad c / n \neq 1$$

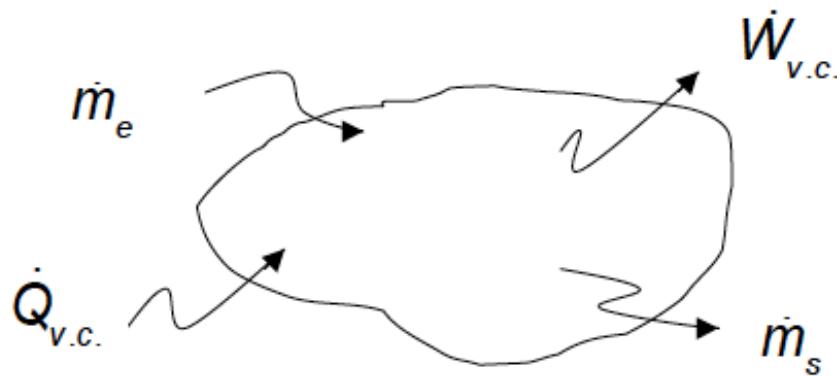
$$n=0 \rightarrow p=cte; \quad \xrightarrow{\quad} \quad \underbrace{n=1 \rightarrow T=cte}_{W_2 = mRT \ln \frac{p_1}{p_2}} ;$$

$$n=k \rightarrow s=cte$$

$$n=\infty \rightarrow V=cte$$

## Segunda Lei para um Volume de Controle

$$dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta S_{ger}$$



$$\frac{dS_{v.c.}}{dt} + \int s\rho\vec{V}.\vec{n} dA = \sum_{v.c.} \left( \frac{\dot{Q}_{v.c.}}{T} \right) + \dot{S}_{ger}$$

$$\frac{dS_{v.c.}}{dt} + \sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e = \sum_{v.c.} \left( \frac{\dot{Q}_{v.c.}}{T} \right) + \dot{S}_{ger}$$

**Processo em Regime Permanente:**  $\frac{dS_{v.c.}}{dt} = 0$

$$\sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e = \sum_{v.c.} \left( \frac{\dot{Q}_{v.c.}}{T} \right) + \dot{S}_{ger}$$

## Processo em Regime Uniforme com Escoamento Uniforme

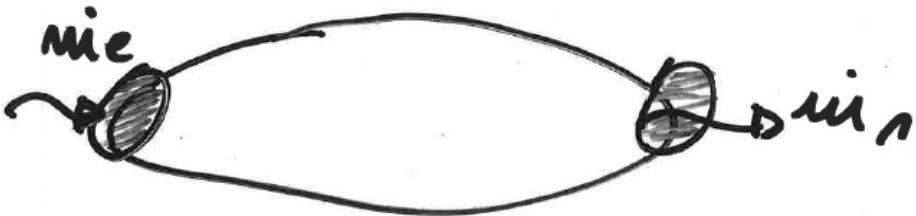
$$\frac{d}{dt} (ms)_{V.C.} + \sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e = \sum_{V.C.} \frac{\dot{Q}_{V.C.}}{T} + \dot{S}_{ger}$$

$$(m_2 s_2 - m_1 s_1)_{V.C.} + \sum m_s s_s - \sum m_e s_e = \underbrace{\int_o^t \sum \frac{\dot{Q}_{V.C.}}{T} dt}_{\int_o^t \frac{\dot{Q}_{V.C.}}{T} dt} + {}_1 S_{ger} {}_2$$

$$(m_2 s_2 - m_1 s_1)_{V.C.} + \sum m_s s_s - \sum m_e s_e = \int_o^t \left( \frac{\dot{Q}_{V.C.}}{T} \right) dt + {}_1 S_{ger} {}_2$$

# PROCESSO REVERSÍVEL EM REGIME PERMANENTE

V.C. com 1 entrada e 1 saída



$$m_e = m_p = m$$

$$q = \frac{\dot{Q}_{V.C.}}{m} \quad w = \frac{\dot{W}_{V.C.}}{m}$$

1ª Lei:  $q = (h_n - h_e) + \frac{V_s^2 - V_e^2}{2} + g(z_n - z_e) + w$

2ª Lei:  $m(\rho_n - \rho_e) = \sum_{i.c.} \left( \frac{\dot{Q}_{i.c.}}{T} \right) + \dot{S}_{gen}$

Considere dois Processos Reversíveis

- adiabático
- isotérmico

## a) Processo Adiabático e Reversível

$$2^{\text{a}} \text{ Lei} \Rightarrow \rho_p = \rho_e$$

$$\cancel{T dh} = dh - v dp \Rightarrow dh = v dp$$

$$h_p - h_e = \int_e^p v dp$$

Levando este resultado na 1<sup>a</sup> Lei:

$$\omega = (h_e - h_p) + \left( \frac{V_e^2 - V_p^2}{2} \right) + g(z_e - z_p)$$

$$\omega = - \int_e^p v dp + \left( \frac{V_e^2 - V_p^2}{2} \right) + g(z_e - z_p)$$

## b) Processo Isotérmico e Reversível

$$\ln(\rho_p - \rho_e) = \frac{\dot{Q}_{\text{v.c.}}}{T}$$

$$T(\rho_p - \rho_e) = q$$

Substituindo q na 1<sup>a</sup>. Lei:

$$T(\rho_n \cdot \rho_e) = q$$

e lembrando que:

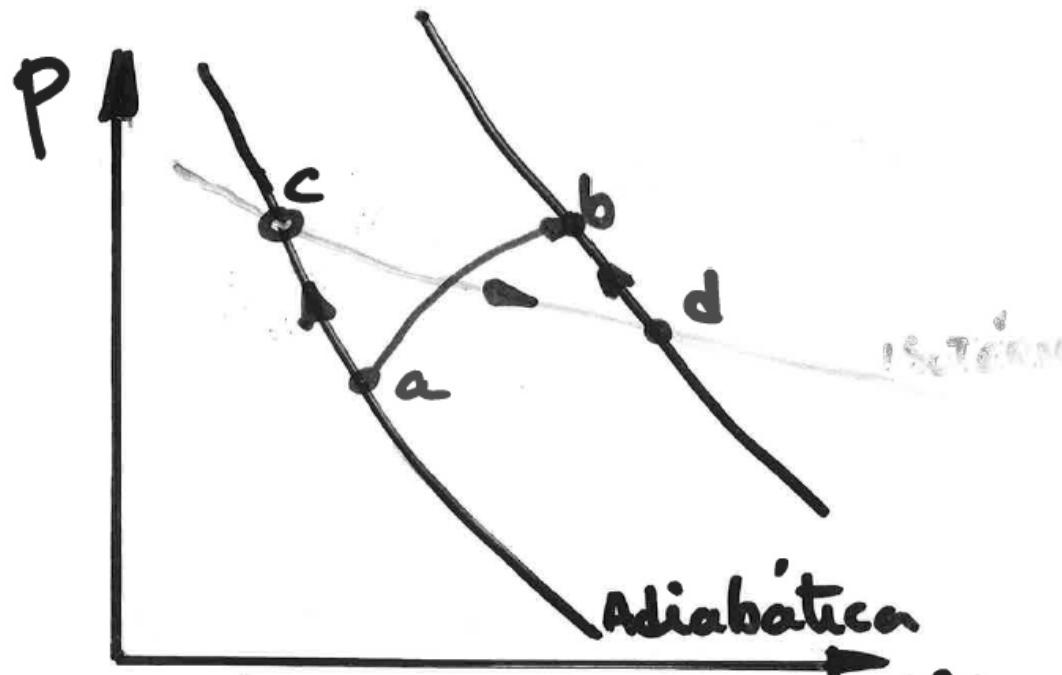
$$T(\rho_n \cdot \rho_e) = h_n - h_e - \int_e^{\rho} \omega dp$$

Obtem-se:

$$\omega = - \int_e^{\rho} \omega dp + \left( \frac{V_e^2 - V_n^2}{2} \right) + g(z_e - z_n)$$

Assim, no limite, qualquer processo reversível pode ser  
aproximado por:

$\sum$  (processos adiabáticos e,  
isotérmicos reversíveis  
alternados)



$$\omega = - \int_e^P v dp + \frac{V_e^2 - V_p^2}{2} + g(z_e - z_p)$$

Para  $\omega = 0$  e  $P = cte$

$$\frac{P_n - P_e}{c} + \frac{V_n^2 - V_e^2}{2} + g(z_n - z_e) = 0$$

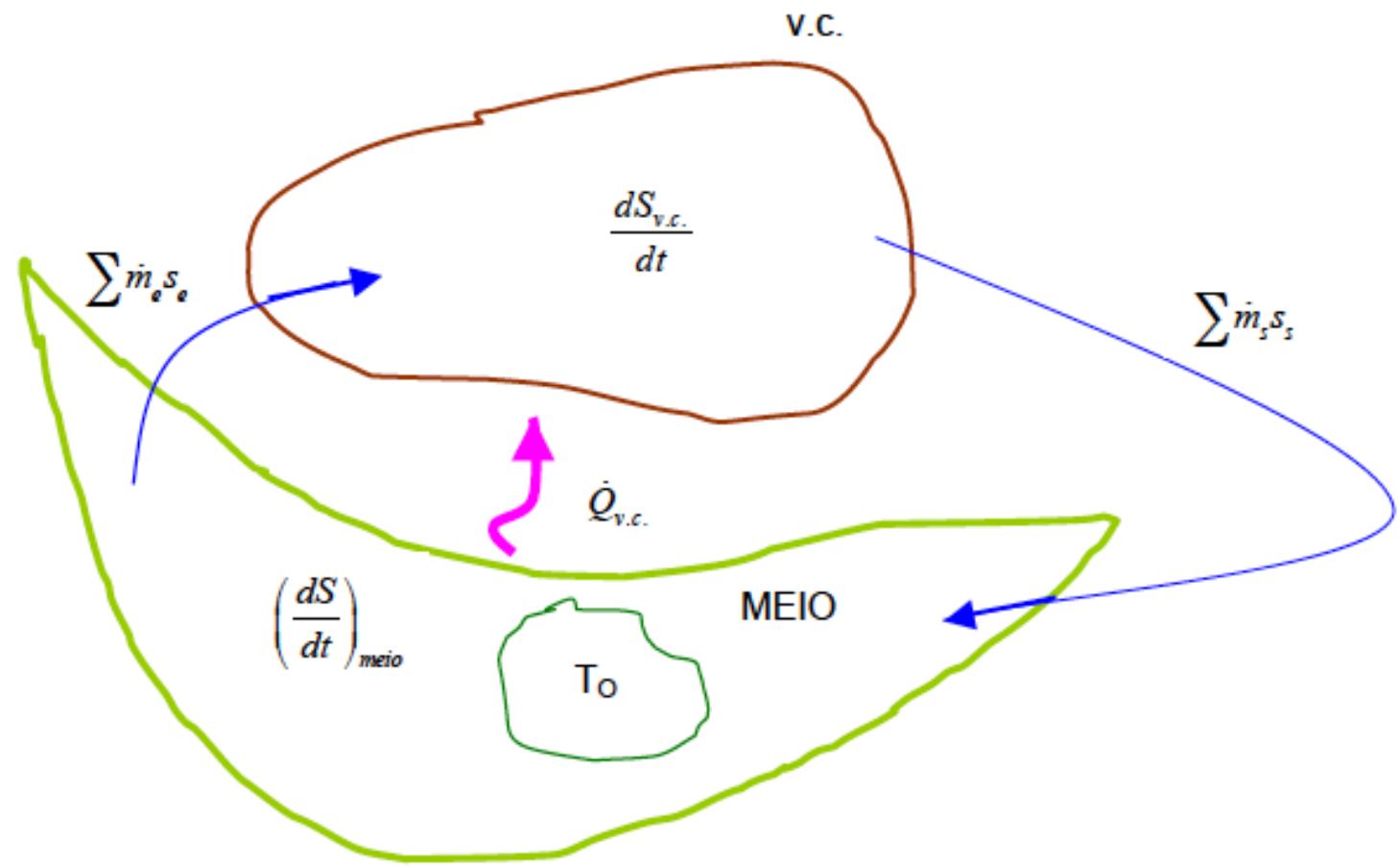
→ BERNOUlli !

Turbinas e Compressores:

$$\omega = - \int_e^P v dp$$

desprezando-se  $\Delta E.C.$  e  $\Delta E.P.$

## Princípio do Aumento de Entropia para um Volume de Controle



$$\frac{dS_{v.c.}}{dt} + \sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e \geq \sum_{v.c.} \left( \frac{\dot{Q}_{v.c.}}{T} \right)$$

$$\left( \frac{dS}{dS} \right)_{meio} = \sum \dot{m}_s s_s - \sum \dot{m}_e s_e - \frac{\dot{Q}_{v.c.}}{T_o}$$

$$\frac{dS_{liq}}{dt} = \frac{dS_{v.c.}}{dt} + \frac{dS_{meio}}{dt} \geq \sum_{v.c.} \left( \frac{\dot{Q}_{v.c.}}{T} \right) - \frac{\dot{Q}_{v.c.}}{T_o}$$

$$\therefore \frac{dS_{liq}}{dt} = \frac{dS_{v.c.}}{dt} + \frac{dS_{meio}}{dt} \geq 0$$

\* regime permanente:  $\frac{dS_{v.c.}}{dt} = 0$

\* regime uniforme:  $\Delta S_{v.c.} = (m_2 s_2 - m_1 s_1)_{v.c.}$

$$\Delta S_{meio} = \frac{-\dot{Q}_{v.c.}}{T_o} + \sum m_s s_s - \sum m_e s_e$$

$$\Delta S_{liq} = \Delta S_{v.c.} + \Delta S_{meio}$$

## Eficiência

$$* \quad \eta_{turbina} = \frac{W_{real}}{W_{ise}} \quad *$$

$$* \quad \eta_{bocal} = \frac{\frac{V_r^2}{2}}{\frac{V_{ise}^2}{2}} \quad *$$

$$* \quad \eta_{compressor \text{ } adiabático} = \frac{W_{ise}}{W_{real}} \quad *$$

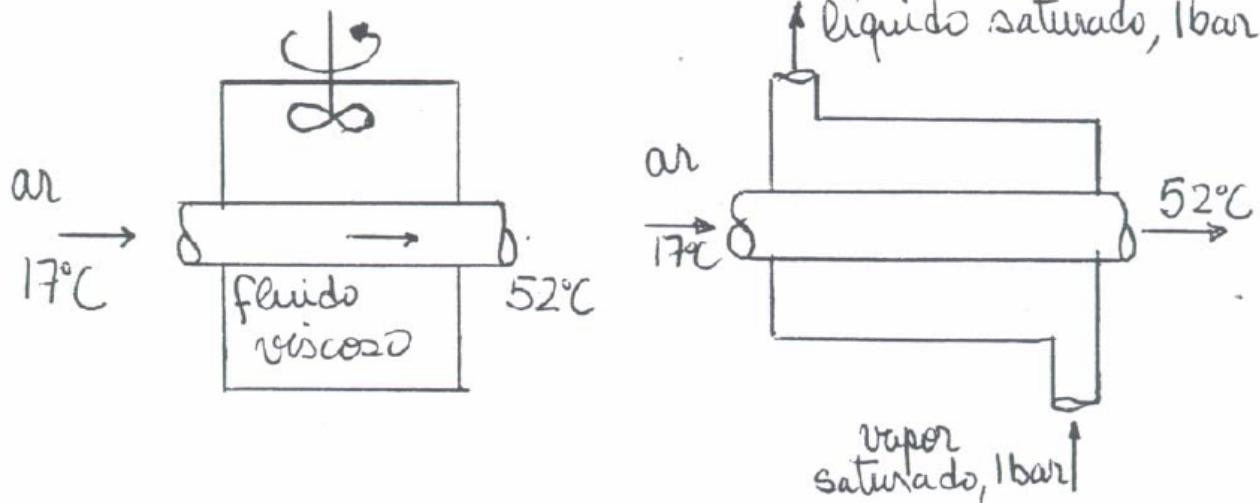
$$* \quad \eta_{compressor \text{ } resfriado} = \frac{W_{isotérmico}}{W_{real}} \quad *$$

## 2<sup>a</sup> Lei proporciona meios de:

- 1) predizer o sentido de processos;
- 2) estabelecer condições para o equilíbrio termodinâmico;
- 3) determinar desempenho máximo de ciclos térmicos;
- 4) avaliar quantitativamente fatores que impedem a obtenção de desempenho máximo;
- 5) definição de uma escala termodinâmica de temperatura (independente das propriedades da substância termométrica);
- 6) avaliação de “u” e “h” em termos de propriedades que são facilmente obtidas experimentalmente.

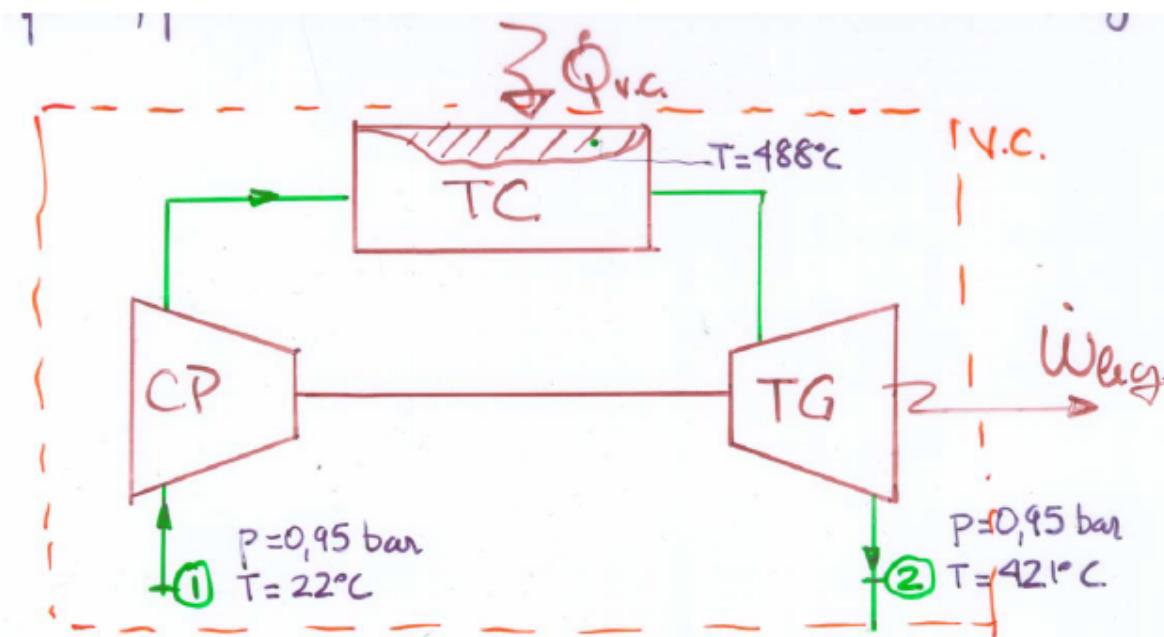
2<sup>a</sup> Lista de Exercícios

5. Dois sistemas são propostos para aquecer ar de 17 a 52°C a pressão constante, P = 1 bar.

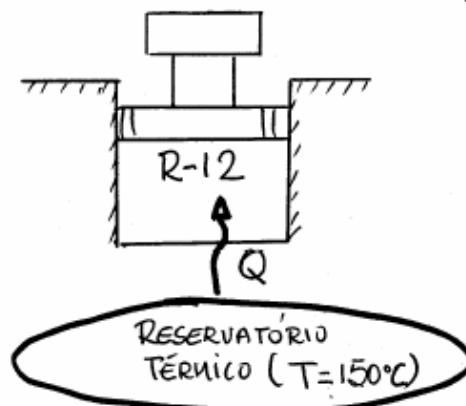


Admitindo operação em regime permanente, sem perdas para o meio ambiente e desprezando as variações de energia cinética e potencial, calcule a taxa de produção de entropia, por kg de ar que é aquecido, para cada um dos sistemas propostos. Comente os resultados.

6. A figura abaixo mostra uma planta de potência com turbina a gás que opera em regime permanente, composta por um compressor, um trocador de calor e uma turbina. Ar entra no compressor a 0,95 bar e 22°C, saindo da turbina a 0,95 bar e 421°C. A transferência de calor para o ar, quando ele percorre o trocador de calor, ocorre à temperatura média de 488°C. O compressor e a turbina operam adiabaticamente. Determine o máximo valor do trabalho líquido, por unidade de massa de ar em kJ/kg.



7. Considere o dispositivo mostrado na figura abaixo, destinado a levantar uma massa através da transferência de calor de um reservatório a 150 °C para o refrigerante 12. A pressão sobre o R-12 devida ao peso e à atmosfera é de 15 bar. Inicialmente, a temperatura do R-12 é 70 °C e seu volume é 12 l. Transfere-se calor para o R-12 até que sua temperatura seja 150 °C. Pede-se: a) o trabalho realizado e o calor transferido no processo; b) a variação líquida de entropia; c) um esquema para atingir o mesmo objetivo sem variação líquida de entropia.



8. Um bloco de gelo com massa de 1,5 kg e inicialmente a  $T = 260$  K funde, a pressão constante de 1 bar, como resultado da troca de calor com o ambiente que se encontra a 293 K. Calcule a geração de entropia, considerando que a temperatura final da massa de água é a temperatura do ambiente.

Dados:  $h_{sl} = 333,4$  kJ/kg (gelo funde a 273,16 K);  $c_{gelo} = 2,07$  kJ/kg K;  $c_{liq} = 4,20$  kJ/kg K

9. Demonstre que  $\int \delta Q/T = - S_{\text{gerada no ciclo}}$

## Exercícios sobre Entropia

(a) Considere um tanque contendo um certo líquido. Este tanque possui um misturador que transfere 0,3kW ao líquido, em regime permanente. Há transferência de calor, sendo que a temperatura superficial do tanque é 60°C. A temperatura do meio no qual o tanque está colocado é 20°C. Admitindo que o tanque seja rígido determine a taxa de geração de entropia, em kW/K,

- 1) para o tanque;
- 2) para um sistema contendo o tanque e parte do meio a 20°C.

(b) Dois tanques isolados são ligados por uma válvula. Um dos tanques contém inicialmente 0,5kg de ar a 80°C e 1bar, e o outro contém 1kg de ar a 50°C e 2bar. A válvula é aberta permitindo a mistura das duas massas de ar até que o equilíbrio seja atingido. Considerando que o ar se comporte como gás perfeito determine:

- 1) a temperatura final (°C);
- 2) a pressão final (bar);
- 3) a entropia gerada (kJ/K).

**(c)** Um trocador de calor do tipo contra-corrente opera em regime permanente. Uma das correntes é água (líquida) que entra no trocador a  $15^{\circ}\text{C}$  e sai a  $25^{\circ}\text{C}$ , com variação desprezível de pressão. A outra corrente é R-12 que entra a 14bar e  $80^{\circ}\text{C}$ , com vazão mássica de 5kg/min, e deixa o trocador como líquido saturado a  $52^{\circ}\text{C}$ . Desprezando-se os efeitos de energia cinética e potencial e considerando o trocador bem isolado, determine:

- 1) a vazão mássica de água (kg/min)
- 2) a taxa de geração de entropia no interior do trocador de calor (kW/K).

**(d)** Uma câmara com  $V=0,001\text{m}^3$  está ligada a uma linha de vapor d'água. O estado do vapor na linha é dado por  $p=0,6\text{MPa}$  e  $x=0,97$ . Uma pequena parte do vapor que escoa através da linha de vapor é desviada para a câmara sendo extraída desta através de uma válvula. A câmara é isolada.

- 1) A vazão de entrada na câmara é igual a vazão de saída e a pressão na câmara é  $0,05\text{MPa}$ . Determine a temperatura do vapor na câmara e a geração de entropia.
- 2) Em seguida a válvula de saída é fechada rapidamente, sendo que o processo de enchimento termina quando a pressão na câmara iguala a pressão da linha. A massa adicionada à câmara é de  $0,0024\text{kg}$ . Determine a entropia do fluido na câmara e a entropia gerada.

(e) A Figura abaixo mostra uma resistência elétrica imersa em um duto isolado por onde há um fluxo de ar. A corrente elétrica que percorre a resistência, em condições de regime permanente é de 15 amperes. Nestas condições a temperatura da resistência permanece constante a  $28^{\circ}\text{C}$ . O ar entra no duto a  $15^{\circ}\text{C}$  e 1bar, deixando a  $25^{\circ}\text{C}$  e 1 bar. Desprezando variações de energia cinética e potencial, pede-se:

- 1) Considerando a resistência como sistema determine a taxa de geração de entropia ( $\text{kW/K}$ ).
- 2) Para um volume de controle que engloba o duto, o ar e a resistência, determine a vazão mássica de ar ( $\text{kg/s}$ ) e a taxa de geração de entropia ( $\text{kW/K}$ ).

