Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Física para Engenharia II - 4320196
Lista de exercícios 2 - 2014

(Quando necessário utilize $g = 10\,\text{m/s}^2$)

Pêndulo Símples

(*)**1.** Um prédio em São Francisco tem enfeites luminosos que consistem em pequenos bulbos de 2,35 kg com quebra-luzes pendendo do teto na extremidade de cordas leves e finas de 1,50 m de comprimento. Se um terremoto de fraca intensidade ocorrer, quantas oscilações por segundo farão esses enfeites?

R: 0,407 oscilações/s.

(*)**2.** Depois de pousar em um planeta desconhecido, uma exploradora do espaço constrói um pêndulo simples de 50,0 cm de comprimento. Ela verifica que o pêndulo simples executa 100 oscilações completas em 136 s. Qual o valor de g nesse planeta?

R: 10,7m/s^2.

Pêndulo Físico)

(**)**3.** Um macaco mecânico de 1,80 kg é suspenso por um pivô localizado a uma distância de 0,250 m de seu centro de massa e começa a oscilar como um pêndulo físico. O período da oscilação com ângulo pequeno é igual a 0,940 s.

(a) Qual o momento de inércia do macaco em relação a um eixo passando pelo pivô?

(b) Quando ele é deslocado 0,400 rad da sua posição de equilíbrio, qual é sua velocidade angular quando ele passa pela posição de equilíbrio?

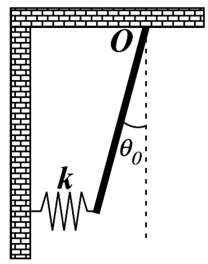
R: (a) 0,1007kgm^2; (b) 2,656rad/s.

(**)**4.** Uma haste rígida de comprimento L e massa M está suspensa, podendo girar em torno do ponto O, por uma das suas extremidades, como mostra a figura abaixo. Na outra extremidade a barra está ligada a uma mola de constante k que está na posição relaxada quando a barra se encontra na posição vertical. No instante $t = 0$, a barra é deslocada para a esquerda, até um ângulo θ_0 com a direção vertical, e abandonada a partir do repouso. Dado que $I_O = \frac{1}{3}ML^2$ e considerando que a mola sempre permanece na horizontal,

(a) obtenha a equação diferencial que descreve o movimento da barra.

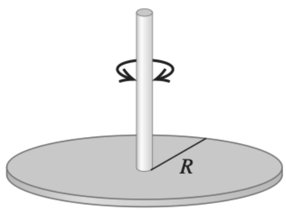
(b) Determine a frequência angular ω de oscilação da barra, considerando oscilações de pequenas amplitudes.

(c) Obtenha a equação $\theta(t)$ que descreve o movimento de oscilação da barra.



R: (a) $\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + \left[\frac{3}{2}\frac{g}{L} + \frac{3k}{M}\cos(\theta)\right]\text{sen}(\theta) = 0$, (b) $\omega = \sqrt{\frac{3}{2}\frac{g}{L} + \frac{3k}{M}}$ e (c) $\theta(t) = \theta_0\cos(\omega t)$.

(**)**5.** Um disco metálico fino de massa igual a $2{,}0 \times 10^{-3}kg$ e raio igual a 2,20cm está suspenso em seu centro por uma longa fibra. O disco, depois de torcido e libertado, oscila com um período igual a 1,0s. Calcule a constante de torção da fibra.

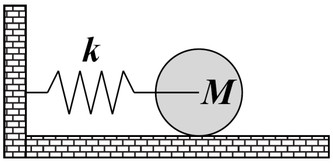


(***)**6.** Uma mola horizontal sem massa está ligada ao eixo de rotação que passa pelo centro de massa de um cilindro sólido, de massa M, de forma que ele possa rolar, sem deslizamento, sobre uma superfície horizontal (figura abaixo). A constante da mola é $k = 3{,}0\,\text{N/m}$. Se o sistema for liberado de uma posição de repouso em que a mola esteja esticada de 0,25 m, ache

(a) a energia cinética translacional e a energia cinética rotacional do cilindro quando ele passa pela posição de equilíbrio.

(b) Mostre que nessas condições o centro de massa do cilindro executa um movimento harmônico simples com período

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{3M}{2k}}$$



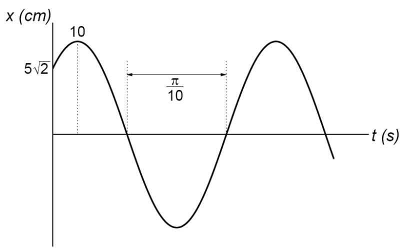
R: (a) $T_{trans} = 0{,}063\,\mathrm{J}$ e $T_{rot} = 0{,}031\,\mathrm{J}$.

(**)**7.** (Poli 2007) A figura abaixo mostra a oscilação de um corpo com massa 0,5 kg preso a uma mola.

(a) Quanto vale a constante elástica da mola?

(b) Escreva a equação que descreve $x(t)$.

(c) Obtenha expressões para as energias potencial, cinética e mecânica total do oscilador em função do tempo.



R: (a) $k = 50\,\mathrm{kg/s^2} = 50\,\mathrm{N/m}$, (b) $x(t) = 10\cos\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)$ cm e (c) $U(t) = \frac{1}{4}\cos^2\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)$ J, $T(t) = \frac{1}{4}\,\mathrm{sen}^2\left(10t - \frac{\pi}{4}\right)$ J e $E = \frac{1}{4}$ J.

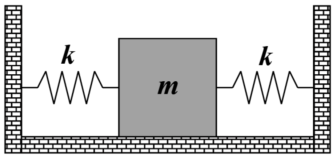
Molas acopladas

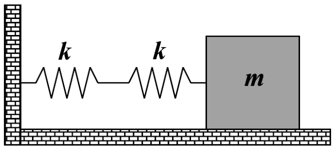
(**)**8.** Na figura abaixo, mostramos duas molas idênticas (de constante k) ligadas a um mesmo bloco de massa m, sendo que as outras extremidades das molas estão fixas em suportes rígidos. Mostre que a frequência de oscilação do bloco sobre a superfície horizontal sem atrito é dada por:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m}}.$$

Suponha agora que as duas molas sejam conectadas ao bloco de massa m, conforme é indicado na figura abaixo. Mostre que a frequência de oscilação é dada por:

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{2m}}.$$





(***)**9.** Uma esfera sólida de 95 kg com um raio de 12 cm é suspensa por um fio vertical preso ao teto de uma sala. Um torque de 0,02 Nm é necessário para girar a esfera de um ângulo de 0,85 rad. Qual o período da oscilação, quando a esfera é liberada dessa posição?

R: $T = 9{,}6\pi\,\mathrm{s}$.

(***)**10.** (Poli 2006) Uma plataforma de massa m está presa a duas molas iguais de constante elástica k. A plataforma pode oscilar sobre uma superfície horizontal sem atrito. Um bloco de massa $M = 2m$ é colocado sobre a plataforma. O sistema ?bloco + plataforma? oscila com frequência angular ω.

(a) Determine, em função de m e ω, o valor da constante k das molas.

(b) Calcule, em termos da amplitude A, a força horizontal máxima exercida no bloco de massa M durante o movimento.

(c) Se o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a plataforma é μ_e, encontre o valor máximo da amplitude para o qual o bloco não desliza sobre a plataforma durante a oscilação.

R: (a) $k = \frac{3}{2}m\omega^2$, (b) $F_{max} = 2m\omega^2 A$ e (c) $A_{max} = \frac{\mu_e g}{\omega^2}$.

(**)**11.** Ache o movimento resultante de dois movimentos harmônicos simples na mesma direção, dados por: $x_1 = \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$ e $x_2 = \mathrm{sen}(\omega t)$. Represente graficamente os respectivos vetores girantes.

Oscilador Amortecido

(*)**12.** Um pêndulo com fio de comprimento 1,00 m é abandonado do repouso de um ângulo inicial de 15°. Após 1000 s, sua amplitude é reduzida para 5,5°. Qual é o valor da constante de amortecimento γ?

R: $\gamma = 0{,}002\,\mathrm{s^{-1}}$.

(*)**13.** Um ovo de 50,0 g fervido durante muito tempo está preso na extremidade de uma mola cuja constante é $k = 25{,}0 N/m$. Seu deslocamento inicial é igual a 0,300 m. Uma força de amortecimento $F_x = -b_{vx}$ atua sobre o ovo e a amplitude do movimento diminui para 0,100 m em 5,0 s. Calcule o módulo da constante de amortecimento b.

(**)**14.** Um oscilador harmônico amortecido consiste em um bloco ($m = 2\,\mathrm{kg}$), uma mola ($k = 10{,}0\,\mathrm{N/m}$) e uma força de amortecimento $F = -\rho v$. Inicialmente, ele oscila com amplitude de 25,0 cm; devido ao amortecimento, a amplitude é reduzida para três quartos do seu valor inicial, quando são completadas quatro oscilações.

(a) Qual o valor de ρ?

(b) Quanta energia foi ?perdida? durante essas oscilações?

R: (a) $\rho = 0{,}102\,\mathrm{kg/s}$ e (b) $\Delta E = 0{,}136\,\mathrm{J}$.

(***)**15.** Em um sistema oscilatório com uma força de atrito temos:

$$F_{mola} + F_{atrito} = -kx - \rho \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},$$

onde k é a constante da mola e ρ é a constante de amortecimento. Logo, a equação de movimento fica:

$$M\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \rho\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + kx = 0.$$

Considere o oscilador como estando no regime subcrítico e resolva a equação diferencial para as condições iniciais $x(0) = 0$ e $v(0) = v_0$.

R: $x(t) = \frac{v_0}{\omega}\mathrm{e}^{-\frac{\rho t}{2M}}\,\mathrm{sen}(\omega t)$, com $\omega = \sqrt{\frac{k}{M} - \frac{\rho^2}{4M^2}}$.

(**)**16.** (Poli 2007) Um corpo de massa $m = 40\,\mathrm{g}$ está preso a uma mola de constante elástica $k = 100\,\mathrm{N/m}$. Este sistema é colocado para oscilar e depois imerso num meio cujo coeficiente de atrito viscoso é $\rho = 0{,}08\,\mathrm{kg/s}$.

(a) Determine a frequência natural do sistema.

(b) Escreva a equação diferencial que descreve o movimento, explicitando os valores numéricos dos coeficientes (indicando suas unidades).

(c) Qual é o regime de oscilação? (justifique)

(d) Qual é a frequência de oscilação?

R: (a) $\omega_0 = 50\,\mathrm{rad/s}$, (b) $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \gamma\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 x = 0$ com $\gamma = 2\,\mathrm{s}^{-1}$ e $\omega_0^2 = 2500\,\mathrm{rad}^2/\mathrm{s}^2$, (c) Regime Subcrítico pois, $\omega_0 > \frac{\gamma}{2}$ e (d) $\omega = \sqrt{2499}\,\mathrm{rad/s}$.

(***)**17.** (Poli 2006) Um corpo de massa $m = 1{,}0\,\mathrm{kg}$ oscila livremente, quando preso a uma mola, com frequência angular $\omega_0 = 2{,}0\,\mathrm{rad/s}$. Posteriormente este conjunto é colocado num líquido, cujo coeficiente de resistência viscosa é $\rho = 2\sqrt{3}\,\mathrm{kg/s}$.

(a) Escreva a equação diferencial do movimento harmônico amortecido, e a sua solução com as condições iniciais $x(0) = 0{,}50\,\mathrm{m}$ e $v(0) = 0$.

(b) Determine o tempo necessário T para que a amplitude do movimento diminua de um fator $1/e$ em relação ao valor inicial.

R: (a) $\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + 2\sqrt{3}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + 4x = 0$, $x(t) = \mathrm{e}^{-\sqrt{3}t}\cos\left(t - \frac{\pi}{3}\right)$ m e (b) $T = \frac{\sqrt{3}}{3}$ s.

(**)**18.** Considere uma situação em que você está examinando as características do sistema de suspensão de um automóvel. A suspensão "cede" 10 cm, quando o peso do automóvel inteiro é colocado sobre ela. Além disso, a amplitude da oscilação diminui 50 % durante uma oscilação completa. Estime os valores de k e ρ para o sistema de mola e amortecedor em uma roda, considerando que cada uma suporta 500 kg.

R: $k = 5{,}0 \times 10^4\,\mathrm{N/m}$ e $\rho = 1{,}1 \times 10^3\,\mathrm{kg/s}$.

(**)**19.** Um oscilador criticamente amortecido, partindo da posição de equilíbrio, recebe um impulso que lhe comunica uma velocidade inicial v_0. Verifica-se que ele passa por seu deslocamento máximo, igual a 3,68 m, após 1 segundo.

(a) Qual é o valor de v_0?

(b) Se o oscilador tivesse um deslocamento inicial $x_0 = 2\,\mathrm{m}$ com a mesma velocidade inicial v_0, qual seria o valor de x no instante t?

R: (a) $v_0 = 10\,\mathrm{m/s}$ e (b) $x(t) = \mathrm{e}^{-t}(2 + 12t)$.

(**)**20.** (Poli 2006) O gráfico de $x(t)$, mostrado na figura abaixo, representa a equação horária de um oscilador criticamente amortecido, para um sistema composto de um corpo de massa $m = 1{,}0\,\mathrm{kg}$ preso a uma mola de constante elástica k e imerso em um líquido viscoso, de coeficiente de resistência viscosa ρ.

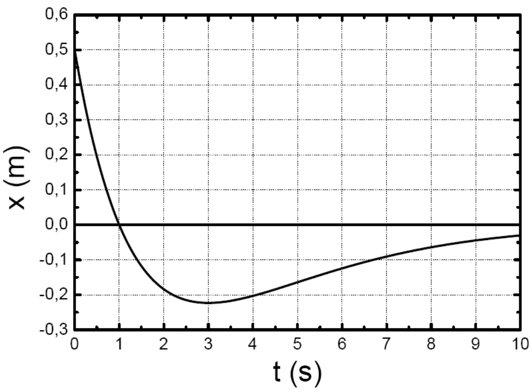
(a) Em que instante de tempo a velocidade do corpo será nula, no intervalo de tempo mostrado no gráfico?

(b) A equação horária $x(t)$ pode ser escrita como

$$x(t) = \mathrm{e}^{-\frac{\gamma}{2}t}(a + bt)$$

Determine os valores de a e b da equação.

(c) Determine o coeficiente de resistência viscosa ρ e a constante elástica k da mola.



(d) Determine o valor da velocidade inicial do oscilador.

R: (a) $t = 3\,\mathrm{s}$, (b) $a = 0{,}5\,\mathrm{m}$ e $b = 0{,}5\,\mathrm{m/s}$, (c) $\rho = 1\,\mathrm{kg/s}$ e $\gamma = 1\,\mathrm{s}^{-1}$ e (d) $v_0 = -0{,}75\,\mathrm{m/s}$.

(**)**21.** Um corpo de massa $m = 1000\,\mathrm{kg}$ cai de uma altura $H = 1\,\mathrm{m}$ sobre uma plataforma de massa desprezível. Deseja-se projetar um sistema constituído por uma mola e um amortecedor sobre o qual se montará a plataforma de modo que ela fique em equilíbrio a uma distância $d = 2\,\mathrm{m}$ abaixo de sua posição inicial, após o impacto. O equilíbrio deve ser atingido tão rápido quanto possível, sem oscilações.

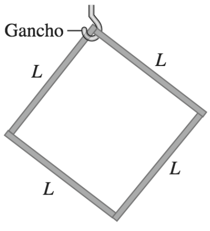
(a) Obtenha a constante k da mola e a constante de amortecimento ρ do amortecedor.

(b) Obtenha a equação que descreve o movimento do bloco após entrar em contato com a plataforma.

R: (a) $k = 5 \times 10^3\,\mathrm{N/m}$ e $\rho = 2\sqrt{5} \times 10^3\,\mathrm{kg/s}$ e (b) $x(t) = 2(\mathrm{e}^{-\sqrt{5}\,t} - 1)\,\mathrm{m}$.

Extras

(***)**22.** Um objeto quadrado de massa m é formado de quatro varetas finas idênticas, todas de comprimento L, amarradas juntas. Esse objeto é pendurado em um gancho pelo seu canto superior. Se ele for girado levemente para a esquerda e depois solto, em que frequência ele irá oscilar para a frente e para trás?



R: $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{3\sqrt{2}}{5}}\sqrt{\frac{g}{L}} = 0{,}921\left(\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}\right)$.

(*)**23.** Uma mola de massa desprezível e constante $k = 400N/m$ está suspensa verticalmente, e um prato de 0,200 kg está suspenso em sua extremidade inferior. Um açougueiro deixa cair sobre o prato, de uma altura de 0,40 m, uma posta e carne de 2,2 kg. A posta de carne produz uma colisão totalmente inelástica com o prato e faz o sistema executar um MHS. Calcule

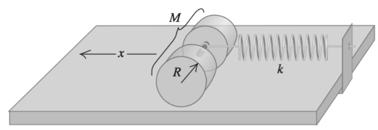
(a) a velocidade do prato de carne logo após a colisão;

(b) a amplitude da oscilação subsequente;

(c) o período do movimento.

R: (a) $2{,}6 m/s$; (b) $0{,}21 m$; (c) $0{,}49 s$.

(***)**24.** Dois cilindros homogêneos de raio R e massa total M são conectados ao longo de seu eixo comum por uma barra leve e curta, e estão em repouso sobre uma mesa horizontal. Um mola cuja constante é k possui uma extremidade presa na mesa por uma braçadeira e sua outra extremidade é ligada a um anel sem atrito no centro de massa dos cilindros, ver figura. Os cilindros são puxados para a esquerda esticando a mola até uma distância x, e a seguir são libertados. Existe entre o topo da mesa e os cilindros um atrito suficiente para fazer os cilindros rolarem sem deslizar À medida que eles oscilam na extremidade da mola. Mostre que o movimento do centro de massa dos cilindros é um MHS, e calcule o seu período em termos de M e de k.(*Sugestão*: O movimento é harmônico simples quando a aceleração e a posição satisfazem $a = -\omega^2 x$ e o período é então dado por $T = 2\pi/\omega$)



R: $2\pi\sqrt{3M/2k}$.

(***)**25.** Muitas moléculas diatômicas são mantidas unidas por ligações covalentes que são muito mais fortes do que a interação de van der Waals. Exemplos dessas moléculas incluem H_2, O_2 e N_2. As experiências mostram que, em muitas dessas moléculas, a interação pode ser descrita por uma força da forma

$$F_r = A[e^{-2b(r-R_0)} - e^{-b(r-R_0)}]$$

onde A e b são constantes positivas, r é a distância entre os centros dos dois átomos e R_0 é a separação de equilíbrio. Para a molécula de hidrogênio, $A = 2{,}97 \times 10^{-8}N$, $b = 1{,}95 \times 10^{10}m$ e $R_0 = 7{,}4 \times 10^{-11}m$. Calcule a constante da força para pequenas oscilações em torno do equilíbrio. (*Sugestão*: utilize a série de Taylor da função e^x).