4300376 – Física Moderna 2 – Lista 1
2^o semestre 2014

Questões

1. Se um átomo de hidrogênio não estiver em repouso, mas movimentando-se livremente no espaço, sua descrição quântica seria modificada?
2. Porque $\Phi(\phi)$ deve ser unívoca? Por que isso leva à restrição de que m_l deve ser um inteiro?
3. Por que aparecem três números quânticos no tratamento do átomo de um elétron (sem spin)?
4. O que é degenerescência?
5. Qual é a relação entre o tamanho do átomo de Bohr e o tamanho do átomo de Schrödinger?
6. Qual é a relação entre o tamanho do átomo de hidrogênio no estado fundamental e o princípio da incerteza?
7. Para um átomo de um elétron no espaço livre, qual seria a conseqüência matemática de mudar a escolha da direção do eixo dos z? E a conseqüência física? E no caso do átomo estar sujeito a um campo externo, elétrico ou magnético?
8. Como as previsões dos tratamentos de Bohr e Schrödinger para o átomo de hidrogênio (desprezando spin e outros efeitos relativísticos) se comparam, com relação à localização do elétron e sua energia total?
9. No estado fundamental do átomo de hidrogênio $|\Psi|^2$ é máximo na origem, no entanto a probabilidade de encontrar o elétron a uma distância r do núcleo vai a 0 para $r \to 0$. Explique.

Problemas

1. Uma partícula de massa m pode se mover livremente sobre o eixo x entre os pontos $x = -a/2$ e $x = a/2$, mas está estritamente proibida de ser encontrada fora dessa região.

   a) Verifique que a função de onda

   $$\Psi(x,t) = \begin{cases} A \sin \frac{2\pi x}{a} e^{-iEt/\hbar} & , \quad -a/2 \leq x \leq +a/2 \\ 0 & , \quad |x| > a/2 \end{cases}$$

   é uma solução para a equação de Schrödinger do problema.

   b) Determine também o valor da energia total E da partícula neste primeiro estado excitado do sistema.

   c) Trace o gráfico da dependência espacial dessa função de onda.

   d) Normalize a função de onda, determinando o valor da constante A.

2. Uma partícula de massa m pode se mover livremente sobre o plano xy na região quadrada $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 | -a/2 \leq x \leq +a/2 \text{ e } -a/2 \leq y \leq +a/2\}$, mas está estritamente proibida de ser encontrada fora dessa região.

   a) Verifique que a função de onda

   $$\Psi(x,t) = \begin{cases} A \sin \frac{2\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{a} e^{-iEt/\hbar} & , \quad (x,y) \in S \\ 0 & , \quad (x,y) \notin S \end{cases}$$

   é uma solução para a equação de Schrödinger do problema.

   b) Determine também o valor da energia total E da partícula neste primeiro estado excitado do sistema.

   c) Esse estado é degenerado? Se sim, determine qual a função de onda que descreve o(s) outro(s) estado(s) com a mesma energia.

   d) Normalize a função de onda, determinando o valor da constante A.

3. Considere o átomo de hidrogênio, sem spin. Escreva a expressão da energia E em função do nível quântico n e calcule os valores de E para os 4 primeiros níveis. Esboce o diagrama de energia do átomo de hidrogênio para as energias calculadas.

4. Das condições impostas durante a resolução da equação de Schrödinger, obteve-se restrições sobre os números quânticos l e m_l. Quais são estas condições e quais os valores possíveis para l e m_l quando $n = 1, 2, 3$ e 4?

5. Considere um átomo de Hidrogênio em um estado com n = 4.

   a) Que informações o número n pode nos fornecer a respeito do sistema?

   b) Supondo que este seja um estado puro, quais as possíveis funções de onda do sistema?

   c) Considere, agora, os estados tais que $l = 3$. O módulo do momento angular total é um invariante neste estado? Se sim, determine seu valor. Se não, determine seu valor médio.

   d) Para os estados com $l = 2$, quais as possíveis projeções do momento angular no eixo z? Elas são uma constante de movimento? Se sim, determine seu valor. Se não, determine seu valor médio.

6. Hidrogênio (^{1}H), deutério (^{2}H) e hélio mono-ionizado (^{4}He$^+$) são exemplos de átomos de um elétron. Faça uma previsão exata da razão entre as energias dos estados fundamentais destes átomos. (Sugestão: lembre-se da variação devido à massa reduzida.)

7. Determine, em eV, as energias dos três níveis do átomo de hidrogênio, nos estados definidos por $n = 1, 2, 3$. Calcule, então, as frequências e comprimentos de onda dos fótons que podem ser emitidos pelo átomo em transições entre esses níveis. em que região do espectro eletromagnético estão esses fótons?