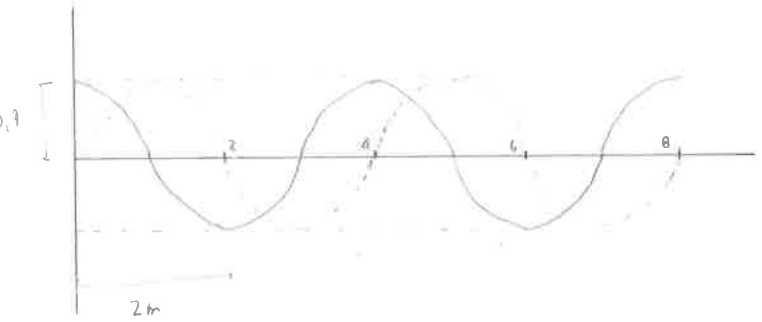
Gabarito Lista 1

1) Tsunami: O satelite observou que o comprimento de onda do tsunami era de $\lambda = 800\ Km$ e uma e um periodo de $T = 1h$, portanto a velocidade do tsunami era de $v = \frac{\lambda}{T} = 800\ Km/h$

2)



a) Se nos olhamos por uma das cristas da onda vemos que ela tem se deslocado 1m em 0,5 s, logo a velocidade de propagação é $v = \frac{1m}{0,5s} = 2m/s$

b) da figura vemos que a amplitude da onda é de $A = 0,1\ m$, e o comprimento de onda é $\lambda = 4m \Rightarrow \omega = \frac{2\pi v}{\lambda} = \pi\ rad/s$. Se descrevemos nossa onda por uma função coseno vemos que em $t=0$ ela esta no maximo do deslocamento vertical portanto a constante de fase é $\phi = 0$ e a função que descreve a onda é

$$y = A\cos(kx - \omega t + \phi) = 0,1\cos\left(\frac{\pi}{2}x - \pi t\right)$$ onde foi usado que $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

c) a velocidade transversal da onda é $V = \frac{\partial y}{\partial t} = -0,1 \times \pi\ \mathrm{Sen}\left(\frac{\pi}{2}x - \pi t\right)$ portanto a velocidade maxima transversal é $V_{max} = 0,1\pi\ m/s$

3) a) $y(x,t) = K(x+vt) \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = K$; $\frac{\partial y}{\partial t} = Kv$; $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \Rightarrow$ portanto $y(x,t) = K(x+vt)$ e solução na eq. de onda $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ trivialmente

b) $y(x,t) = Ae^{iK(x-vt)} \Rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = AiKe^{iK(x-vt)}$; $\frac{\partial y}{\partial t} = -AiKv\,e^{iK(x-vt)}$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -AK^2 e^{iK(x-vt)} \quad ; \quad \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -AK^2v^2 e^{iK(x-vt)} = v^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

c) $y(x,t) = \ln[K(x-vt)]$; $\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{K}{K(x-vt)}$; $\frac{\partial y}{\partial t} = \frac{-Kv}{K(x-vt)}$; $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{-K^2}{[K(x-vt)]^2}$;

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{-K^2v^2}{[K(x-vt)]^2} = v^2\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

4) $y(x,t) = 0{,}001\, Sen(62{,}8x + 314t)$

a) Ondas senoidais que avançam no sentido do eixo x são da forma $y(x,t) = A\, Sen[K(x - vt)]$, portanto nossa onda tem velocidade $v = -\frac{314}{62{,}8}\, m/s = -5\, m/s$ que indica de está avançando no sentido negativo do eixo X

b) da expressão da onda vemos que $K = 62{,}8\, m^{-1} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{K} = 0{,}1\, m = 10\, cm$, portanto a frequencia $f = \frac{v}{\lambda} = 50\, s^{-1} = 50\, Hz$, e o periodo $T = \frac{1}{f} = 0{,}02\, s$

c) A aceleração transversal da corda vem dada por $a = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -0{,}001\,(314)^2\, Sen(62{,}8x + 314t)$ e a maxima aceleração é $a_{max} = 0{,}001 \times 314^2 = 98.6\, m/s^2$

5) $y(x,t) = 2{,}0 \times 10^{-2}\, Cos[2\pi(0{,}5x + 10t)]$

a) olhando para a expressão que descreve a onda deducimos que a amplitude da onda é $A = 2{,}0 \times 10^{-2}\, m$

b) do mesmo jeito que na questão 4) temos que $y(x,t) = A\, Cos[K(x - vt)]$
$\Rightarrow K = 2\pi \times 0{,}5\, m^{-1}$ $\lambda = \frac{2\pi}{K} = 2\, m$ e a frequencia $f = \frac{v}{\lambda}$ onde $v = \frac{10}{0{,}5}\, m/s = 20\, m/s$
$\Rightarrow f = \frac{20\, m/s}{2\, m} = 10\, Hz$

c) Já foi calculado $v = 20\, m/s$ e já que o sinal que acompanha o tempo e positivo a onda se movimenta no sentido negativo do eixo x

d) Se a diferença de fase entre dois ponto x_1 e x_2 fosse de 2π temos que $x_2 - x_1 = \lambda$, portanto se a diferença é de $\pi/6 \Rightarrow x_1 - x_2 = \frac{\lambda}{12} = 0{,}17\, m$

6) o perfil do deslocamento da corda ven dado por uma função da forma $y(x,t) = f(x - vt)$ e a velocidade $V(x,t) = \frac{\partial y}{\partial t} = -v f'(x - vt)$ onde f' é a derivada de f com relação ao argumento, mas temos que $\frac{\partial y}{\partial x} = f'(x - vt) = -\frac{1}{v}\frac{\partial y}{\partial t}$
$\Rightarrow V(x,t) = -v \frac{\partial y}{\partial x}$ portanto olhando para a inclinação da curva podemos obter informação sobre a velocidade transversal da corda

a) × no ponto 1 a velocidade é nula, já que é um maximo local da curva $\Rightarrow \frac{\partial y}{\partial x} = 0$

× no ponto 2 a velocidade é positiva já que $\frac{\partial y}{\partial x} < 0 \Rightarrow V = -v\frac{\partial y}{\partial x} > 0$

× no ponto 3 a velocidade é negativa; $\frac{\partial y}{\partial x} > 0$

× no ponto 4 a velocidade é nula, minimo local $\frac{\partial y}{\partial x} = 0$

× " " 5 " " " negativa ; $\frac{\partial y}{\partial x} > 0$

× " " 6 " " " positiva ; $\frac{\partial y}{\partial x} < 0$

b) a equação de onda relaciona a aceleração transversal da corda com sua segunda derivada espacial $a(x,t) = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$ $\Rightarrow$ a aceleração tem o mesmo sinal que a segunda derivada espacial

× no ponto 1 a aceleração é negativa ; inclinação da curva diminuindo ou $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} < 0$

× " " 2 " " " nula ; ponto de inflexão ou $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$

× " " 3 " " " " ; " " " "

× " " 4 " " " positiva ; inclinação da curva aumentando ou $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} > 0$

× " " 5 " " " negativa ; " " diminuindo ou $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} < 0$

× " " 6 " " " nula ; ponto de inflexão ou $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$

c) no item (a) as respostas mudariam de sinal já que a velocidade transversal depende do sentido da velocidade de propagação $V = -v\frac{\partial y}{\partial x}$ mas no item b) as respostas não mudariam já que $a = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$

7)

a) a velocidade das ondas numa corda é $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ com F a tensão da corda e μ a densidade linear de massa $\Rightarrow \mu = \frac{2\,Kg}{20\,m} = 0{,}1\ Kg/m$; $F = 10\,N \Rightarrow v = \sqrt{\frac{10\,N}{0{,}1\,K/m}} = 10\,m/s$

como a frequência é $f = 5\,Hz \Rightarrow$ o comprimento de onda é $\lambda = \frac{v}{f} = 2\,m$

b) o deslocamento transversal da onda vem dado por

$y(x,t) = A\cos[K(x - vt) + \phi] = 0{,}03\cos[\pi x - 10\pi t + \phi]$, já que $y(x=0, t=0) = 0{,}015$

$\Rightarrow 0{,}015 = 0{,}03\cos\phi \Rightarrow \cos\phi = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{3}$

$y(x,t) = 0{,}03\cos[\pi x - 10\pi t + \frac{\pi}{3}]$

8) Amplitude resultante $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} \Rightarrow A = \sqrt{3^2+4^2} = 5$ cm

fase resultante $\operatorname{arctg}\left(\frac{4}{3}\right) \approx 0,93 \Rightarrow y(x,t) = 5,0 \operatorname{sen}(kx - \omega t + 0,93)$ cm

---

9) $y = y_1 + y_2 \Rightarrow y = 2 \cdot 0,05 \cos(\pi x)\cos(4\pi t) \Rightarrow$ menor nó $x = 0,5$ m

b) $x = 0 \Rightarrow \dot{y} = 0,1 \operatorname{sen}(4\pi t) \Rightarrow t = 0;\ 0,25;\ 0,5$ s

---

11) $\frac{d^2}{dx^2} 0,1 e^{-4(x-vt)^2}$ (com $t=0$) $= e^{-4x^2}(6,4x^2 - 0,8) = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{0,8}{6,4} \Rightarrow x = 0,35\ \text{m} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ m

b) $-0,1 e^{-4(xt+vt)^2}$

c) $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow \mu = \frac{2\ \text{kg}}{100\ \text{m}} = 0,02\ \text{kg/m} \Rightarrow 40 = \sqrt{\frac{T}{0,02}} \Rightarrow T = 32$ N

d) $0,1 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{5}x + 16\pi t\right)$

---

13) $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \lambda = 4$ m $\quad L = \frac{3 \cdot \lambda}{2} = 6$ m (3º harmônico)

b) $\omega = 2\pi f \Rightarrow 6\pi = 2\pi f \Rightarrow f = 3$ Hz $\quad v = \lambda f = 3 \cdot 4 = 12$ m/s $= \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Rightarrow$

$\Rightarrow 12\ \text{m/s} = \sqrt{\frac{96}{\mu}} \Rightarrow \mu = 0,66$ kg/m $\quad m = 0,66 \cdot 6 = 4$ kg

d) 5º harmônico $\Rightarrow 6 = \frac{5 \cdot \lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2,4$ m $\quad v = \frac{\omega}{k} = \frac{2,4}{T} = 12$ m/s $\Rightarrow T = 0,2$ s

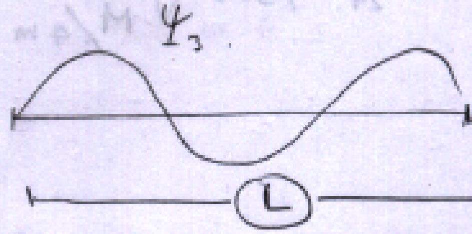
---

14) 1º harmônico $L = \frac{1}{2}\lambda \Rightarrow \lambda = 120$ cm $\quad f = 587$ Hz $\quad \frac{\omega_1}{k_1} = \frac{\omega_2}{k_2} \quad \frac{2\pi \cdot 440}{\frac{2\pi}{1,2}} = \frac{2\pi \cdot 587}{\frac{2\pi}{\lambda}} \Rightarrow \lambda = 0,90$ m

$\Rightarrow L = 0,45$ m

b) $528 = 392\lambda \Rightarrow \lambda = 1,34 \Rightarrow L = 67$ cm, menor do que o comprimento da corda.

15.- Se a corda oscila no tercer harmónico, seja Ψ_3 com frecuencia f_3 e cumprimento de onda λ_3:



$$\frac{\partial^2 \Psi_3(x,t)}{\partial x^2} = v^2 \frac{\partial^2 \Psi_3(x,t)}{\partial t^2}$$

onde $v = \sqrt{T_i/\mu}$ é a velocidade

a) Se acrescentamos a tensão tal que: $T_F = 4T_i$

a velocidade:

$$v' = \sqrt{T_F/\mu} = 2\sqrt{T_i/\mu} = 2v$$

então, a nova frecuencia: $f_3' = 3f_1 = 3\frac{v'}{2L} = 2\cdot\left(\frac{3v}{2L}\right) = 2f_3$

b) Agora é facil ver que:

$$\lambda' = \frac{v'}{f_3'} = \frac{2v}{2f_3} = \lambda.$$

16.-

$T = 200\ N$

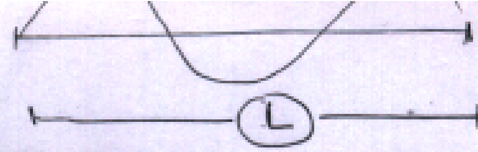
$$y(x,t) = \frac{1}{10}\,\mathrm{Sen}\left(\frac{\pi x}{2}\right)\mathrm{Sen}(12\pi t)$$

a) Se $y(x,t)$ oscila no segundo harmónico:

$y(0,t) = y\left(\frac{L}{2},t\right) = y(0,t)$, então, $\mathrm{Sen}\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{L}{2}\right) = 0$

y $\frac{\pi L}{4} = \pi \Rightarrow \boxed{L = 4\ m}$

$$\frac{\partial^2 \Psi_3(x,t)}{\partial x^2} \quad \frac{\partial^2 \Psi_3(x,t)}{\partial t^2}$$



onde $v = \sqrt{T_i/\mu}$ é a velocidade

a) Se acrescentamos a tensão tal que : $T_F = 4T_i$

a velocidade :

$$v' = \sqrt{T_F/\mu} = 2\sqrt{T_i/\mu} = 2v$$

então, a nova frecuencia : $f_3' = 3f_1 = 3\frac{v'}{2L} = 2\cdot\left(\frac{3v}{2L}\right) = 2f_3$

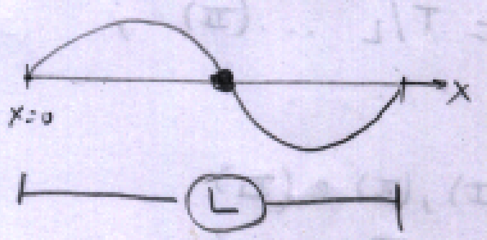
b) Agora é facil ver que :

$$\lambda' = \frac{v'}{f_3'} = \frac{2v}{2f_3} = \lambda .$$

16.-

$T = 200\ N$

$$y(x,t) = \frac{1}{10}\ Sen\left(\frac{\pi x}{2}\right) Sen(12\pi t)$$



a) Se $y(x,t)$ oscila no segundo harmónico :

$y(0,t) = y\left(\frac{L}{2},t\right) = y(0,t)$, então , $Sen\left(\frac{\pi}{2}\cdot\frac{L}{2}\right) = 0$.

$$y \quad \frac{\pi L}{4} = \pi \Rightarrow \boxed{L = 4\ m}$$

b) Calculamos o primer zero para $y(x,t)$ em

$Sen(12\pi t) = 0$; $t = \frac{1}{12}\ s$, então; $L/2 = \frac{1}{12} v \Rightarrow v = 24$

c) Se $v = 24\ m/s$ e $L = 4\ m$

$$24\ m/s = \sqrt{\frac{200N}{M/4m}} \ ; \Rightarrow \ M = 1,39\ kg.$$

d)

$$f_3 = 3f_1 = 3\left(\frac{24\ m/s}{2.4\ m}\right) = 9\ s^{-1}.$$

e, $T = \frac{1}{f} = 0,111\ s.$

17. –

$\rho = 7800\ kg/m^3$; $L = 63,5\ cm$; $D = 0,406$

$f_1 = 247\ Hz.$

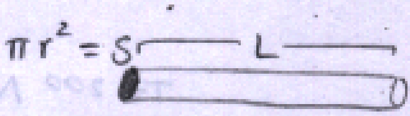
a)

Primeiro obtemos a velocidade v:

$$v = 2L f_1 = 2(0,635\ m)\ 247\ Hz \quad \ldots (I)$$

a velocidade

$v^2 = T/L \quad \ldots (II)$;



$$\mu = \rho S = \pi \rho r^2 = \pi$$

de (I), (II) e (III)

$$T = \mu v^2 = \pi \rho \left(\frac{D}{2}\right)^2 (2Lf_1)^2$$

$$T = (3,14)(7800\ kg/m^3)(203\ m)^2(10^{-5})^2 .4\ (0,$$

$\boxed{T = 99\ \ldots\ N}$

d)

$$f_3 = 3f_1 = 3\left(\frac{24\ m/s}{2.4\ m}\right) = 9\ s^{-1}.$$

$$e,\quad T = \frac{1}{f} = 0{,}111\ s.$$

17. –

$\rho = 7800\ kg/m^3$; $L = 63{,}5\ cm$; $D = 0{,}406$ m

$f_1 = 247\ Hz.$

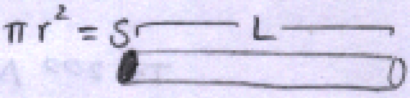
a)

Primeiro obtemos a velocidade v:

$$v = 2Lf_1 = 2(0{,}635\ m)\,247\ Hz \quad \dots (I)$$

a velocidade

$v^2 = T/L \quad \dots (II)$;



$$(III) \dots\ \mu = \rho S = \pi\rho r^2 = \pi\rho\left(\frac{D}{2}\right)^2$$

de (I), (II) e (III)

$$T = \mu v^2 = \pi\rho\left(\frac{D}{2}\right)^2 (2Lf_1)^2$$

$$= (3{,}14)(7800\ Kg/m^3)(203\ m)^2\, 10^{-10} \cdot 4\,(0{,}635m)^2 (247\ s^{-1})^2$$

$$\boxed{T = 99{,}4\ N}$$

b)

Seja: $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{F}{\mu}}$.

Se F varia uma quantidade pequena ΔF, a frecuencia f' para o novo F':

$F' = F + \Delta F \longrightarrow f' = f + \Delta f$, TAL QUE,

$$f' = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{F'}{\mu}} = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{F+\Delta F}{\mu}} = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{F}{\mu}}\left(1+\frac{\Delta F}{F}\right)^{1/2}$$

expandindo a raiz para $\frac{\Delta F}{F}$ pequeno

$$f + \Delta f \simeq \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{F}{\mu}}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta F}{F}\right) = f\left(1+\frac{1}{2}\frac{\Delta F}{F}\right)^{1/2}$$

então

$$\boxed{\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{2}\frac{\Delta F}{F}}$$

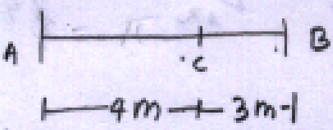
18) -

Se $f_A = f_B = 172\ Hz \rightarrow \lambda_A = \lambda_B = \frac{v}{f} = \frac{344\ m/s}{172\ s^{-1}} = 2m$

1.- SE A y B EMITEM ONDAS EM FASE;

OBSERVAMOS QUE NO PONTO C, A DIFERENÇA DE FASES, SÓ DEPENDE DA FASE DA ONDA EMITIDA POR B.

$\Delta\varphi = \pi$.



2.- USAMOS A ECUAÇÃO DA INTENSIDADE : $I = \frac{P}{4\pi r^2}$:

frequência f para ondas ...

$F' = F + \Delta F \longrightarrow f' = f + \Delta f$, TAL QUE,

$$f' = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{F'}{\mu}} = \frac{1}{\lambda}\cdot\sqrt{\frac{F+\Delta F}{\mu}} = \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{F}{\mu}}\left(1+\frac{\Delta F}{F}\right)^{1/2}$$

expandindo a raiz para $\frac{\Delta F}{F}$ pequeno

$$f + \Delta f \simeq \frac{1}{\lambda}\sqrt{\frac{F}{\mu}}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\Delta F}{F}\right) = f\left(1+\frac{1}{2}\frac{\Delta F}{F}\right)^{1/2}$$

então

$$\boxed{\frac{\Delta f}{f} = \frac{1}{2}\frac{\Delta F}{F}}$$

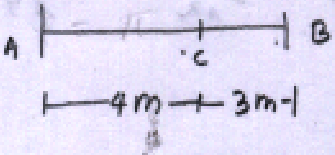
18) -

Se $f_A = f_B = 172\ Hz \longrightarrow \lambda_A = \lambda_B = \frac{v}{f} = \frac{344\ m/s}{172\ s^{-1}} = 2m$

1.- SE A y B EMITEM ONDAS EM FASE;

OBSERVAMOS QUE NO PONTO C, A DIFERENÇA DE FASES, SÓ DEPENDE DA FASE DA ONDA EMITIDA POR B.

$$\Delta\varphi = \pi .$$



2.- USAMOS A ECUAÇÃO DA INTENSIDADE: $I = \frac{P}{4\pi r^2}$.

$$I_{AC} = \frac{8\times10^{-4}\ W}{4\pi\,(4m)^2} \simeq 4\times10^{-6}\ W/m^2$$

$$I_{BC} = \frac{6\times10^{-5}\ W}{4\pi\,(3m)^2} \simeq 0{,}5\times10^{-6}\ W/m^2$$

3.- COMO $\Delta\varphi = \pi$, TEMOS INTERFERÊNCIA DESTRUCTIVA EN C. TEREMOS:

$$I_{TOTAL}\ e = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}$$
$$= (4,5 \cdot 10^{-6} - 2,8 \cdot 10^{-6})\ W/m^2$$
$$= 2,7 \times 10^{-6}\ W/m^2$$

19.-

A VELOCIDADE DO SONIDO NUM GAS IDEAL:

a)
$$V = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$$; EM PARTICULAR, NO CASO DO HELIO;

$$\gamma = 1,66\ ; \quad M = 4 \cdot 10^{-3}\ kg/mol$$
$$R = 8,314\ J/mol\,°K\ ; \quad T = 293°K$$

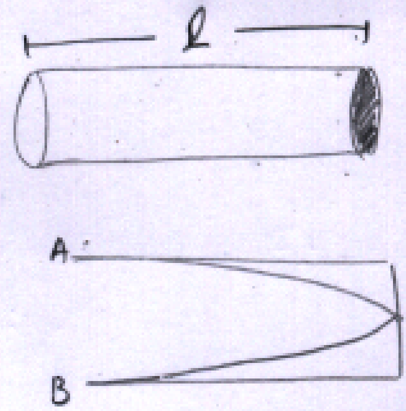
SUSTITUINDO;

$$V_{He} = 1005\ m/s$$

b) COMPARANDO AS FREQUÊNCIAS DO SOM NO HELIO E NO AR, MANTENDO O COMPRIMENTO CONSTANTE:

$$\frac{V_{HE}}{V_{AR}} = \frac{\nu_{HE}}{\nu_{AR}} = \frac{1005\ m/s}{344\ m/s} = 2,93$$

20.- PARA UM TUBO ABERTO NUM EXTREMO, A FREQUÊNCIA FUNDAMENTAL:



$$f_1 = \frac{v}{4\ell}$$

PARA, $\nu = 262\ Hz$ E $v = 341\ m/s$:

$$\ell = 32{,}5\ cm.$$

DA RELAÇÃO $V = \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$ OBTEMOS QUE:

$$\Delta\nu_{25^\circ C} = \sqrt{\frac{298^\circ K}{288^\circ K}} \cdot 262\ Hz - 262\ Hz$$

$$\boxed{\Delta\nu = 4{,}5\ Hz}$$

21. a) Aos nodos do deslocamento $u(x,t)$ numa onda estacionária.

b) Dadas as condições de contorno:

$$\begin{cases} u(0,t)=0 \\ u(l,t)=0 \end{cases}, \quad (l = \text{comprimento do tubo})$$

Teremos a mesma relação entre as frequências dos modos normais e a velocidade de uma corda presa nas extremidades.

$$\therefore \nu_n = \frac{n}{2l} v \Rightarrow v = \frac{2l\nu_n}{n}$$

Como temos "n" antinodos, então $\frac{l}{n} = \Delta l$,

ou seja, $\boxed{v = 2\Delta l \nu}$

c) $\Delta l = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = 2\Delta l$,

$$v = \lambda \nu = 2\Delta l \nu = 2 \cdot 0{,}152 \cdot 880$$

$$\Rightarrow \boxed{v = 267{,}5 \text{ m/s}}$$

Como $v_2 = v_1/n$, então,

$$\begin{cases} v_1 T = \sqrt{(e+f)^2 + h^2} \\ v_1 \underbrace{\left(\frac{t_1}{n} + t_2\right)} = e+f, \end{cases}$$

mas, $\frac{t_1}{n} + t_2 = T + \frac{t_1(1-n)}{n}$

$\therefore$

$$\begin{cases} v_1 T = \sqrt{(e+f)^2 + h^2} & (1) \\ v_1 \left(T + \frac{t_1(1-n)}{n}\right) = e+f & (2) \end{cases}$$

Fazendo $(2) \div (1)$:

$$1 + \frac{t_1(1-n)}{nT} = \frac{e+f}{\sqrt{(e+f)^2+h^2}} . \quad (3)$$

Lembrando que $\begin{cases} v_2 t_1 = e \Rightarrow \frac{v_1 t_1}{n} = e \\ v_1 T = \sqrt{(e+f)^2+h^2} \end{cases}$

então $\frac{t_1}{nT} = \frac{e}{\sqrt{(e+f)^2+h^2}}$.

Substituindo em (3):

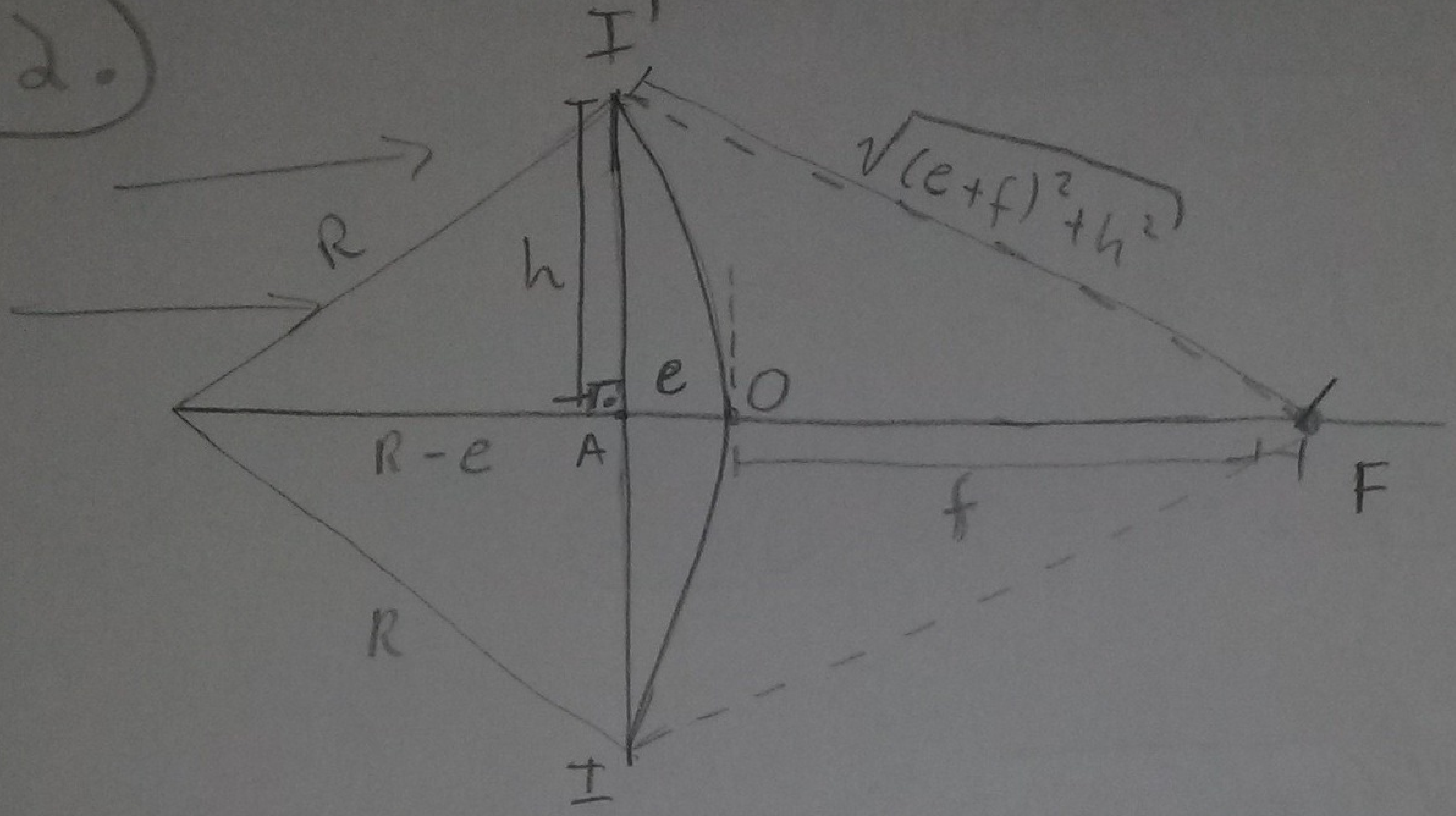
$$1 + \frac{e(1-n)}{\sqrt{(e+f)^2+h^2}} = \frac{e+f}{\sqrt{(e+f)^2+h^2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(e+f)^2+h^2} = f + ne$$

$$\Rightarrow 2ef + \underbrace{h^2}_{2eR} = 2nef + O(e^2)$$

$$\Rightarrow \boxed{f = \frac{R}{n-1}}$$

22.



a) Por Pitágoras:

$$R^2 = (R-e)^2 + h^2 \Rightarrow R - e = \sqrt{R^2 - h^2},$$

mas,

$$\sqrt{R^2-h^2} = R\sqrt{1-\frac{h^2}{R^2}} \cong R - \frac{h^2}{2R} \quad \text{para } h \ll R,$$

Portanto,

$$R - e \cong R - \frac{h^2}{2R} \Rightarrow \boxed{e \approx \frac{h^2}{2R}}$$

b) Seguindo a sugestão, vamos analisar os caminhos óticos $\overline{I'F}$ e $\overline{AO} + \overline{OF}$:

$\overline{I'F}$: $v_1 T = \sqrt{(e+f)^2 + h^2}$

$\overline{AO} + \overline{OF}$: $v_2 t_1 + v_1 t_2 = e + f,$

onde

T = tempo para a frente de onda incidente chegar no ponto F,

t_1 = tempo que a frente de onda demora p/ percorrer $\overline{AO}$

t_2 = " " " " " " " " $\overline{OF}$

Note que $\boxed{t_1 + t_2 = T}$

23. ERRATA: frequência de afastamento = 259 Hz

b) aproximação:

(1) $\nu_1 = \nu_0 \dfrac{(1 + V_T/V_S)}{(1 - V_T/V_S)}$,

Afastamento:

(2) $\nu_2 = \nu_0 \dfrac{(1 - V_T/V_S)}{(1 + V_T/V_S)}$

$\nu_1 = 348$ Hz
$\nu_2 = 259$ Hz
V_T = vel. do trem = ?
V_S = vel. do som = 340 m/s
ν_0 = freq. do apito = ?

Por (2), $\dfrac{\nu_0}{\nu_2} = \underbrace{\dfrac{(1 + V_T/V_S)}{(1 - V_T/V_S)}}_{= \frac{\nu_1}{\nu_0}}$ $\Rightarrow \nu_0^2 = \nu_1 \nu_2$

por (1)

$\therefore \nu_0 = \sqrt{\nu_1 \nu_2}$ ou $\boxed{\nu_0 = 300 \text{ Hz}}$

a) Dividindo (1) por (2),

$\dfrac{\nu_1}{\nu_2} = \dfrac{(1 + V_T/V_S)^2}{(1 - V_T/V_S)^2} \Rightarrow \left(\dfrac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{1/2} = \dfrac{V_S + V_T}{V_S - V_T}$

$\Rightarrow \left(\dfrac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{1/2} (V_S - V_T) = V_S + V_T$

$\Rightarrow V_T = V_S \left[\dfrac{\left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^{1/2} - 1}{(\nu_1/\nu_2)^{1/2} + 1}\right] = 340 \times \left[\dfrac{\left(\frac{348}{259}\right)^{1/2} - 1}{\left(\frac{348}{259}\right)^{1/2} + 1}\right] = \boxed{25 \text{ m/s}}$

(24.) ν_1 = frequência percebida pelo objeto
ν_2 = frequência percebida pela fonte após o som ser refletido pelo objeto
$= \nu_0 + \Delta\nu$

Então,

$$\nu_1 = \nu_0 (1 + u/v); \qquad \nu_2 = \frac{\nu_1}{(1 - u/v)},$$

Ou seja,

$$\nu_2 = \nu_0 + \Delta\nu = \frac{\nu_0 (1 + u/v)}{(1 - u/v)}$$

$$\Rightarrow (\nu_0 + \Delta\nu)(1 - u/v) = \nu_0 (1 + u/v)$$

$$\Rightarrow \cancel{\nu_0} - \frac{\nu_0 u}{v} + \Delta\nu - \frac{\Delta\nu\, u}{v} = \cancel{\nu_0} + \frac{\nu_0 u}{v}$$

$$\Rightarrow v\,\Delta\nu = u(2\nu_0 + \Delta\nu)$$

$$\Rightarrow \boxed{|u| = \frac{v\,\Delta\nu}{2\nu_0 + \Delta\nu}}$$

25. Exercício análogo ao 24.

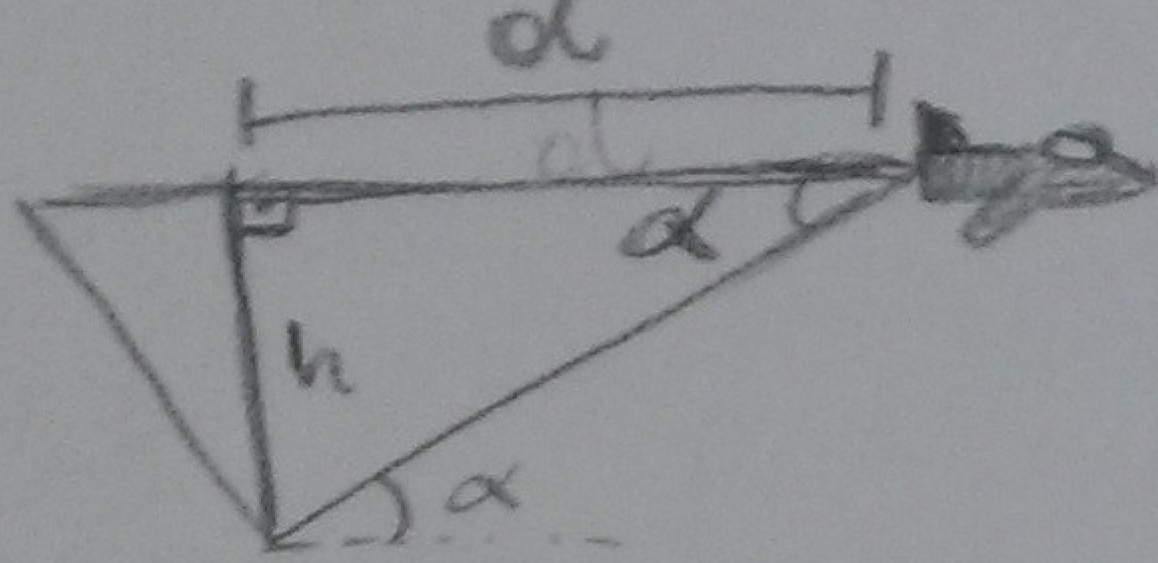
Nesse caso,

$$\begin{cases} |u| = \text{velocidade da parede do coração} = ? \\ \nu_0 = 2\,MHz = 2 \times 10^6\ Hz \\ v = 1.500\ m/s \\ \Delta\nu = 85\ Hz \end{cases}$$

$\therefore$

$$|u| = \frac{1.500 \times 85}{2 \times 2 \cdot 10^6 + 85} \Rightarrow \boxed{|u| = 3{,}2 \times 10^{-2}\ m/s}$$

(26.) a) Cone de Mach:



$$\boxed{\operatorname{sen}\alpha = \frac{v_s}{V}},$$ (Ver 6.9.12 Moysés Vol. 2)

onde v_s = vel. do som

V = vel. do jato

$= 2v_s$ (Mach 2)

$d = V \times 2{,}5\,s$

$$\therefore \operatorname{sen}\alpha = \frac{v_s}{2v_s} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = 30°}$$

b) $$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{d} \Rightarrow h = d\operatorname{tg}\alpha$$

$$= V\operatorname{tg}\alpha \times t$$

$$= 2v_s\operatorname{tg}\alpha \times t$$

$$= 2 \times 340 \times \operatorname{tg}30° \times 2{,}5$$

$$\Rightarrow \boxed{h = 981\,m}$$