
Física Moderna II

Aula 13

Marcelo G. Munhoz

munhoz@if.usp.br

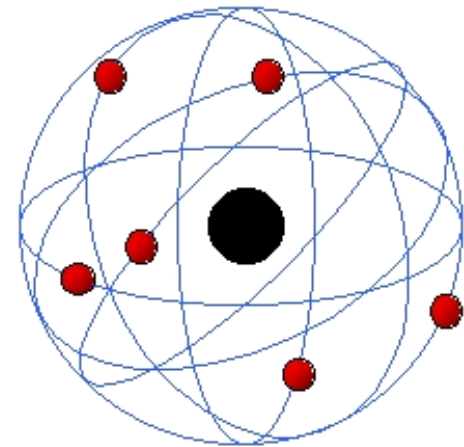
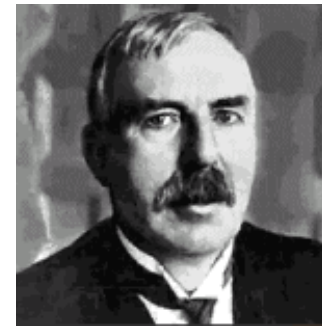
Lab. Pelletron, sala 245

ramal 6940

1911 - Rutheford propõem a existência do núcleo atômico

■ As hipóteses para o modelo atômico e a sua interação são:

- ❑ A mecânica clássica é válida
- ❑ O átomo contém um núcleo de carga $+Ze$ e Z elétrons orbitando a sua volta
- ❑ Somente a força Coulombiana agindo
- ❑ O núcleo e a partícula incidente são pontos
- ❑ O núcleo alvo não sofre recuo
- ❑ Nenhuma mudança ocorre no estado do alvo ou da partícula incidente



Como é o núcleo atômico?

- As hipóteses de Rutherford sobre o núcleo atômico eram bastante rudimentares. Apesar de representarem um grande avanço no entendimento da matéria, elas não são satisfatórias
- Como podemos estudar o núcleo?
- Quais são as características mais detalhadas do núcleo? Como podemos descrevê-lo?

Como podemos estudar o núcleo?

- Interações eletromagnéticas (Tópico 11):
 - Campos eletromagnéticos
 - Elétrons
- Observação do comportamento natural do núcleo (Tópico 12)
- Interações nucleares – Reações nucleares (bloco 13)

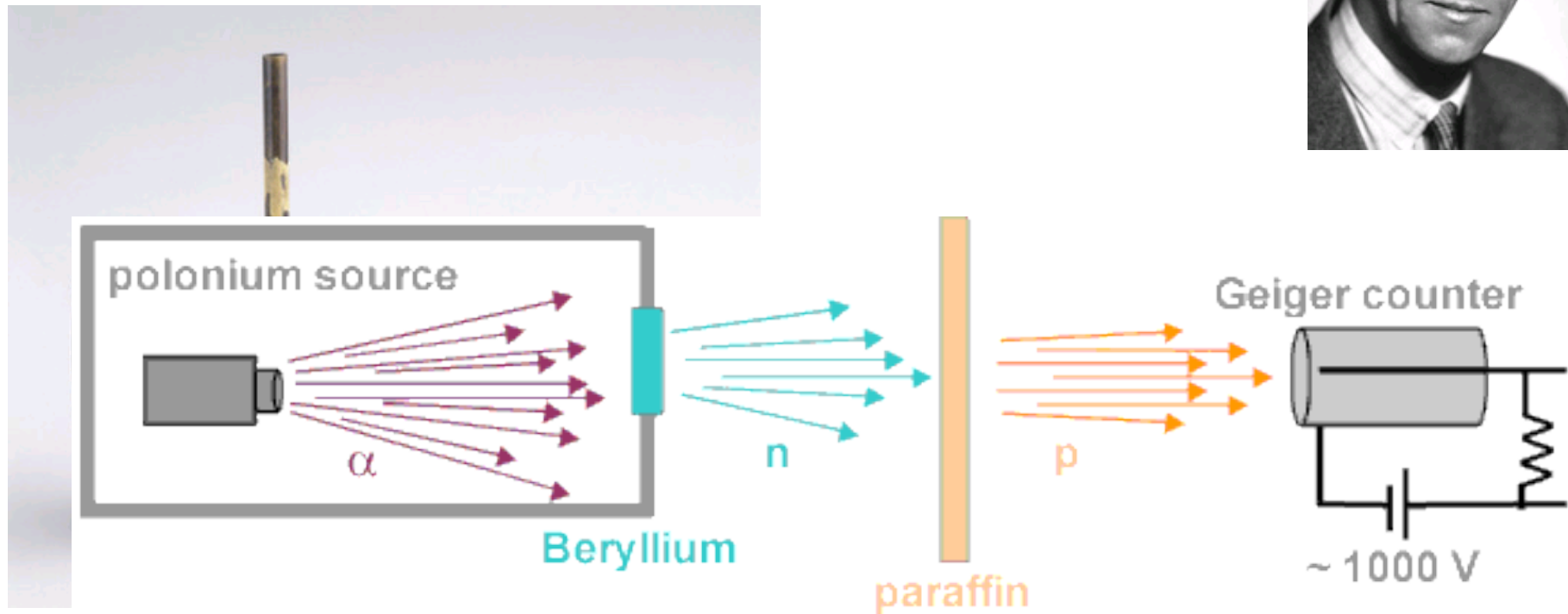
Como podemos descrever o núcleo?

- Em uma publicação de 1913 (*Rays of Positive Electricity*), J. J. Thomson relata a existência de um mesmo elemento com massas diferentes
- Na atual nomenclatura, esses elementos são chamados de *isótopos*
- Essa descoberta mostrou que o núcleo atômico não era composto apenas de “entidades” com carga positiva

Como podemos descrever o núcleo?

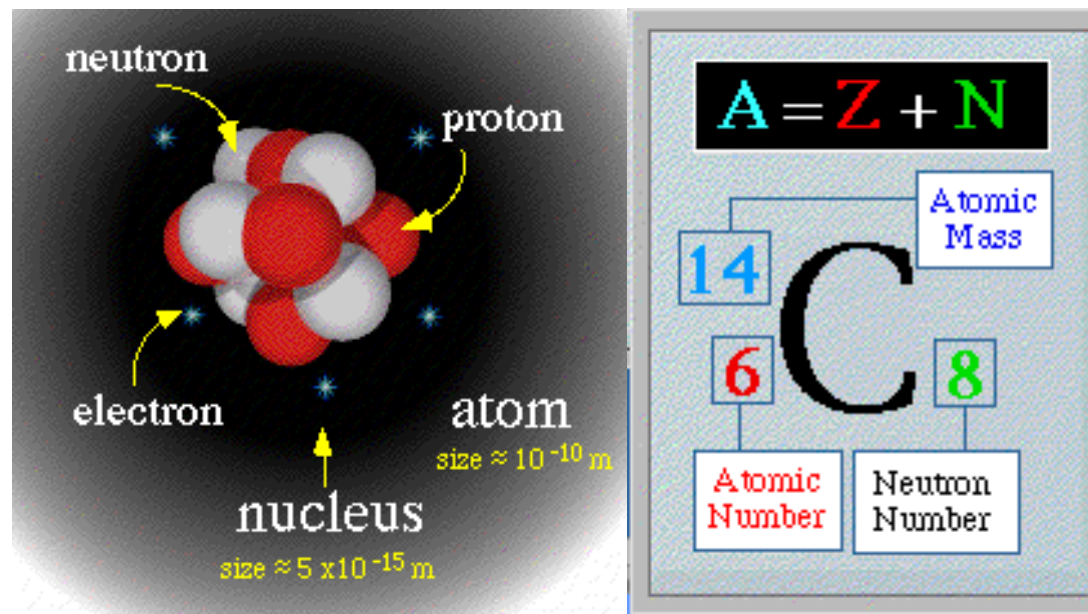
- Inicialmente, especulou-se que existiam elétrons no núcleo
- Porém, essa hipótese se mostrou inviável (Por quê?)
- Somente em 1932, com a descoberta do nêutron por Chadwick (*Proc. Roy. Soc., A136, 692, 1932*), Heisenberg postulou a existência de prótons e nêutrons no núcleo atômico (*Z. Physik, 77, 1, 1932*)

1932 – Chadwick descobre os nêutrons

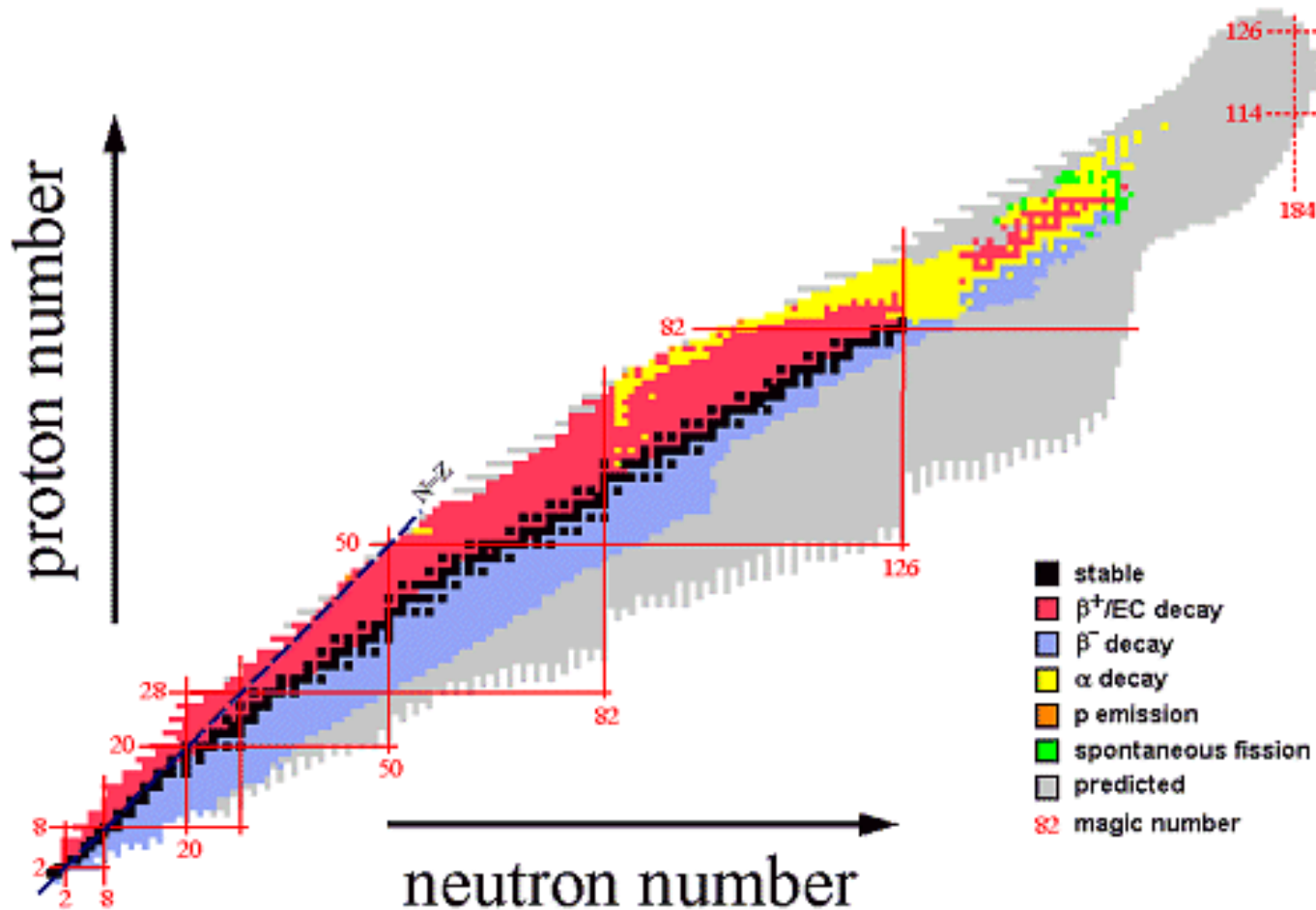


Como podemos descrever o núcleo?

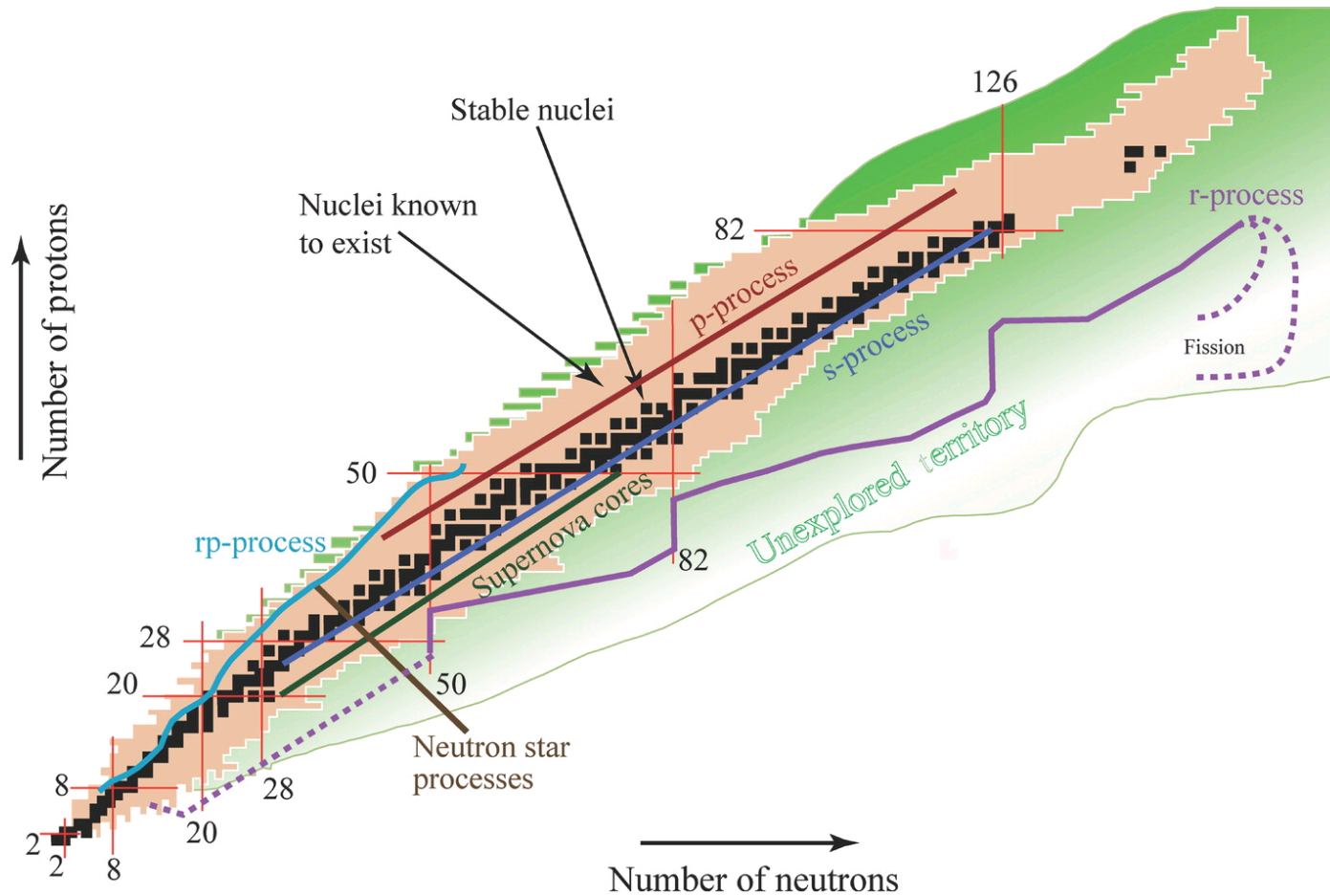
- Descrição mais simples (estabelecida apenas após 1932):
 - O núcleo é composto de prótons e nêutrons



Quais são as possíveis combinações de prótons e nêutrons para formar os núcleos?



Estudos recentes...



A Geesaman DF, et al. 2006.
R Annu. Rev. Nucl. Part. Sci. 56:53–92

Como podemos descrever o núcleo de maneira mais detalhada?

- Propriedades estáticas:

- Tamanho,
- Massa,
- Distribuição da carga.

- Propriedades dinâmicas:

- Dinâmica das cargas;
- Momento angular orbital e intrínseco;
- Instabilidade nuclear.

Como podemos determinar o tamanho do núcleo?

Através de Métodos indiretos:

- Interações eletromagnéticas e nucleares:
 - Espalhamento de partículas- α ;
- Interações eletromagnéticas:
 - Espalhamento de elétrons;
- Interações nucleares:
 - Espalhamento de nêutrons.

Unidades nucleares

		SI Values
Energy	1 eV	$=1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$
	1 MeV = 10^6 eV	$=1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$
	1 GeV = 1000 MeV	$=1.602 \times 10^{-10} \text{ J}$
Momentum	1 MeV/c	$=5.344 \times 10^{-22} \text{ kg m s}^{-1}$
Mass	1 MeV/c ²	$=1.783 \times 10^{-30} \text{ kg}$
The unified atomic mass unit (¹² C scale)	1 u = 931.5 MeV/c ²	$=1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Length	1 fermi (fm)	$=1.0 \times 10^{-15} \text{ m}$
Other quantities	$\hbar c = 197.3 \text{ MeV fm}$	$=3.162 \times 10^{-26} \text{ J m}$
	$c = 2.998 \times 10^{23} \text{ fm s}^{-1}$	$=2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
	$\hbar = 6.588 \times 10^{-22} \text{ MeV s}$	$=1.055 \times 10^{-34} \text{ J s}$
	$=197.3 \text{ MeV/c fm}$	

The fine-structure constant

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137.04}$$

Natural units

$$\hbar = c = 1$$

$$1 \text{ unit of mass} = 1 \text{ GeV}$$

$$1 \text{ unit of length} = 1 \text{ GeV}^{-1} = 0.1975 \text{ fm}$$

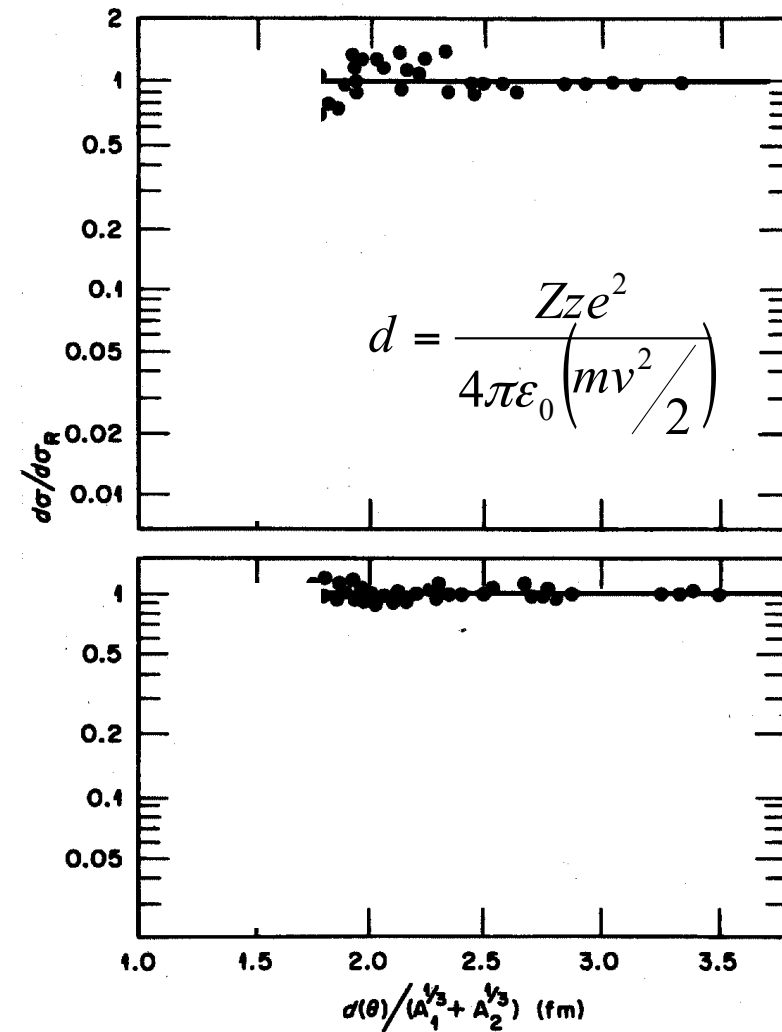
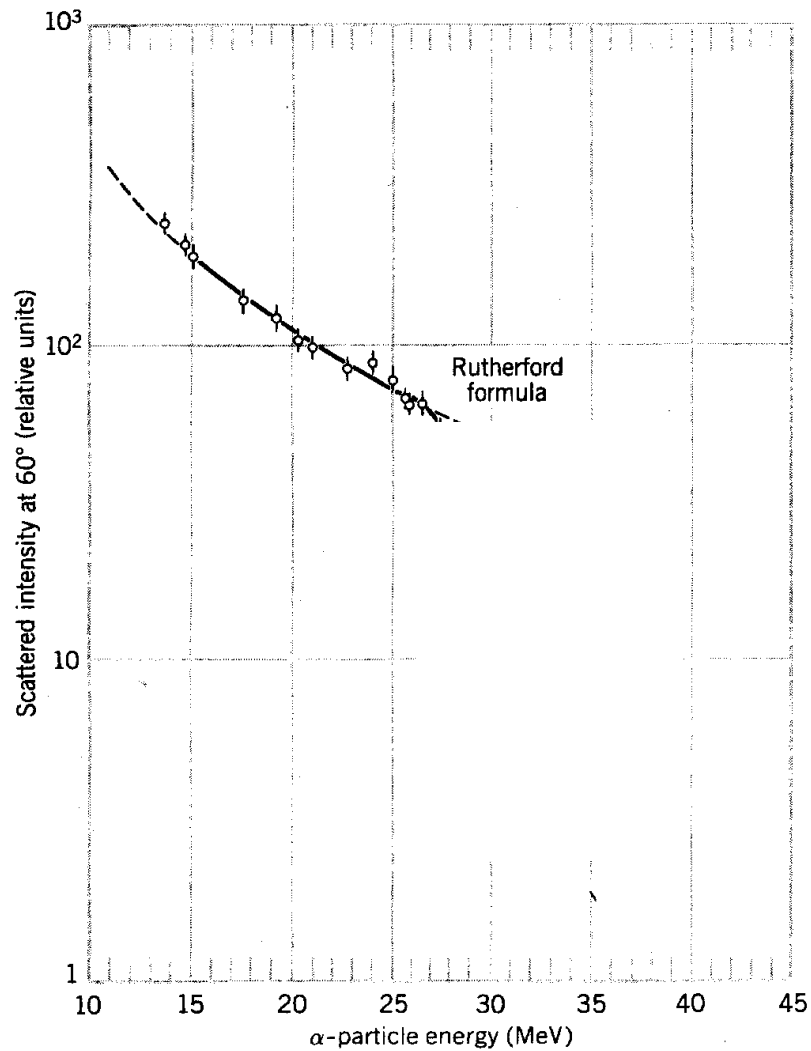
$$1 \text{ unit of time} = 1 \text{ GeV}^{-1} = 6.588 \times 10^{-25} \text{ s}$$

Rutherford (1911)

- Vimos que Rutherford deduziu a seguinte expressão para o espalhamento de partículas- α em um ângulo θ quando um feixe incide sobre um alvo fino de diferentes elementos:

$$dN = N(\theta)d\theta = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \left(\frac{Zze^2}{2mv^2}\right)^2 \frac{I \cdot \rho \cdot t}{\text{sen}^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} 2\pi \cdot \text{sen}(\theta) d\theta$$

Espalhamento de partículas- α



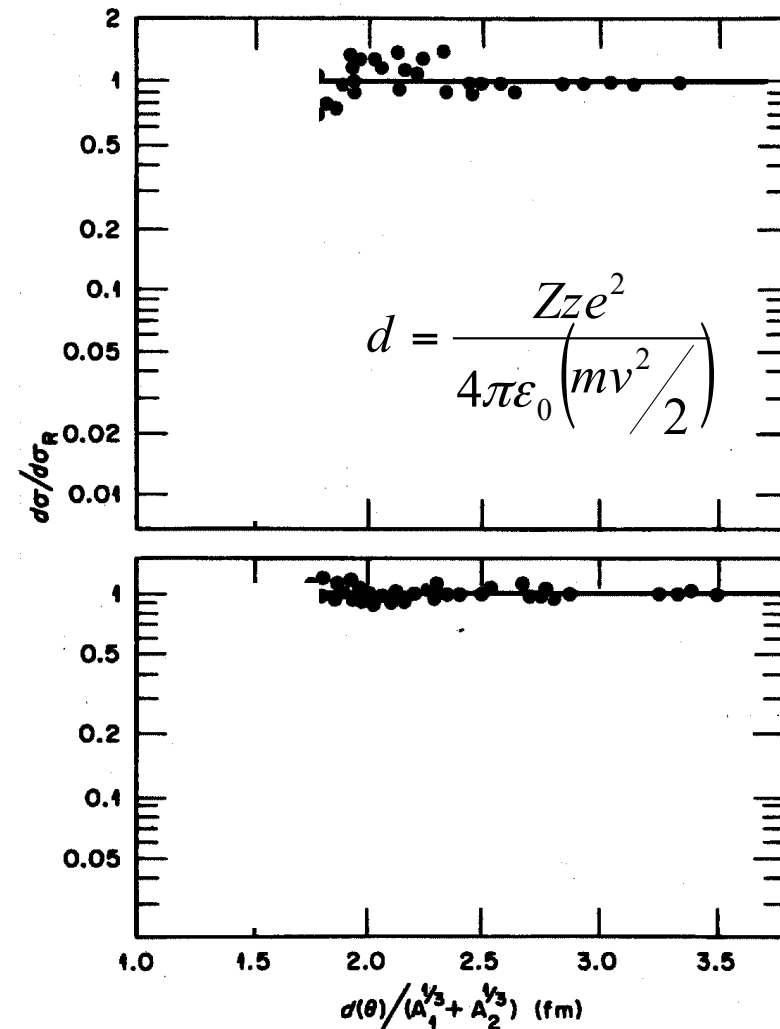
Espalhamento de partículas- α

- Evidência de que o raio do núcleo tem uma dependência do tipo:

$$R \propto A^{1/3}$$

- Supondo que o núcleo tem uma forma esférica, tem-se que:

$$V \propto A$$

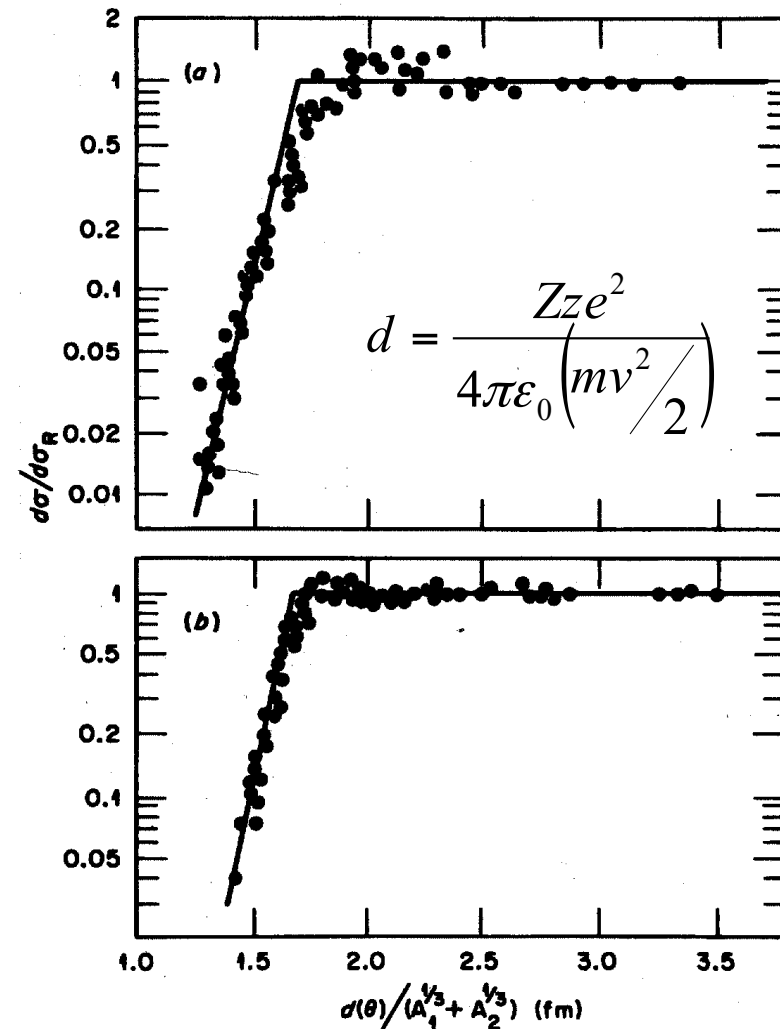


Espalhamento de partículas- α

- Evidência de que o raio do núcleo tem uma dependência do tipo:

$$R \propto A^{1/3}$$

- Porém, não é apenas a força elétrica (Coulomb) que age sobre o sistema.

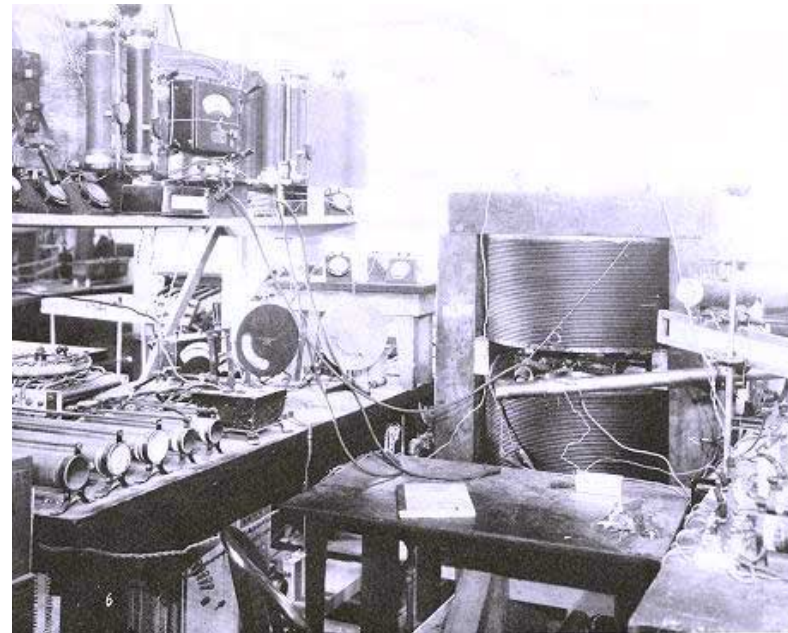
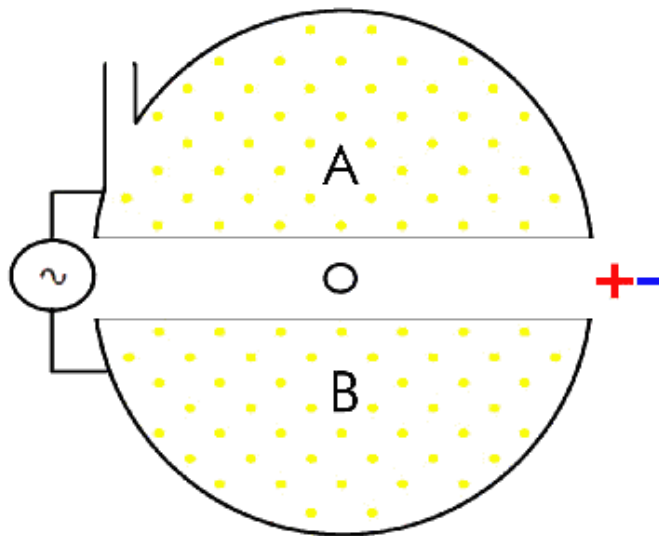


Espalhamento de elétrons

- Que tipo de informação sobre o núcleo conseguimos extrair com o espalhamento de elétrons?
 - Extensão da carga elétrica do núcleo;
- Qual a vantagem de se usar elétrons?
 - Elétrons de alta energia possuem comportamento ondulatório e permitem “enxergar” distâncias de $10^{-15} m$:
$$\Delta p \Delta x \approx \hbar/2$$
$$\Delta p \approx 100 MeV / c \Rightarrow \Delta x \approx 1 fm$$

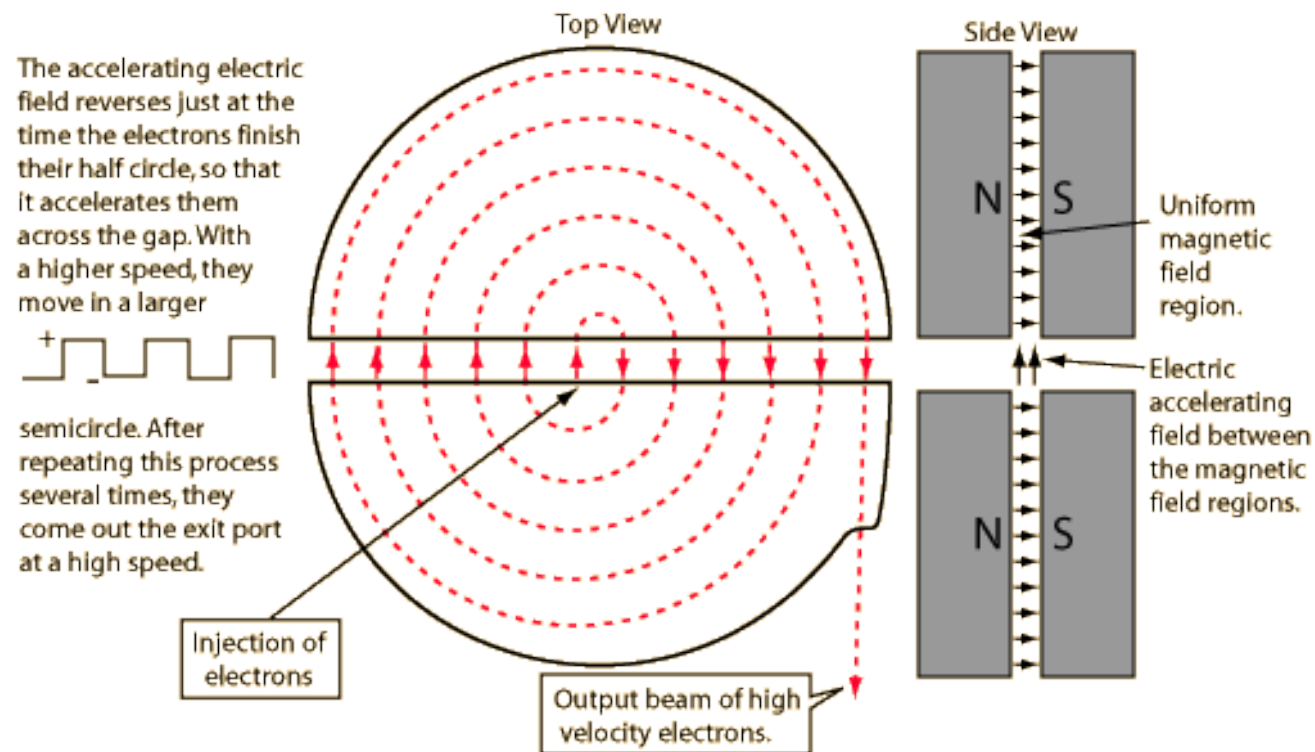
1929 – Cyclotron

- Ernest Lawrence (University of California, Berkeley)



1940 - Betatron

- Donald Kerst (University of Illinois)

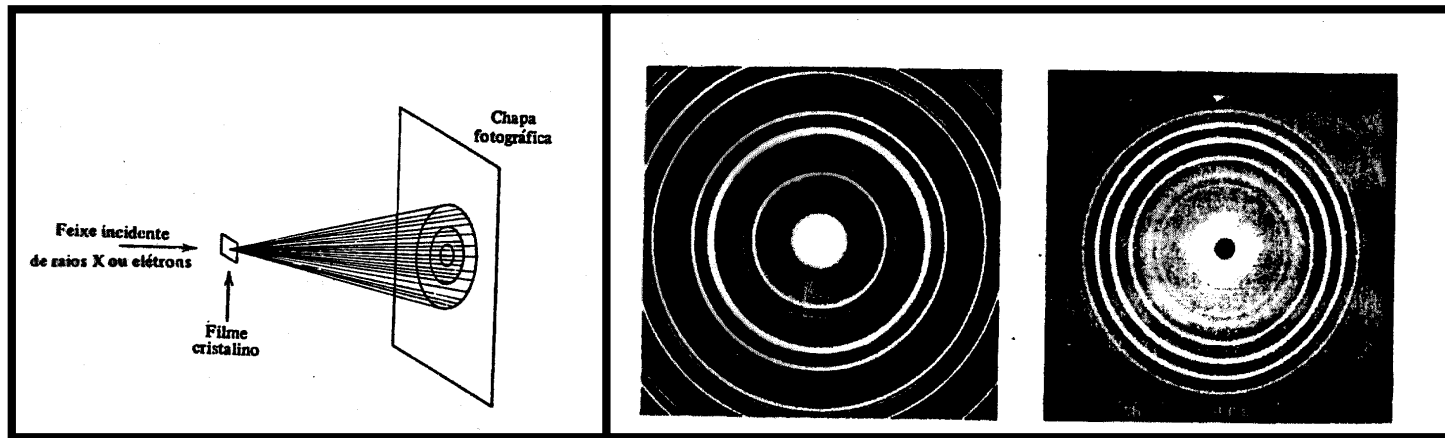


Espalhamento de elétrons

- Para extrairmos alguma informação sobre o núcleo a partir do espalhamento de elétrons devemos:
 - Considerar o caráter ondulatório do elétron;
 - Considerar a extensão da distribuição de carga do núcleo, ao invés de considerá-lo como um ponto, como fez Rutherford.
- Como fazer isso?

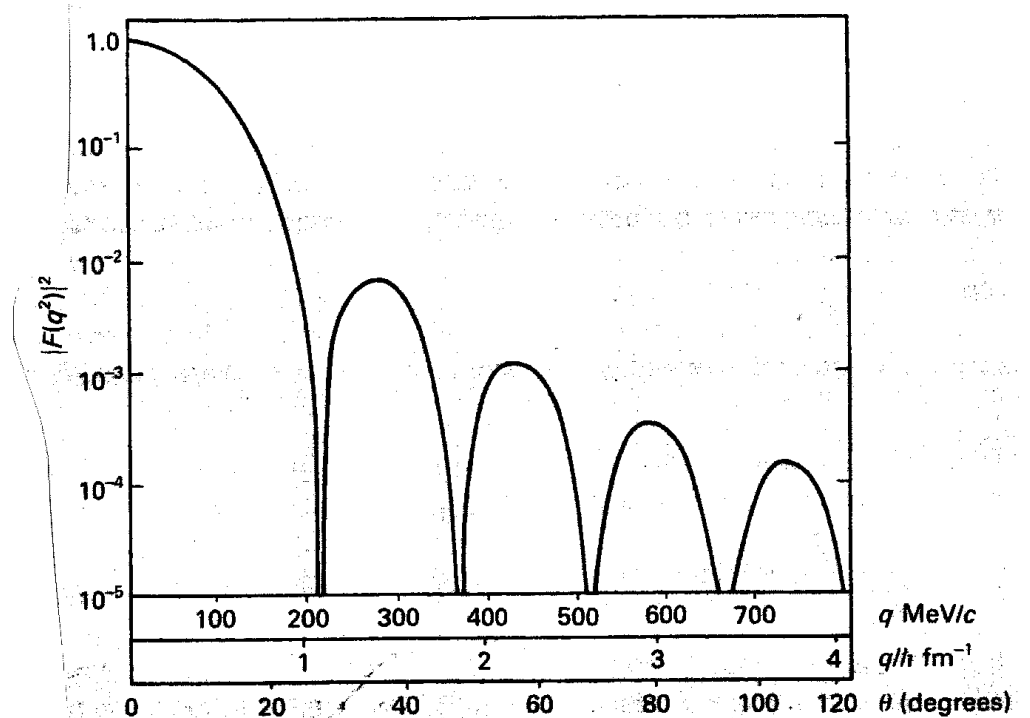
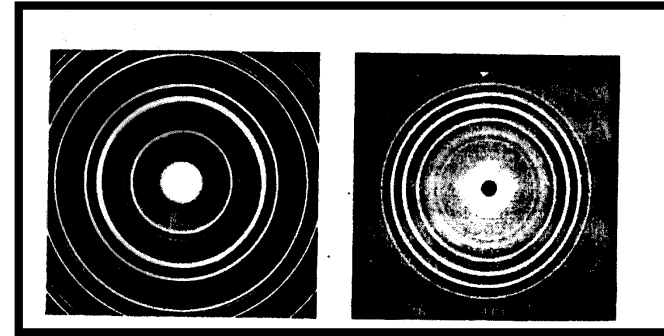
O caráter ondulatório do elétron ...

- Ao interagir com o núcleo, o elétron sofrerá **difração**, da mesma maneira que a luz quando incide sobre um objeto opaco.



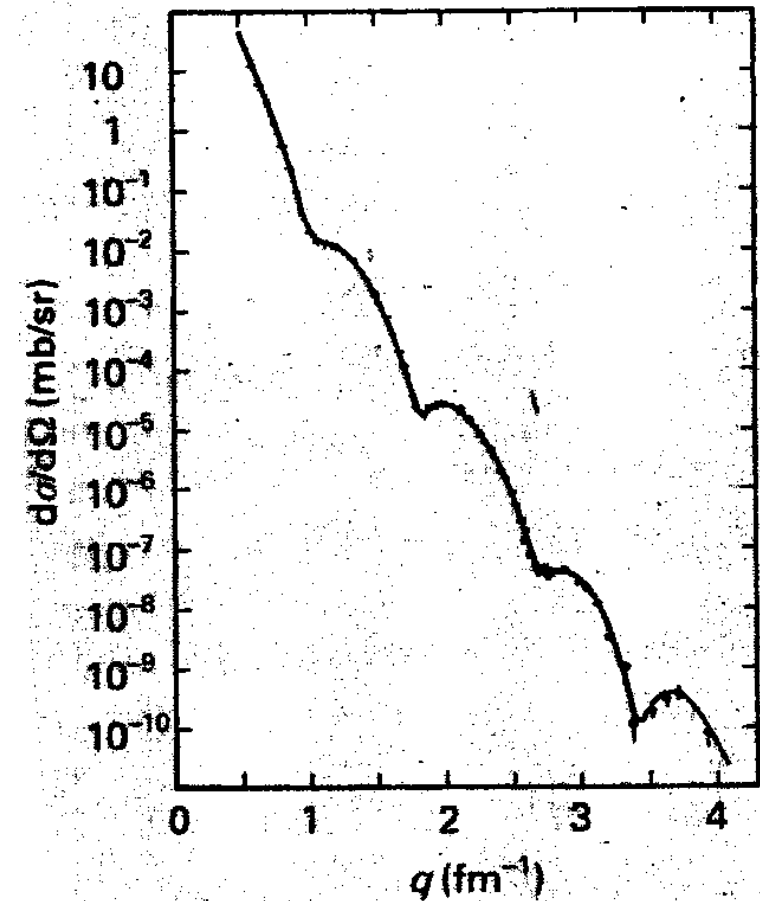
... e a extensão da carga nuclear

- Assim como a intensidade de luz, o número de elétrons varia em função da distância do centro espalhador ou ângulo em relação ao seu eixo.
- E a distância entre os mínimos e máximos depende do tamanho do objeto espalhador.



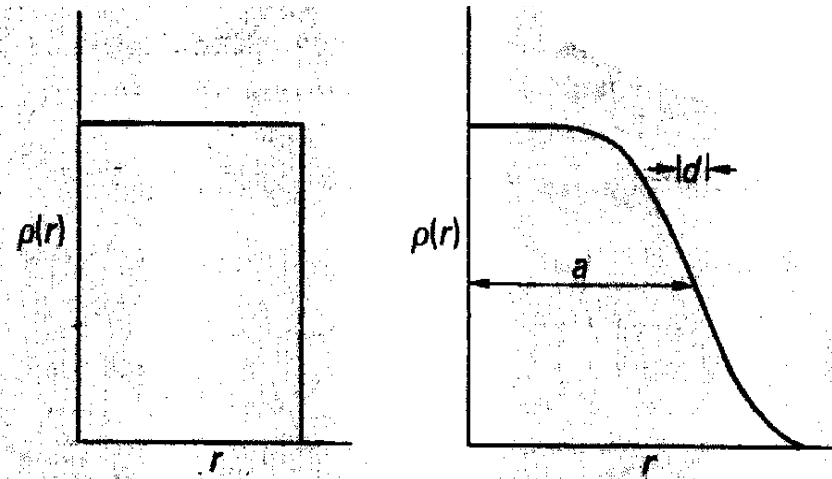
Espalhamento de elétrons

- O resultado experimental concorda com esta abordagem para o espalhamento de elétrons.
- Em seguida, é preciso verificar um modelo para a distribuição de carga que concorde com os dados experimentais.



Modelo para a distribuição de carga no núcleo

- O **modelo I** é o mais simples, porém resultaria em pontos de intensidade nula;
- O **modelo II** concorda bem com os dados, permitindo extrair os valores de ρ_0 (densidade interna), d (difusividade) e a (raio)

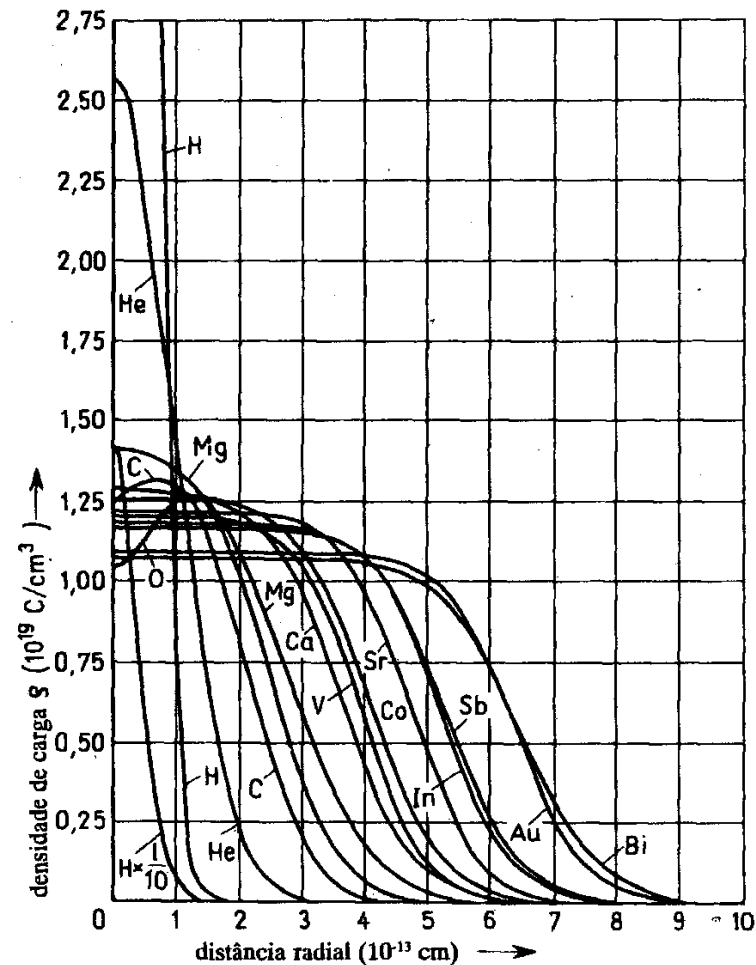


(a) Model I: $\rho(r) = \rho_0, r < a,$
 $\rho(r) = 0, r > a.$

(b) Model II: $\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-a}{d}\right)}.$

Valores obtidos para os parâmetros do modelo

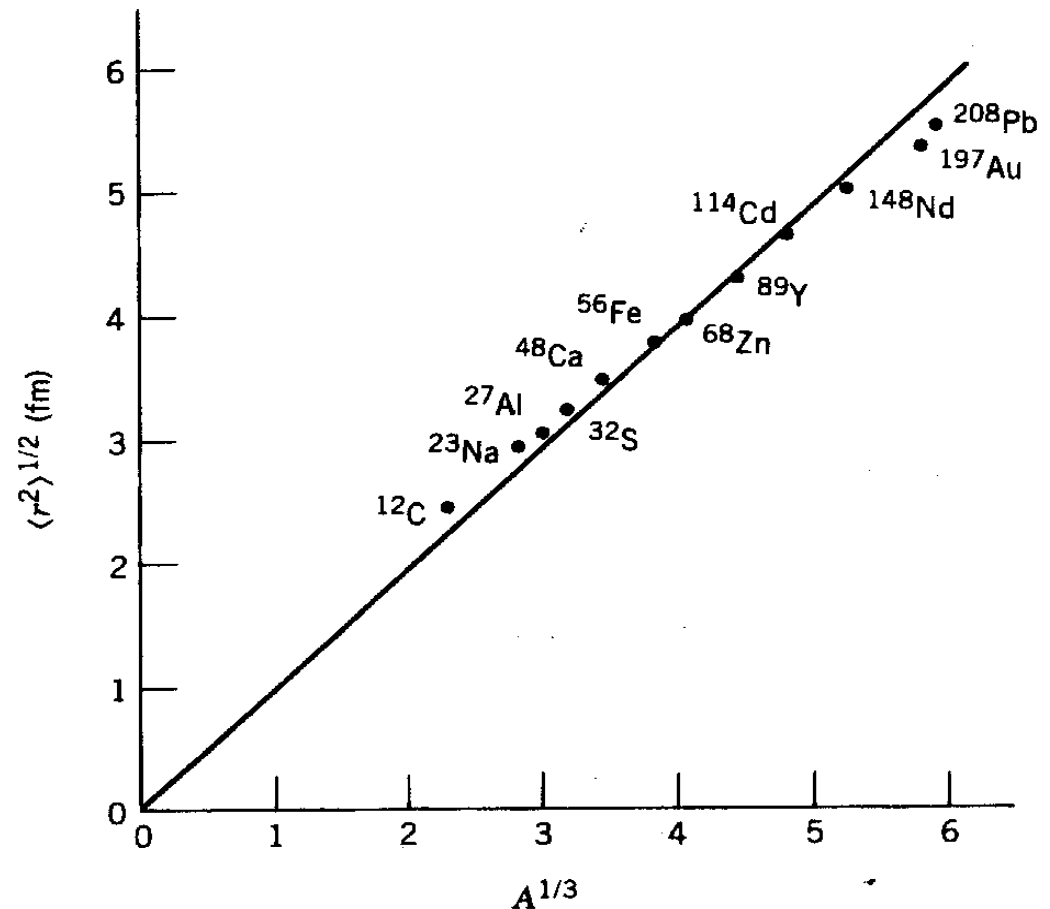
- O estudo do espalhamento de elétrons para vários núcleos mostra que a densidade nuclear é a mesma para diferentes núcleos, mudando apenas o raio e, em menor escala, a difusividade.



Valores obtidos para os parâmetros do modelo

- Este estudo também concorda com os resultados obtidos com o espalhamento de partículas- α :

$$R \propto A^{1/3}$$

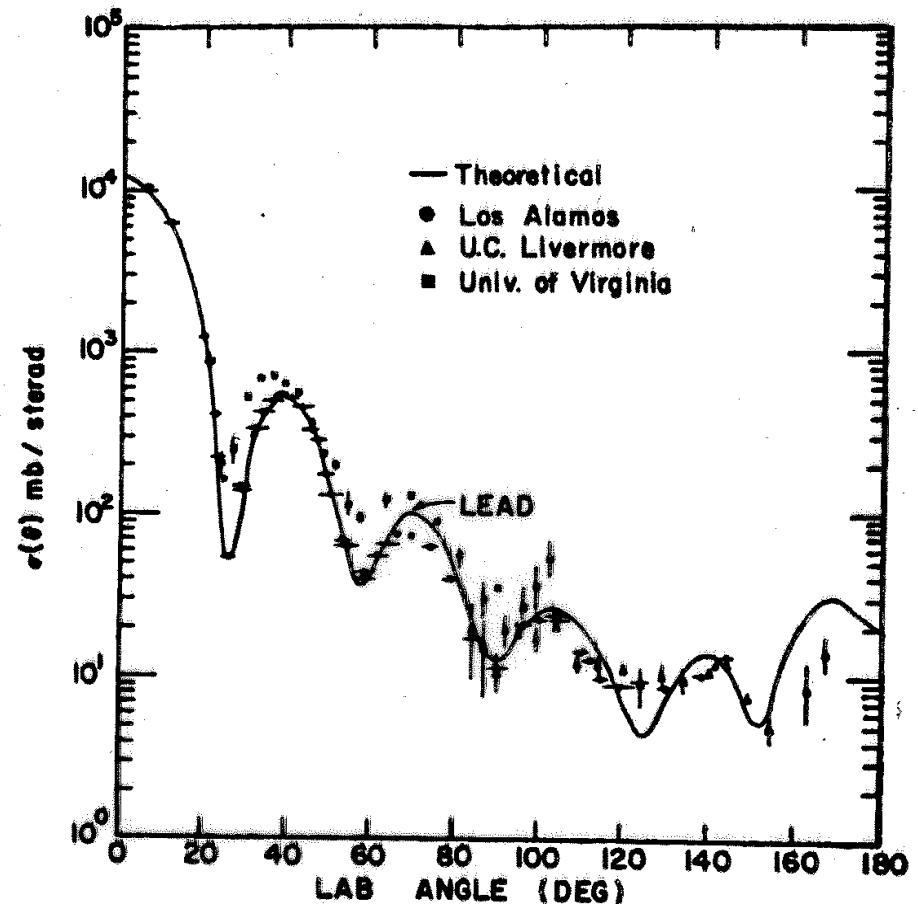


E o que isso significa?

- Qual o significado dessa dependência do raio nuclear com $A^{1/3}$ ou do volume nuclear com A ?
 - ❑ O volume nuclear é aditivo;
 - ❑ Isso mostra que a força que mantém o núcleo coeso é de curto alcance, pois caso contrário a densidade nuclear deveria aumentar conforme se aumenta o número de nucleons, como acontece com o átomo.

Espalhamento de nêutrons

- A fim de investigar a distribuição de matéria nuclear, podemos estudar o espalhamento de nêutrons nos núcleos;
- Os resultados são semelhantes aos de espalhamento de elétrons.
- O tratamento formal, porém é bem mais difícil, pois não conhecemos o potencial nuclear.



Como podemos descrever o núcleo de maneira mais detalhada?

■ Propriedades estáticas:

- ❑ Tamanho,
- ❑ **Massa**,
- ❑ Distribuição da carga.

■ Propriedades dinâmicas:

- ❑ Dinâmica das cargas;
- ❑ Momento angular orbital e intrínseco;
- ❑ Instabilidade nuclear.

Massa Atômica

- A massa dos átomos tem sido medida desde os primórdios da teoria atômica, no início do século XIX
- Com as medidas da massa do elétron no final do século XIX, logo se concluiu que a massa atômica estava concentrada na parte positiva do átomo, ou seja, no núcleo atômico

Unidades nucleares

		SI Values
Energy	1 eV	$=1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$
	1 MeV = 10^6 eV	$=1.602 \times 10^{-13} \text{ J}$
	1 GeV = 1000 MeV	$=1.602 \times 10^{-10} \text{ J}$
Momentum	1 MeV/c	$=5.344 \times 10^{-22} \text{ kg m s}^{-1}$
Mass	1 MeV/c ²	$=1.783 \times 10^{-30} \text{ kg}$
The unified atomic mass unit (¹² C scale)	1 u = 931.5 MeV/c ²	$=1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Length	1 fermi (fm)	$=1.0 \times 10^{-15} \text{ m}$
Other quantities	$\hbar c = 197.3 \text{ MeV fm}$	$=3.162 \times 10^{-26} \text{ J m}$
	$c = 2.998 \times 10^{23} \text{ fm s}^{-1}$	$=2.998 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
	$\hbar = 6.588 \times 10^{-22} \text{ MeV s}$	$=1.055 \times 10^{-34} \text{ J s}$
	$=197.3 \text{ MeV/c fm}$	

The fine-structure constant

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} = \frac{1}{137.04}$$

Natural units

$$\hbar = c = 1$$

$$1 \text{ unit of mass} = 1 \text{ GeV}$$

$$1 \text{ unit of length} = 1 \text{ GeV}^{-1} = 0.1975 \text{ fm}$$

$$1 \text{ unit of time} = 1 \text{ GeV}^{-1} = 6.588 \times 10^{-25} \text{ s}$$

Massa Nuclear

- Unidades de medida:

- Como $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$, então podemos expressar a massa em unidades de MeV/c^2 ;
- Também podemos expressá-la em ***unidades de massa atômica (u.m.a.)***

$$1 \text{ u.m.a.} = \frac{1}{12} \text{ Massa do átomo neutro de } {}^{12}\text{C}$$

- Excesso de massa:

$$\Delta = (M - A) \cdot c^2$$

Massa Nuclear

The unified atomic
mass unit ($^{12}_6\text{C}$ scale)

$$1 \text{ u} = 931.5 \text{ MeV}/c^2$$

$$= 1.661 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$\Delta = (M - A) \cdot c^2$$

m_e	0,511 MeV
m_n	939,566 MeV
m_p	938,272 MeV
m_d	1875,613 MeV
$m(^3\text{He})$	2808,350 MeV
m_α	3727,323 MeV
u	931,494 MeV

$$n = 1.00866 \text{ u.m.a.}$$

$$^1\text{H} = 1.0079 \text{ u.m.a.}$$

$$^2\text{H} = 2.01410 \text{ u.m.a.}$$

$$^3\text{H} = 3.01860 \text{ u.m.a.}$$

$$^4\text{He} = 4.00260 \text{ u.m.a.}$$

$$^6\text{Li} = 6.01512 \text{ u.m.a.}$$

$$^{12}\text{C} = 12.00000 \text{ u.m.a.}$$

Como medir a massa nuclear?

- Existem diversos métodos. Entre eles:
- Espectrômetros de massa:
 - Interação eletromagnética;
- Reações nucleares:
 - Interação nuclear.

Espectrômetros de massa

Seletor de velocidade:

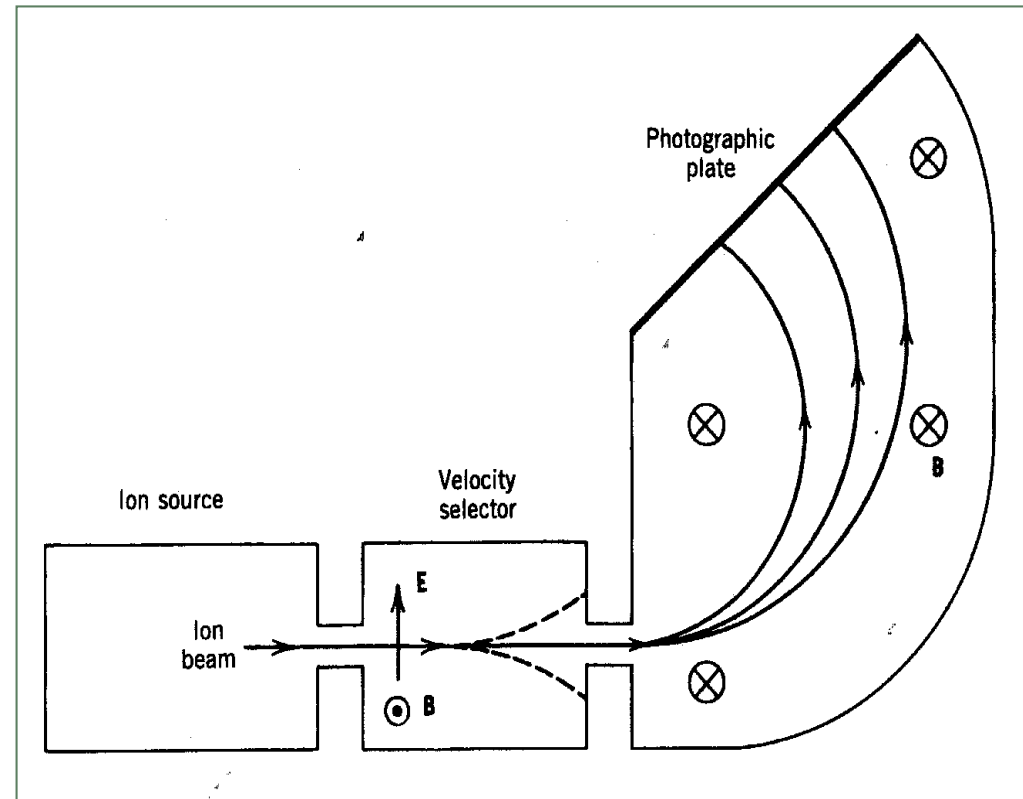
$$F_{elétrica} = F_{magnética}$$

$$qE = qvB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$$

Seletor de massa - $m(R)$:

$$F_{centrifuga} = F_{magnética}$$

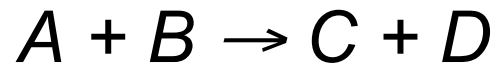
$$\frac{mv^2}{R} = qvB \Rightarrow m = \frac{qB^2}{E} \cdot R$$



Reações nucleares:

o valor Q de uma reação

- Considere uma reação entre dois núcleos A e B , resultando nos núcleos C e D :



- A partir do princípio da conservação da energia, podemos medir a massa de um núcleo;
- Por esse princípio, devemos ter:

$$m_A c^2 + T_A + m_B c^2 + T_B = m_C c^2 + T_C + m_D c^2 + T_D \Rightarrow$$

$$m_A c^2 + m_B c^2 - m_C c^2 - m_D c^2 = T_C + T_D - T_A - T_B$$

Reações nucleares:

o valor Q de uma reação

- Portanto, se medimos a energia cinética dos núcleos e conhecemos a massa de 3 deles, podemos medir a massa do quarto núcleo;
- Chamamos de Q da reação a diferença entre a massa total inicial da reação e a massa final, ou seja:

$$Q = (m_A + m_B - m_C - m_D) \cdot c^2$$

$$Q = (m_{inicial} - m_{final}) \cdot c^2$$

O que podemos esperar para os valores de massa dos núcleos?

- Podemos calcular a massa de um núcleo a partir da expressão:

$$m(Z, N)c^2 = Z \cdot m_p c^2 + N \cdot m_n c^2 - B$$

onde B é a energia de ligação do núcleo, isto é, a energia necessária para manter o núcleo como um sistema ligado;

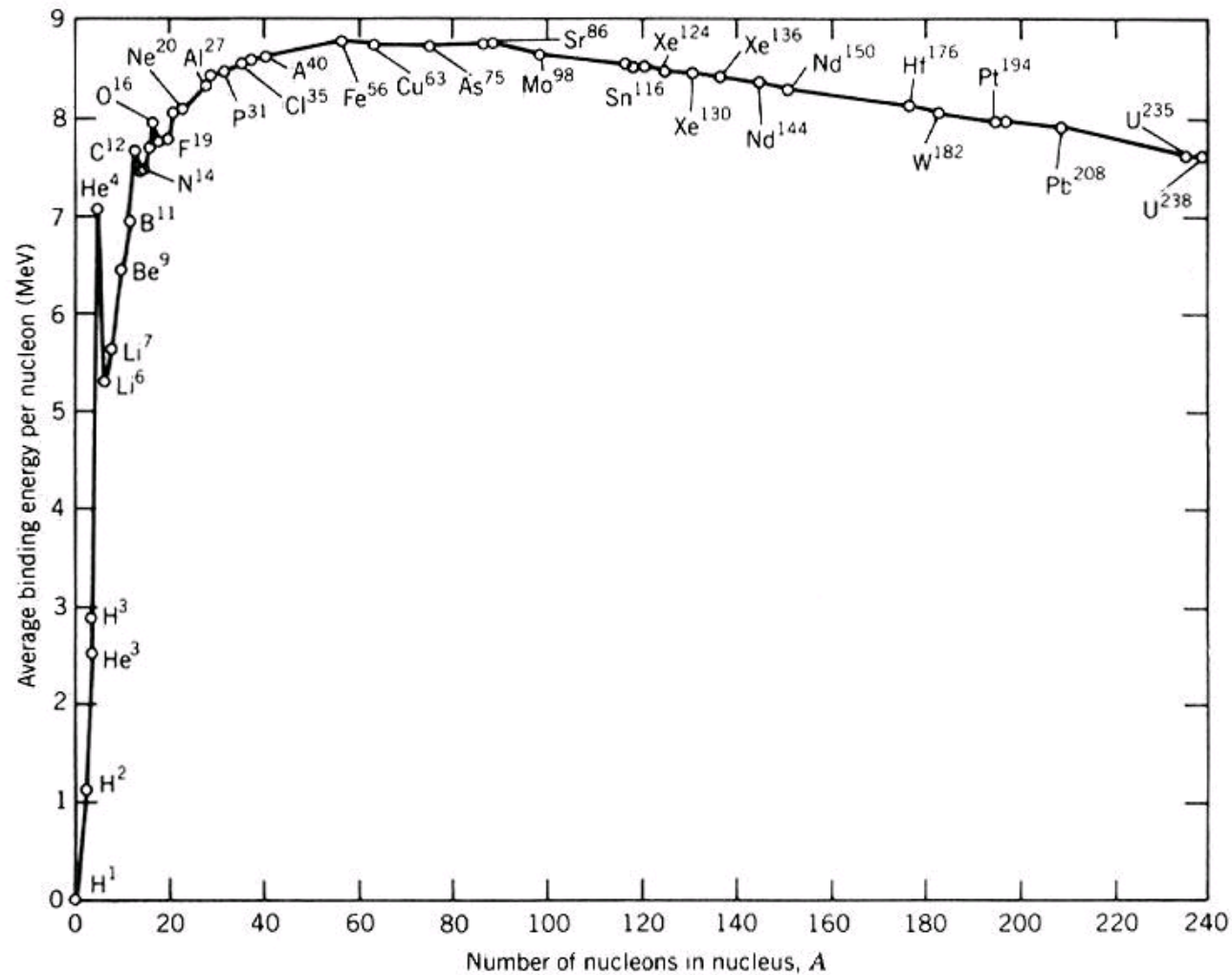
- Se a massa dos núcleos for apenas a soma das massas de seus constituintes, devemos ter: $B = 0$

Energia de ligação

- Portanto, a energia de ligação de um núcleo (B) está intimamente conectada ao conceito de massa do mesmo;
- Normalmente, a energia de ligação é expressa a partir das massas atômicas ao invés das nucleares. Portanto, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} B &= Z \cdot m_p c^2 + N \cdot m_n c^2 - m(Z, N) c^2 \\ &= Z \cdot m_p c^2 + N \cdot m_n c^2 - [M(Z, N) - Z \cdot m_e] c^2 \\ &= Z \cdot M_H c^2 + N \cdot m_n c^2 - M(Z, N) c^2 \end{aligned}$$

Energia de ligação



Como podemos descrever o núcleo de maneira mais detalhada?

■ Propriedades estáticas:

- ❑ Tamanho,
- ❑ Massa,
- ❑ **Distribuição da carga.**

■ Propriedades dinâmicas:

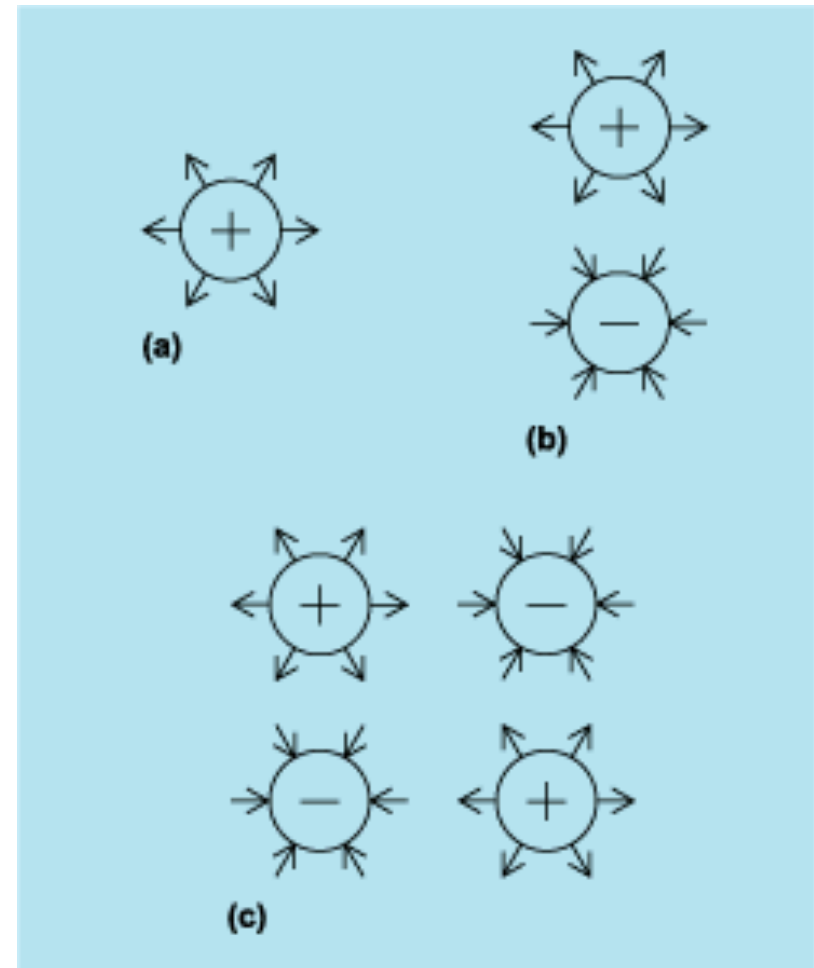
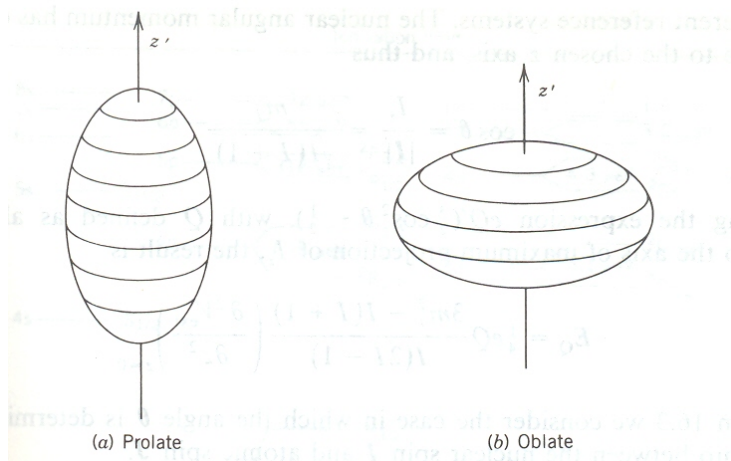
- ❑ **Dinâmica das cargas;**
- ❑ **Momento angular orbital e intrínseco;**
- ❑ Instabilidade nuclear.

Distribuição de carga elétrica no núcleo: momento de multipolo elétrico

- Se o núcleo tiver um tamanho finito (ao invés de infinitesimal), ele apresentará uma distribuição de carga elétrica
- Essa distribuição deverá gerar momentos de multipolo elétricos

Distribuição de carga elétrica no núcleo: momento de multipolo elétrico

- (a) Monopolo elétrico
- (b) Dipolo elétrico
- (c) Quadrupolo elétrico



Dinâmica da carga elétrica no núcleo: momento de multipolo magnético

- Cargas em movimento geram momentos de multipolo magnético
- Se o núcleo apresentar um momento angular orbital, este deve gerar momentos de multipolo magnético

Momento angular dos **nucleons**

- Prótons e nêutrons possuem **spin** (s) assim como elétrons
- Prótons e nêutrons devem se mover dentro do núcleo, portanto devem ter **momento angular orbital** (l) também
- Esses dois momentos devem se combinar, formando um momento angular total (j):

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$$

Momento angular do átomo

- No átomo, onde temos um conjunto de elétrons, o momento angular dos vários elétrons se combinam produzindo o **momento angular total do átomo (J)**:

$$\begin{aligned}\vec{J} &= \sum_{i=1}^A (\vec{l}_i + \vec{s}_i) = \sum_{i=1}^A \vec{j}_i \\ &= \vec{L} + \vec{S}\end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \vec{L} = \sum_{i=1}^A \vec{l}_i \\ \vec{S} = \sum_{i=1}^A \vec{s}_i \end{array} \right.$$

Momento angular do núcleo

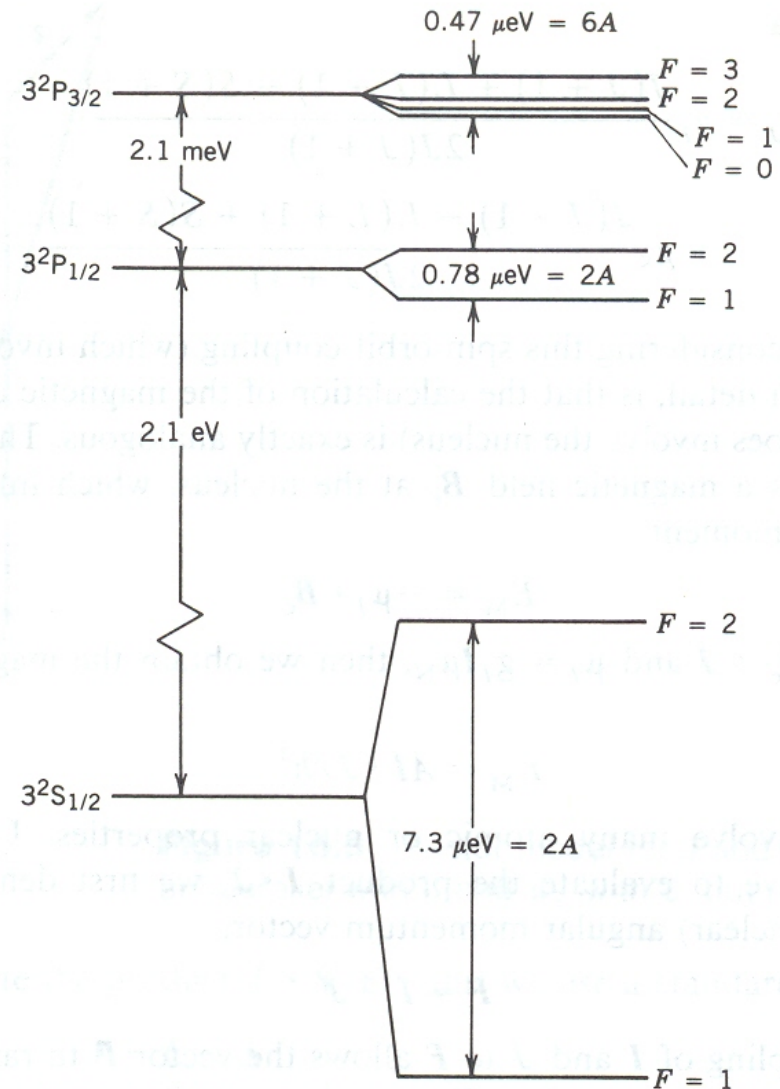
- De maneira análoga, no núcleo temos um conjunto de prótons e nêutrons, e o momento angular dos vários nucleons se combinam produzindo o **momento angular total do núcleo (I)**:

$$\begin{aligned}\vec{I} &= \sum_{i=1}^A (\vec{l}_i + \vec{s}_i) = \sum_{i=1}^A \vec{j}_i \\ &= \vec{L} + \vec{S}\end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \vec{L} = \sum_{i=1}^A \vec{l}_i \\ \vec{S} = \sum_{i=1}^A \vec{s}_i \end{array} \right.$$

Espectroscopia atômica: estrutura híper-fina

- Pauli, já em 1924, propõe que a interação de elétrons com o núcleo atômico devem explicar a estruturas híper-finas dos espectros observados;
- Podemos definir um momento angular total da interação entre o núcleo e os elétrons (F):

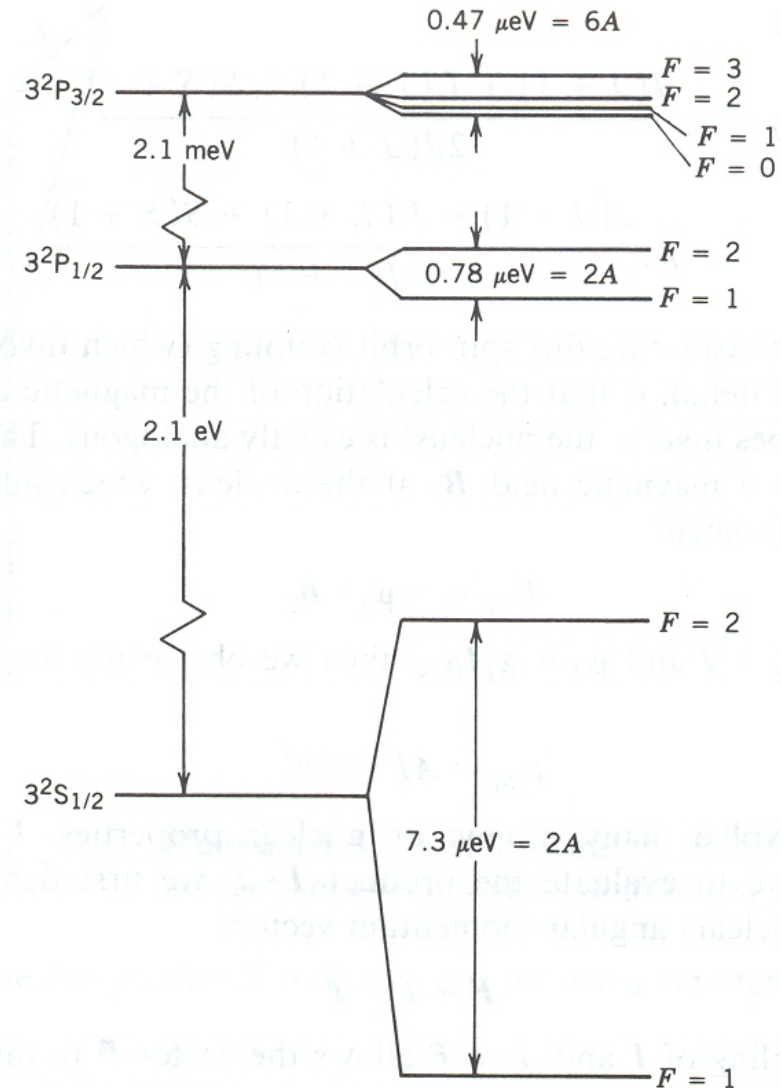
$$\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$$



Estrutura híper-fina: momento de dipolo magnético

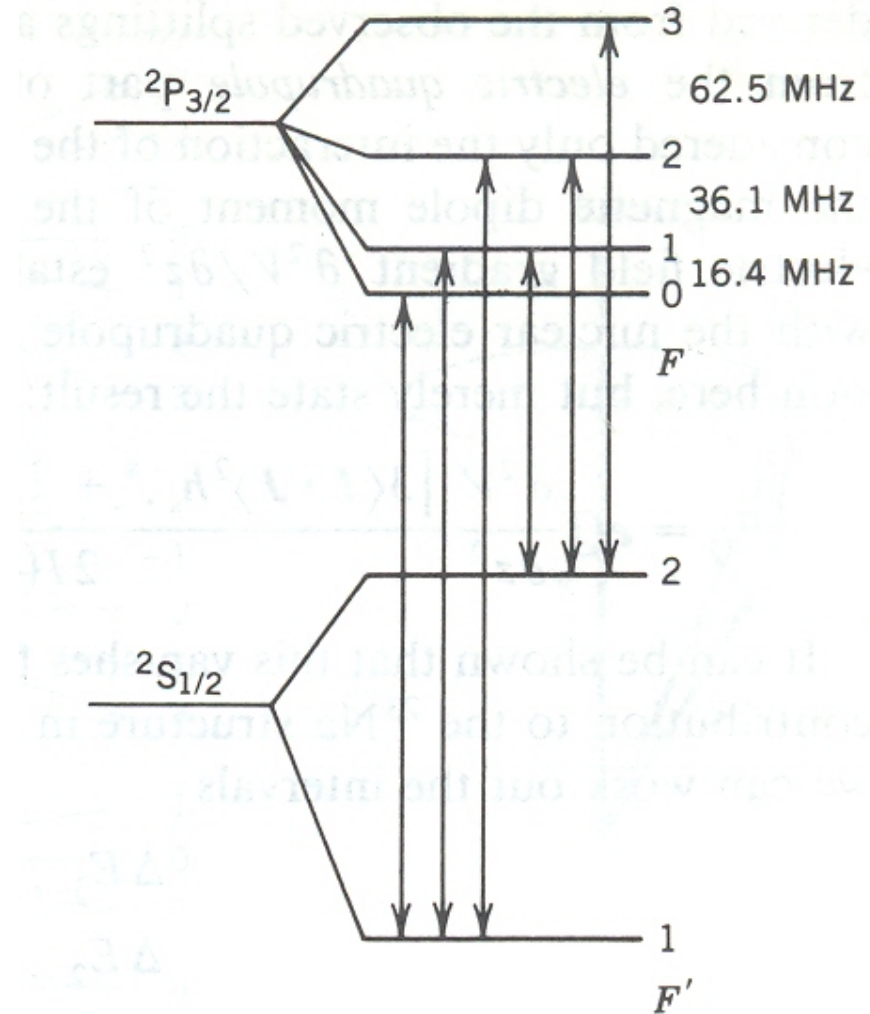
- A interação do momento de dipolo magnético do núcleo com o momento angular dos elétrons é dada por:

$$H' \propto \vec{I} \cdot \vec{J}$$



Estrutura híper-fina: momento de quadrupolo elétrico

- Um estudo detalhado do valor dos níveis de energia, mostrou que outro efeito era importante na sua determinação: o momento de quadrupolo elétrico.



Medidas de momento angular do núcleo

- Todo núcleo com número par de prótons e nêutrons apresentam $I = 0$;
- Para núcleos com A ímpar - número par de prótons (nêutrons), número ímpar de nêutrons (prótons) – o momento angular é semi-inteiro, com valores entre $1/2$ e $9/2$;
- Para núcleos com número ímpar de prótons e nêutrons, o momento angular é inteiro e não-nulo, com valores entre 1 e 7;