Instituto de Física USP

Física Moderna Aula 24

Professora: Mazé Bechara

Aula 24 – A equação de Schroedinger para estados estacionários. Aplicação.

1. Completando as propriedades das funções de onda dada a interpretação probabilística. **Aplicação 1**: **Interpretações da Mecânica Quântica a partir de funções de onda dadas.**

2. **Aplicação 2: os auto estados de energia de uma partícula na "caixa" ou no "poço" de potencial unidimensional:**
    1. as posições e energias dos estados ligados (trajetórias finitas) e não ligados (trajetória infinita) **na física clássica**.

Propriedades das funções de onda decorrentes da interpretação probabilística

1. As **funções de onda** devem ser: **unívocas,** porque a probabilidade (módulo ao quadrado das funções) em cada ponto não pode ter valores diferentes; **contínuas,** porque as probabilidades não podem ter valores indefinidos em nenhum ponto; **finitas em todos os pontos** do espaço, porque probabilidades são finitas.

2. As **funções de onda de estados ligados** (que descrevem partículas que ocupam região finita do espaço) devem ser **normalizadas**, ou seja:

$$\iiint |\Psi(\vec{r},t)\ |^2 dV = 1 \Rightarrow \Psi(\pm\infty,t) = 0$$

No caso de **estados não ligados**, nos quais a partícula pode ir a posições no infinito (infinitamente longe da origem do potencial de interação), **a função de onda deve ser finita em qualquer ponto. A possibilidade de ocupar um espaço infinito torna a função de onda não normalizável**. O que se impõe, nestas situações físicas, é **a conservação da partícula** (**a ser discutido posteriormente como se faz).**

Propriedades decorrentes Da Interpretação Probabilística

3. As **derivadas espaciais das funções de onda** também devem ser: **unívocas, contínuas e finitas em todo o espaço**. As derivadas estão associadas aos valores das componentes do momento linear p no espaço das funções de onda espaço-temporal, e devem ser unívocos e finitos.

☠***Cuidado com o caso particular de energia potencial "infinita" em alguns pontos ou regiões do espaço****, aproximação no caso de energias potenciais muito maiores do que a energia total, e usada como boa aproximação da realidade. Nestes casos não há continuidade das derivadas das funções de onda. Mas há continuidade das funções de onda!*

Interpretações na mecânica quântica

Uma partícula de massa m tem funções de onda abaixo: Questãp Q6 do Guia ao tópico IV

$$\Psi(0 \le x \le a, t) = A sen \frac{n\pi x}{a} \exp(-\frac{i\hbar\pi^2}{2ma^2} n^2 t) \qquad \Psi(x \le o ex \ge a, t) = 0$$

(a) Determine a constante A que permite tais funções representarem funções de onda na mecânica quântica. Justifique.

(b) Quais as posições mais prováveis da partícula no estado com n=1? E com n=2? E as menos prováveis? O que você entende por "posição mais provável" e "posição menos provável" em termos de medidas? Justifique.

(c) Determine a probabilidade da partícula ser encontrada a um quarto do comprimento da caixa de uma das paredes para qualquer estado n. Mostre no gráfico pertinente, nos estados n=1 e n=2, o que representa atal probabilidade. Justifique. Sua resposta depende da definição da origem do eixo? Justifique.

(d) O momento linear é uma constante no movimento da partícula? Justifique formalmente. Se for constante determine os valores do momento linear; se não for constante determine o valor médio. Justifique.

(e) É o quadrado do momento linear uma constante de movimento? Se for, determine o seu valor. Se não for, determine o valor média.

(f) Não são contraditórias as respostas aos dois itens anteriores?

(g) O que é possível prever, usando a função de onda espaço temporal, sobre o resultado de uma unica medida das seguintes grandezas físicas da partícula: f1 posição; f2 energia; f3 momento linear? Justifique suas respostas.

(h) Responda o mesmo que no item anterior no caso de cem (100) medidas. Justifique.

(i) O que seria mostrar formalmente que as funções de onda dadas são compatíveis com o princípio de incerteza? Demosntre em casa!

A equação de Schroedinger independente do tempo e os estados estacionários

$$\{-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2 + U(\vec{r})\}\varphi(\vec{r}) = E\varphi(\vec{r})$$

$$\{-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + U(x)\}\varphi(x) = E\varphi(x)$$

$$\{ih\frac{d}{dt}\}T(t) = ET(t)$$

$$\frac{dT}{T} = -i\frac{E}{\hbar}dt \rightarrow \int_{T_o}^{T}\frac{dT}{T} = \int_{0}^{t} -i\frac{E}{\hbar}dt \rightarrow T(t) = e^{-i\frac{E}{\hbar}t}$$

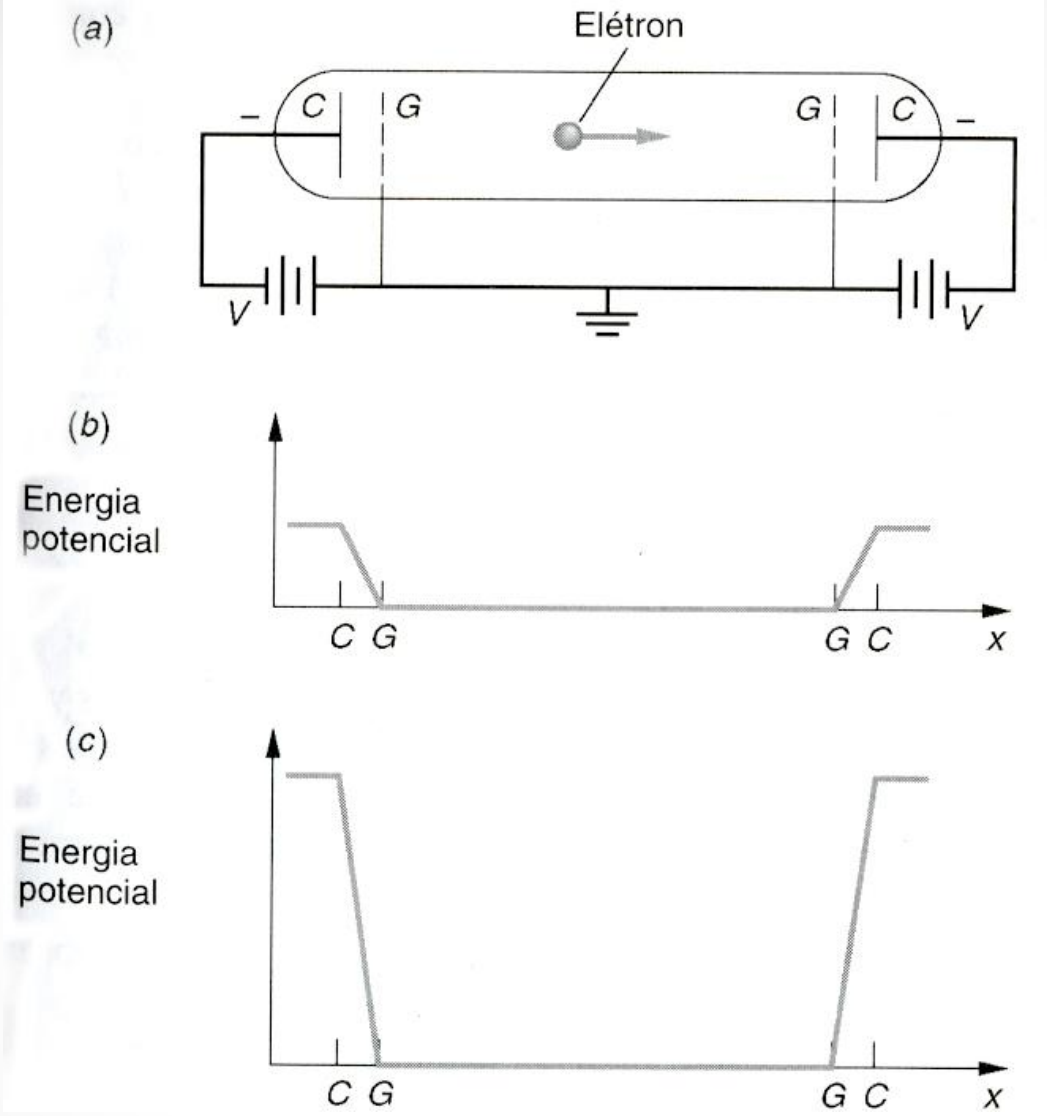

Fig. 6-1 (*a*) Um elétron que se encontre na região entre as duas grades *G* não experimenta nenhuma força, já que as grades estão aterradas. Nas regiões entre as grades *G* e os eletrodos *C*, porém, existe um campo elétrico cuja intensidade depende do valor da tensão *V*. (*b*) Quando *V* é pequena, o gráfico da energia potencial do elétron em função de *x* apresenta "paredes" pequenas e com uma inclinação suave. (*c*) Quando *V* é grande, as paredes são altas e íngremes, tornando-se intransponíveis quando $V \to \infty$.

APLICAÇÃO

Figura do Tipler & Llewellyn

“Poço” de potencial finito unidimensional

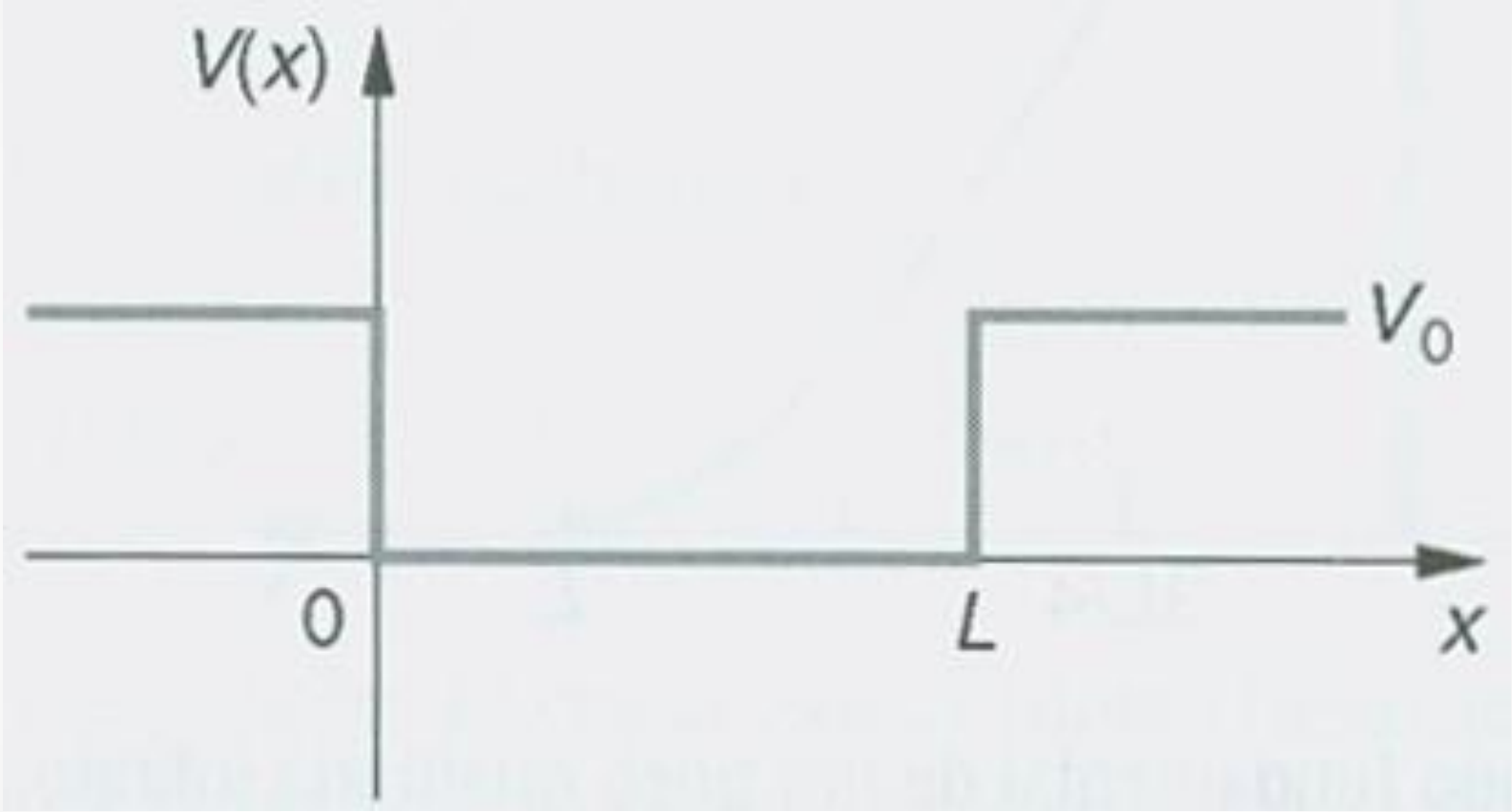

Figura do Modern Physics for Scientists and Engineers – S. Thornton, A. Rex