MECÂNICA QUÂNTICA - AULA 1 - INTRODUÇÃO

1.1 - Bibliografia

* Modern Quantum Mechanics - Revised Edition
  J. J. Sakurai - Addison-Wesley - 1994
* Quantum Mechanics - The Theoretical Minimum
  L. Susskind & A. Friedman - Basic Books - 2014

1.2 - Abordagem

A forma mais usual de se aprender mecânica quântica (MQ) consiste em seguir o seu desenvolvimento histórico, ou seja, através do estudo:

* da lei de radiação de Planck;
* da teoria de Einstein-Debye para calores específicos;
* do átomo de Bohr;
* da teoria ondulatória de de Broglie;

concomitante a uma análise cuidadosa de alguns experimentos centrais, como:

* efeito Compton;
* experimento de Frank-Hertz.

De forma a mostrar ao estudante como os físicos do início do século XX foram forçados, pouco à pouco, a abandonarem os conceitos familiares da mecânica clássica em detrimento de idéias contraintuitivas que permeiam a MQ. Contudo, essa abordagem orgânica leva à noção equivocada de que a MQ não passa de uma colcha de retalhos.

Portanto, optamos por uma abordagem não-histórica, mas que evidencie a estrutura lógica da MQ e que transpareça a coesão da teoria. Assim, partindo de um exemplo (matematicamente) simples ilustramos a necessidade de se abrir mão dos grilhões clássicos em favor de um novo modo de pensar genuinamente quântico.

1.3 - A Mecânica Quântica é diferente

Qualquer um que se disponha a estudar MQ vai impreterivelmente fazer a seguinte pergunta:

"Por que a MQ é tão contraintuitiva?"

E apesar de tal resposta não ser fisicamente relevante, compreendê-la, proporcionar-nos-á a confiança necessária para mergulharmos derradeiramente nesta empreitada. Contudo, talvez a forma mais eficiente de ponderarmos sobre esta questão inquietante seja considerarmos a sua recíproca:

"Por que a mecânica clássica é INTUITIVA?"

A resposta neste caso é tão óbvia que nem a consideramos:

"A sobrevivência da humanidade como uma espécie dependeu da compreensão das leis da mecânica clássica."

Posto de outra forma, a natureza selecionou àqueles que melhor compreendiam as trajetórias clássicas, pois tal entendimento (mesmo que sem uma formalização) proporcionava, por exemplo, melhores caças. Assim, podemos dizer que a mecânica clássica está em nossos genes. Em contraponto, o nosso primeiro encontro cara-a-cara com a MQ só se deu no início do século XX.

Por outro lado a MQ descreve o mundo do muito pequeno; tão pequeno que nossos sentidos não são capazes de perceber. Logo, não é surpreendente que não tenhamos desenvolvido uma intuição para o mundo quântico. Assim, a única forma que temos para vislumbrar a realidade quântica é através da matemática e sua abstração

É importante ressaltar que a MQ constitui um arcabouço teórico mais fundamental do que a mecânica clássica. De fato, a MQ proporciona a descrição mais precisa que temos atualmente da natureza. Assim, do ponto de vista da MQ, a mecânica clássica é apenas uma excelente aproximação para sistemas suficientemente grandes. Contudo, não devemos cair na armadilha de considerar a MQ como apenas uma mecânica clássica "bombada", pois apesar de as descrições clássicas e quânticas possuírem diversos pontos em comum, há duas diferenças fundamentais:

1) Abstrações Diferentes: as abstrações feitas no contexto quântico são fundamentalmente diferentes das feitas na mecânica clássica. Por exemplo o próprio conceito de estado quântico difere de sua

contraparte clássica. De fato, são representados por objetos matemáticos distintos que obedecem estruturas lógicas diferentes.

2) Estados e Medições: na mecânica clássica a relação entre o estado de um sistema e o resultado de uma medição realizada sobre este sistema é trivial, i.e., os rótulos que usamos para descrevê-lo são os mesmos que usamos para caracterizar as medições daquele estado. Em outras palavras, podemos experimentalmente determinar o estado de um sistema. Já a relação entre estados e medições no contexto quântico é bem mais sutil. Precisaremos de algumas aulas para poder começar a compreender a não-trivialidade de tal relação.

1.4 - Spins

O conceito de spin surge no contexto da física de partículas como uma propriedade necessária para a caracterização dos estados físicos de interesse. Assim como a massa, a carga elétrica, a cor e o sabor, o spin é uma característica intrínseca da partícula e sua determinação é tão fundamental quanto a do momento, posição, ou energia. Por exemplo, associado a cada elétron (ou a partícula fundamental de sua preferência) há um grau de liberdade adicional denominado spin.

Por ter dimensões de momento angular, o spin é muitas vezes visualizado como seta apontando para alguma direção do espaço.

Contudo, tal interpretação do spin é demasiadamente ingênua e clássica para se aplicar precisamente a qualquer situação real. O spin de um elétron é um excelente exemplo de um sistema genuinamente quântico. Conseqüentemente, qualquer tentativa de interpetá-lo sob a ótica da mecânica clássica está fadada ao fracasso.

No que se segue lidaremos com o conceito abstrato de spin, ou seja, desconsiderando que ele está associado à alguma partícula, como o elétron do exemplo anterior. O spin é um sistema quântico que pode ser estudado separadamente da partícula à qual ele caracteriza. Desse ponto de vista o spin é ao mesmo tempo o sistema mais simples e mais quântico que existe. Tornando-se, pois, o exemplo ideal para se estudar os fenômenos quânticos.

Um comentário relevante, que ficará mais claro conforme prosseguirmos com o nosso estudo, é que o spin (quântico) isolado é um exemplo de uma classe bem geral de sistemas particularmente simples denominados qubits, ou bits quânticos, que exercem o mesmo papel no mundo quântico que bits lógicos fazem ao definir o estado de um computador.

1.5 - Sistemas de dois estados clássicos - uma digressão

Antes de abordarmos o spin (quântico) que, como veremos, constitui um sistema de dois estados, ou no jargão da MQ, um sistema de dois níveis, consideramos a contraparte clássica de um sistema de dois estados. Nosso principal objetivo com esta breve digressão é enfatizar alguns pontos essenciais da formulação da mecânica clássica, que por serem deveras intuitivos, passam muitas vezes despercebidos em um tratamento elementar, mas cuja compreensão se faz mister para uma apreciação adequada de sua contraparte quântica.

Comecemos tentando delinear o que de fato queremos dizer com mecânica clássica, mas fugindo da máxima tautológica (pelo menos em nosso contexto) de que física clássica se refere a toda física antes do advento da MQ. A física clássica engloba:

* As leis de Newton para a dinâmica de partículas;
* A teoria de Maxwell para a eletrodinâmica;
* A teoria da relatividade geral de Einstein.

Contudo, mais do que teorias específicas para a descrição de fenômenos específicos, a mecânica clássica é um conjunto de princípios e regras, dotado de uma lógica subjacente própria, que governa todos os fenômenos para os quais o princípio da incerteza não é importante.

O papel da mecânica clássica é o de prever o futuro. Nas palavras do grande físico francês Pierre-Simon Laplace:

" Podemos considerar o presente estado do universo como uma conseqüência direta de seu passado e a única causa de seu futuro. Um intelecto que em um dado momento saiba todas as forças que colocam a natureza em movimento, bem como todas as posições das partes a partir das quais a natureza é composta, e que seja capaz de analisar todos esses dados adequadamente, seria capaz de conceber em uma única fórmula o movimento de todos os corpos do universo, das maiores galáxias, aos menores átomos. Para tal intelecto nada seria incerto e o futuro assim como o passado estaria presente diante de seus olhos."

Posto em outras palavras, na física clássica, se soubermos tudo sobre um dado sistema em um certo instante de tempo e conhecermos as equações que governam a sua evolução temporal, então podemos prever o futuro. É exatamente este o significado de um sistema determinístico. Por outro lado, se pudermos fazer o mesmo tipo de previsões, mas com o passado e o futuro trocados, dizemos que o sistema é reversível.

Para podermos prosseguir com total clareza é necessário tornar preciso o conceito de sistema:

Definição 1.1: "Uma coleção de objetos arbitrários, por exemplo, partículas, campos ou ondas, é denominado um sistema. Ademais um sistema que seja ou o universo inteiro ou que esteja completamente isolado é denominado um sistema fechado."

Consideremos então o exemplo mais elementar que não seja completamente trivial de um sistema determinístico e reversível. O sistema constituído por uma única moeda sobre uma mesa apresenta duas configurações possíveis:

(1) Moeda com a face cara para cima;

(2) Moeda com a face coroa para cima.

Cada configuração possível do sistema é denominada estado. No caso em consideração há dois possíveis estados que doravante rotulamos:

(1) H : cara para cima;

(2) T: coroa para cima.

Definição 1.2: "O conjunto de todos os estados que um dado sistema físico pode ocupar é denominado espaço de estados."

No exemplo de uma única moeda sobre uma mesa, temos que o espaço de estado é o seguinte conjunto:

$$S = \{H, T\}$$

É importante clarificar que no caso da mecânica clássica o espaço de estados é simplesmente um conjunto matemático que segue a lógica booleana. Voltaremos a discutir sobre a lógica clássica em um momento mais oportuno.

Outra hipótese central da mecânica clássica é que a evolução temporal de qualquer sistema é suave, ou seja, sem saltos ou outros tipos de interrupções. Posto de uma maneira mais rigorosa, a evolução temporal é suposta contínua. Naturalmente, dada a natureza discreta do espaço de estados do sistema em consideração, a evolução temporal ocorre necessariamente em pequenos saltos. A maneira usual de tornar a descrição de nosso sistema compatível com a hipótese de continuidade da evolução temporal consiste em discretizar o tempo. Dessa forma ao parametrizarmos a coordenada temporal por um número inteiro,

$$n \in \mathbb{Z}$$

naturalmente satisfazemos tal hipótese.

Um sistema que evolui no tempo é denominado um sistema dinâmico. Claramente, um sistema dinâmico não consiste apenas de um espaço de estados, mas também envolve uma lei de movimento ou lei dinâmica. O papel de tal lei é nos dizer como passar do estado atual, no tempo n, para o próximo estado, no tempo $n+1$.

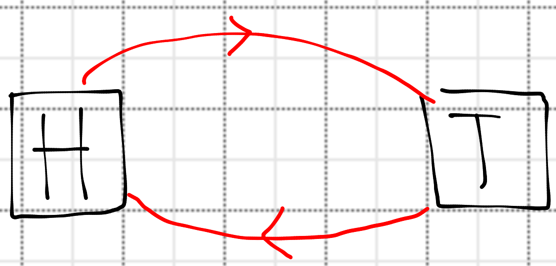
A lei dinâmica mais simples que podemos conceber para o nosso sistema composto por apenas uma moeda é a seguinte: qualquer que seja o estado no qual o sistema se encontra num dado instante, tal será o estado no instante seguinte. Assim, há duas possíveis histórias para nosso sistema dinâmico:

1) H H H ... H ...

2) T T T ... T ...

É conveniente empregar os seguintes diagramas para melhor visualizar a lei dinâmica:

Uma outra possível lei dinâmica é a ilustrada pelo diagrama abaixo



Novamente, há apenas duas possíveis histórias para tal sistema dinâmico:

1) H T H T ... HT ...
2) T H T H ... TH ...

Nosso próximo passo consiste em escrever tais leis dinâmicas como equações. Para tanto precisaremos introduzir um conceito central da física:

Definição 1.3: " As variáveis empregadas na descrição matemática da lei de movimento de um sistema dinâmico são denominadas de graus de liberdade do sistema. "

A nossa moeda possui apenas um grau de liberdade, que representaremos pela letra σ. Há apenas dois valores possíveis para σ:

1) $\sigma = 1 \longrightarrow H$
2) $\sigma = -1 \longrightarrow T$

Naturalmente, por descrever o estado de um sistema dinâmico σ deve ser uma função contínua do tempo (discreto) $n \in \mathbb{Z}$, i.e.,

$\sigma : \mathbb{Z} \xrightarrow{\sigma} \{1,-1\} \in \mathbb{Z}$.

Podemos facilmente escrever as equações para as duas leis de movimento consideradas anteriormente:

(1) $\sigma(n+1) = \sigma(n)$, $\forall n \in \mathbb{Z}$;

(2) $\sigma(n+1) = -\sigma(n)$, $\forall n \in \mathbb{Z}$.

Claramente, em ambos os sistemas dinâmicos considerados basta sabermos seu estado inicial para completamente determinarmos o seu comportamento em qualquer instante futuro. Portanto, tais são exemplos de sistemas determinísticos. Todas as leis básicas da dinâmica clássica são determinísticas.

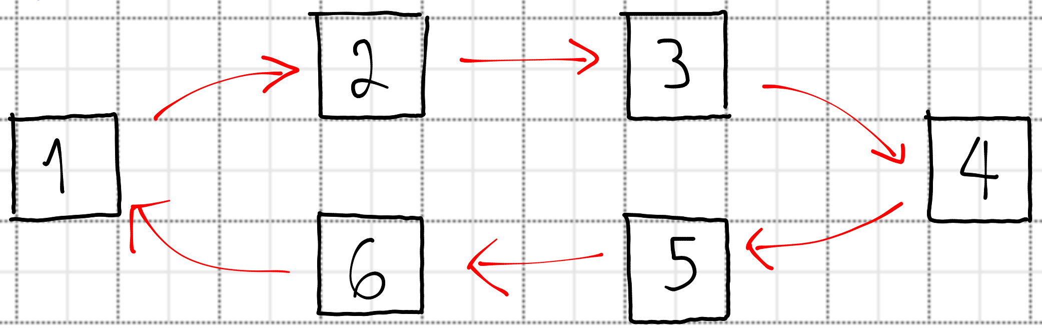
Naturalmente, nada nos impede de considerarmos sistemas dinâmicos com espaços de estados maiores. Muito embora tais não serão necessários para o presente contraponto, exibimos dois exemplos interessantes e ilustrativos de futuras generalizações.

Exemplo 1.4: "

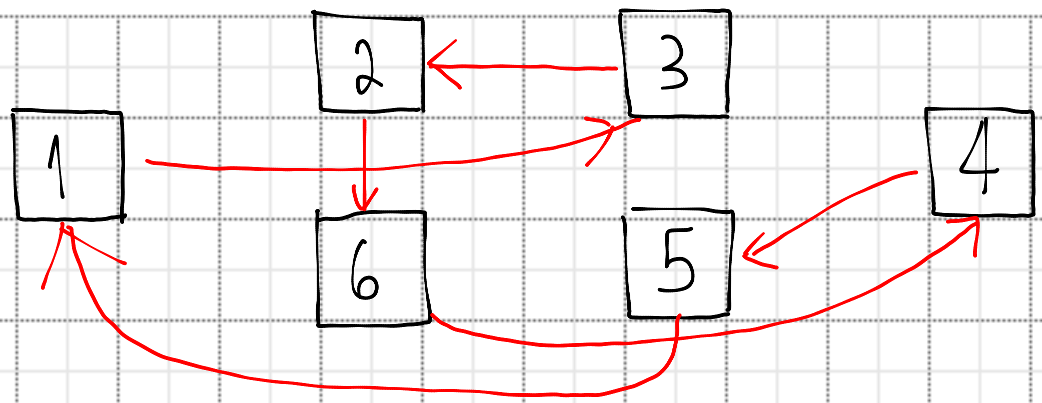
(a) Considere um dado de 6 faces (vulgo d6), neste sistema o espaço de estados é o seguinte conjunto:

$$S = \{1,2,3,4,5,6\}$$

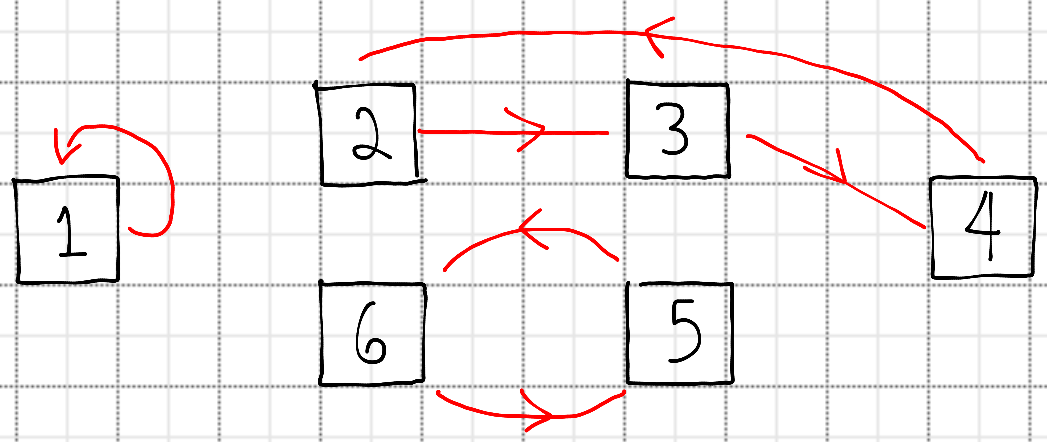
Para concebermos um sistema dinâmico precisamos dotar tal sistema de leis de movimento. Alguns exemplos são os seguintes:

(i) 

(ii)



(iii)



(b) Considere um sistema cujo espaço de estados coincide com os números inteiros, i.e.,

$$S = \mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$$

neste caso há infinitos estados possíveis para o nosso sistema ocupar. Note contudo, que novamente tal sistema é descrito por apenas um grau de liberdade:

$$N : \mathbb{Z} \xrightarrow{\tau} \mathbb{Z}.$$

Alguns exemplos de possíveis leis dinâmicas são:

(i) $N(n+1) = N(n) + 1$,

(ii) $N(n+1) = N(n) - 1$,

(iii) $N(n+1) = N(n) + 2$,

(iv) $N(n+1) = (-1)^{N(n)} N(n)$. //

Exercício 1.5: "(a) Formule equações para as leis dinâmicas do exemplo 1.4 (a).
(b) Demonstre que as leis dinâmicas (i) e (ii) do exemplo 1.4 (a) são equivalentes.
(c) Represente as leis dinâmicas do exemplo 1.4(b) diagramaticamente e verifique se elas são determinísticas."

Regras Proibidas

Consideramos agora a seguinte e importantíssima questão:

"Quais são as condições que uma dada lei de movimento deve satisfazer para poder representar a evolução temporal de um sistema físico clássico?"

Vimos anteriormente que um de tais requisitos é que a lei seja determinística. No entanto, como veremos a seguir não basta que tal lei seja determinística, ela também precisa ser reversível.

Há várias formas de se descrever fisicamente o conceito de reversibilidade de uma lei dinâmica. A maneira mais concisa (e também mais fácil de se visualizar) consiste em verificar se ao invertermos o sentido das setas no diagrama que representa a lei em questão obtemos um diagrama que também representa uma lei determinística. Posto de uma forma matematicamente mais precisa, reversibilidade da lei dinâmica, corresponde à sua injetividade.

Uma maneira conveniente de expressar o requerimento do determinismo e da reversibilidade é o seguinte.

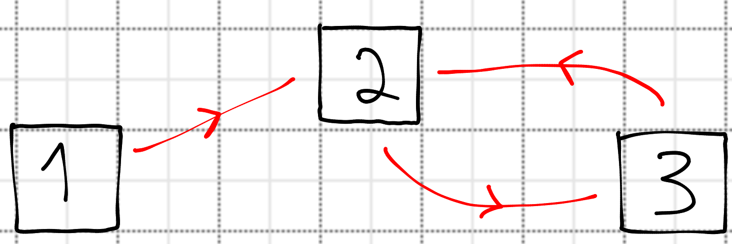
"As leis da mecânica clássica devem ser determinísticas tanto para o futuro quanto para o passado."

No próximo exemplo exibimos uma lei dinâmica que é determinística, porém não é reversível.

Exemplo 1.6: "Considere um sistema de três estados com o seguinte espaço de estados:

$$S = \{1, 2, 3\}$$

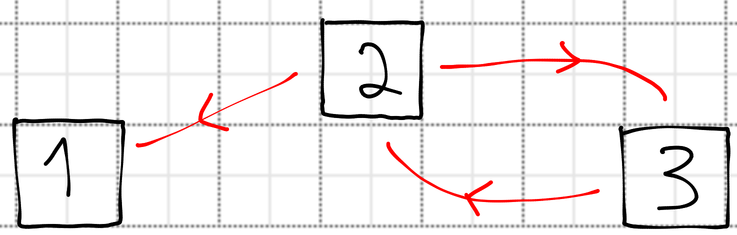
e dotado de uma lei dinâmica representada pelo seguinte diagrama:



Tal lei é claramente determinística, posto que o futuro é univocamente determinado pelo passado, i.e.,

$$\sigma(n) = 1 \Rightarrow \sigma(n+1) = 2 \Rightarrow \sigma(n+2) = 3 \Rightarrow \sigma(n+3) = 2$$

Entretanto se invertermos a orientação das setas:



verificamos que o estado 2 possui dois futuros possíveis. Consequentemente o novo diagrama não é determinístico!

Outra forma de ver a situação absurda que tal lei dinâmica propõem é a seguinte: Suponha que em um dado instante n o sistema se encontre no estado 2, em que estado estava o sistema no instante $n-1$? O sistema poderia estar tanto no estado 1 quanto no estado 3 e nós somos incapazes de responder a esta pergunta. Uma outra patologia desta regra dinâmica é que não existe nenhum estado que leve ao estado 1, ou seja, o estado 1 não possui passado."

A lei dinâmica exibida no exemplo 1.6 é um exemplo de uma lei dinâmica irreversível. Tais leis são proibidas pelos princípios da mecânica clássica!

Exercício 1.7: "Determine se as leis dinâmicas consideradas no exemplo 1.4 são reversíveis. Se dotarmos o sistema correspondendo ao d6 do exemplo 1.4 (b) da seguinte lei dinâmica

$$N(n+1) = [N(n)]^2, \quad \forall n \in \mathbb{Z},$$

teremos um sistema classicamente viável? Por que?"

O requerimento de que a lei dinâmica seja reversível e determinística é tão central à mecânica clássica que muitas vezes nem sequer é mencionado. Entretanto, é impossível superestimar a sua importância, visto que é equivalente à conservação da informação. É importante, contudo ter em mente que a conservação da informação não é uma lei de conservação usual.

Ciclos e Leis de Conservação

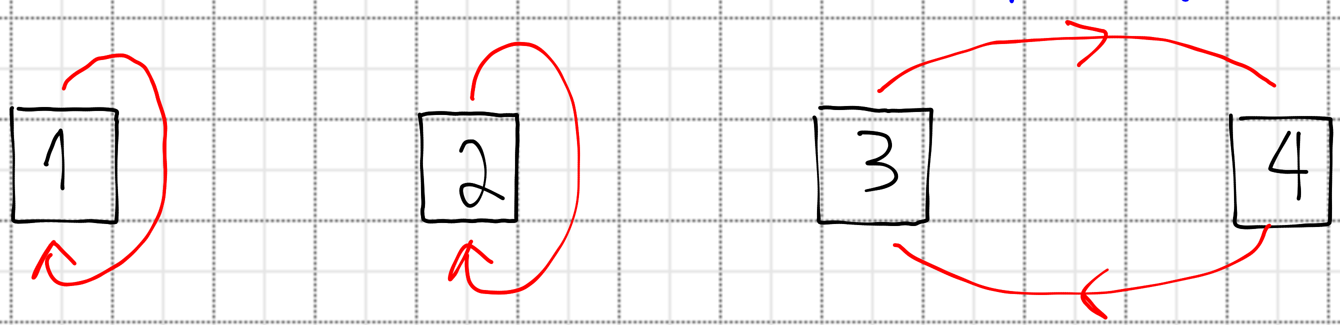
Quando o espaço de estados é separado em ciclos distintos pela lei dinâmica do sistema físico considerado, o sistema permanece indefinidamente naquele ciclo. Considere, por exemplo, um sistema com quatro estados:

$$S = \{1, 2, 3, 4\},$$

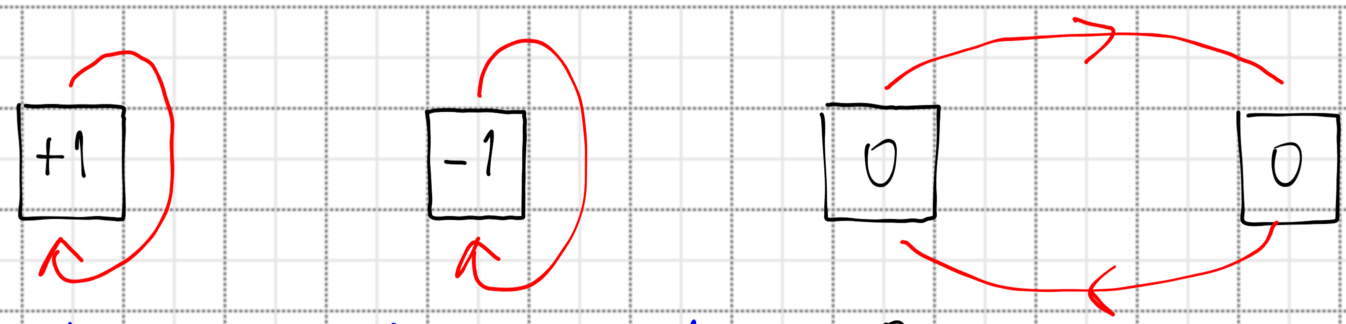
descrito por apenas um grau de liberdade,

$$\sigma : \mathbb{Z} \xrightarrow{t} S$$

cuja lei dinâmica possa ser representada pelo seguinte diagrama:



Sempre que alguma lei dinâmica dividir o espaço de estados em ciclos disjuntos, surge uma memória no sistema sobre em que ciclo ele se iniciou. Tal memória é denominada uma lei de conservação, que nos diz que alguma característica do sistema permanece inalterada durante a sua evolução temporal. Para precisar matematicamente o significado de uma lei de conservação introduzimos uma quantidade que denotamos por Q, à qual atribuimos os valores $Q = \pm 1$, $Q = 0$, dependendo de qual ciclo consideramos:



Independente de qual seja o valor de Q ele permanece o mesmo para qualquer instante de tempo, pois a lei dinâmica não permite passarmos de um ciclo para outro. Conseqüentemente, a quantidade Q é conservada.

Precisão Finita - Caos

Laplace foi provavelmente demasiadamente otimista quanto à predictabilidade do universo, mesmo no contexto clássico. Certamente, ele teria concordado que para podermos prever o futuro tanto um conhecimento preciso das leis de movimento, quanto um imenso poder computacional seriam necessários. Entretanto, há um fator que ele provavelmente subestimou: a nossa habilidade de saber as condições iniciais do sistema com precisão arbitrária.

De fato, o espaço de estados da vasta maioria de sistemas físicos contêm uma quantidade não-enumerável (um infinito não-contável) de estados ou pontos. Em outras palavras precisamos parametrizar nossos graus de liberdade por números reais, i.e.,

$$\sigma : D \subseteq \mathbb{R} \xrightarrow{\mathcal{C}} \tilde{D} \subseteq \mathbb{R}, \quad \sigma : t \longmapsto \sigma(t) \in \mathbb{R}$$

Como o conjunto dos números reais é denso, ou seja,

$$\forall a, b \in \mathbb{R} \mid a < b \,,\ \exists c \in (a, b)$$

Propriedade que podemos parafrasear da seguinte forma: para cada número real existem infinitos outros números reais arbitrariamente próximos.

A habilidade de distinguir entre dois valores reais arbitrariamente próximos é denominada resolução de um experimento. Claramente tal habilidade de qualquer observador é limitada. Conseqüentemente, não podemos determinar as condições iniciais de um sistema qualquer com precisão arbitrária (infinita). Na maioria dos casos, mesmo as mais insignificantes diferenças nas condições iniciais produzem diferenças consideráveis nos estados futuros de tal sistema. Este fenômeno é conhecido como caos.

Se um sistema for caótico, e a maioria dos sistemas interessantes é, então por melhor que seja a resolução, o período no qual o sistema é previsível é limitado. Previsibilidade perfeita é uma utopia, simplesmente porque a nossa resolução é limitada.

1.6 - O Experimento de Stern-Gerlach

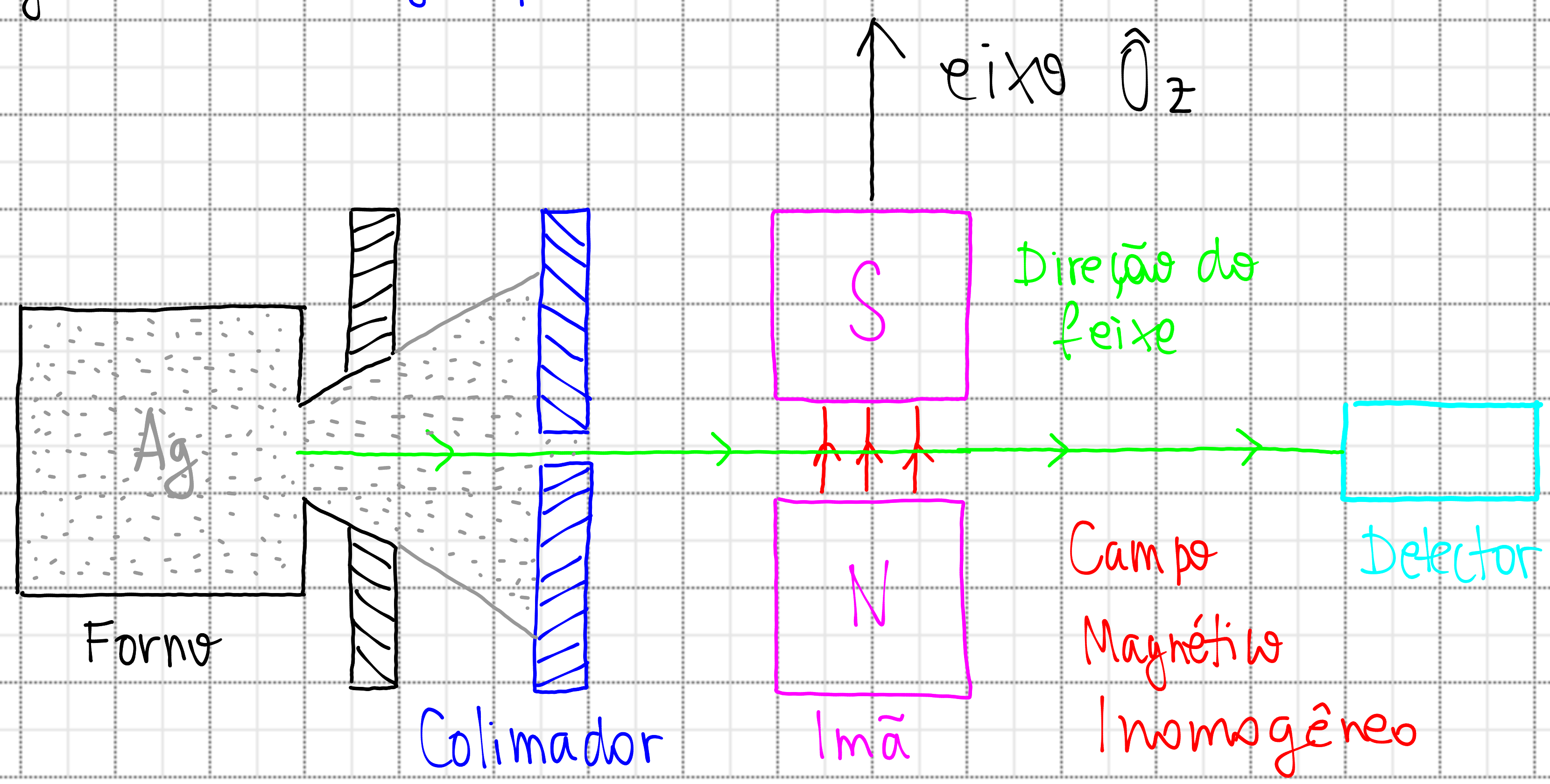
Estudamos na seção anterior a descrição de um sistema clássico de 2 níveis (estados): a moeda que ora exibia sua cara (H) e ora sua coroa (T). Sua descrição envolveu a introdução de um grau de liberdade

$$\sigma \in \{-1, +1\} \mid \quad H \rightarrow \sigma = +1 \,,\ T \rightarrow \sigma = -1 .$$

Classicamente, essa era toda a informação necessária para descrevermos completamente o espaço de estados. O sistema ou estava no estado $\sigma=+1$ ou no estado $\sigma=-1$. Não existindo nenhum estado intermediário!

Antes de considerarmos a contraparte quântica de um sistema de dois níveis, o qubit, precisamos expor mais uma das inúmeras hipóteses implícitas usualmente feitas no tratamento clássico. Qualquer experimento não envolve apenas o sistema a ser estudado. Ele também envolve necessariamente um aparato experimental A que utilizamos para realizar as medições e anotar os resultados. No exemplo clássico da moeda, o aparato necessário era tão trivial quanto um par de olhos, uma caneta e uma folha de papel. Já no caso quântico a situação é bem mais complicada. No que se segue apresentamos uma descrição sucinta do experimento de Stern-Gerlach.

Figura 1.8: "Arranjo experimental de Stern-Gerlach:"



Inicialmente, átomos de prata (Ag) são aquecidos em um forno, que possui um pequeno orifício pelo qual alguns átomos podem escapar. O feixe então passa por um colimador e é em seguida sujeito a um campo magnético inomogêneo produzido por um par de imãs. Vide o esquema experimental da página anterior.

O átomo de prata é constituído por um núcleo e 47 elétrons. Destes, 46 podem ser visualizados como formando uma nuvem eletrônica esfericamente simétrica com momento angular total nulo. Se ignorarmos o spin nuclear, que é irrelevante para nossa discussão, o momento angular total do átomo de prata é unicamente devido ao spin (momento angular intrínseco) do 47º elétron (5s). Os 47 elétrons estão ligados ao núcleo que é $\sim 2.10^5$ vezes mais pesado do que um único elétron. Conseqüentemente, o átomo como um todo possui um momento magnético total igual ao momento magnético do spin do 47º elétron. Em outras palavras, o momento magnético do átomo μ é proporcional ao spin S do 47º elétron:

$$\mu = \frac{e}{cm_e} S$$

com $e < 0$.

Posto que a energia potencial de interação entre o momento magnético e o campo magnético é simplesmente:

$$U = -\mu \cdot \mathbb{B},$$

a componente z da força sentida pelo átomo de prata é:

$$F_z = \partial_z(\mu \cdot \mathbb{B}) \simeq \mu_z \partial_z B_z,$$

onde ignoramos as demais componentes de $\mathbb{B}$. Dado que o átomo como um todo é significativamente pesado, podemos legitimamente aplicar o conceito clássico de trajetória. Posteriormente, com o auxílio do princípio da incerteza de Heisenberg justificaremos tal hipótese.

Considerando o arranjo experimental descrito na figura 1.8 temos que

$$S_z < 0 \Rightarrow \mu_z > 0 \Rightarrow F_z < 0 \longrightarrow \text{Força para baixo}$$

$$S_z > 0 \Rightarrow \mu_z < 0 \Rightarrow F_z > 0 \longrightarrow \text{Força para cima}$$

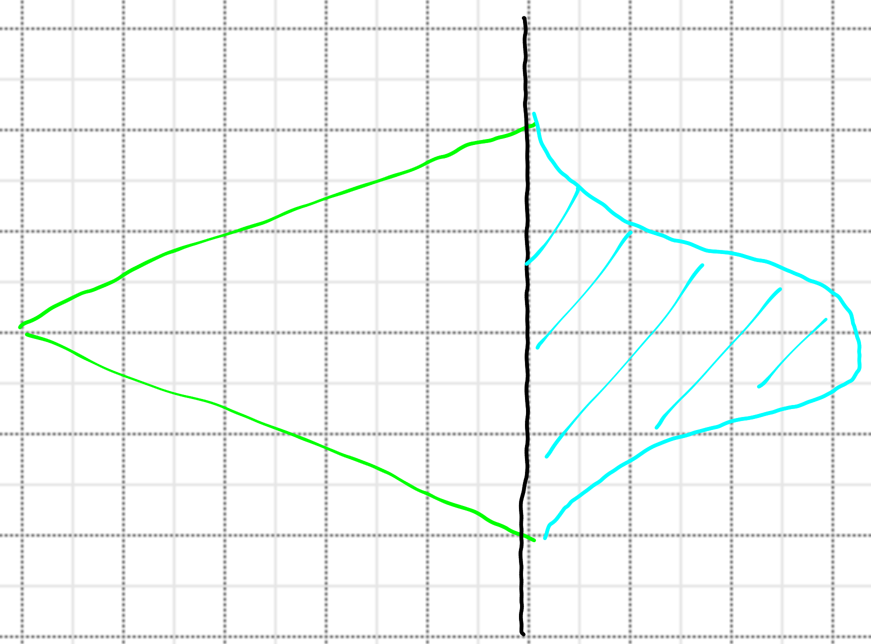
pois devido ao arranjo experimental temos que $\partial_z B_z < 0$. Portanto, o feixe será dividido de acordo com os valores de μ_z. Em outras palavras o aparato de Stern-Gerlach (SG) mede a componente z do momento magnético μ, ou, equivalentemente, a componente z do spin $\mathbb{S}$ do 47º elétron a menos de um fator de proporcionalidade.

Os átomos no forno estão orientados aleatoriamente, não havendo, pois, uma direção preferencial para o momento magnético μ do átomo. Se o elétron se comportasse como uma partícula clássica girando, esperaríamos que

$$-\|\mu\| \leqslant \mu_z \leqslant \|\mu\| \Rightarrow -\|\mathbb{S}\| \leqslant S_z \leqslant \|S_z\|$$

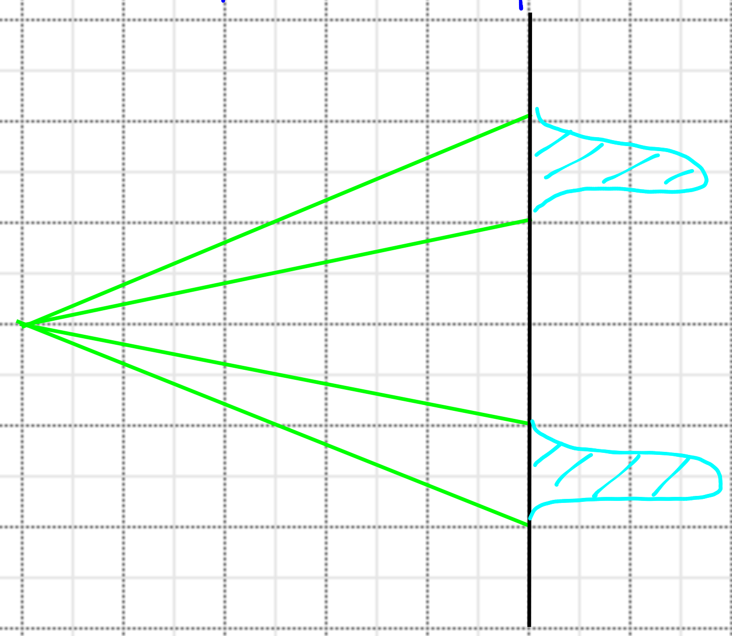
de forma a termos uma distribuição contínua de feixes saindo do aparato SG, cuja visualização experimental seria:

Figura 1.9: "Visualização experimental de um aparato SG esperada pela mecânica clássica."



Contudo na prática o resultado obtido é como o da figura 1.10:

Figura 1.10: "Resultado experimental de um experimento de SG."



Assim o aparato SG divide o feixe de átomos de prata em duas componentes distintas, um fenômeno denominado "quantização espacial" no início da MQ. Desconsiderando o fator de proporcionalidade entre μ e S, existem somente dois possíveis valores observáveis para a componente z do spin do elétron, S_z, que denominamos spin para cima (S_z+) e spin para baixo (S_z-). Numericamente, os dois valores possíveis de S_z são múltiplos de uma unidade fundamental de momento angular:

$$\hbar = 1{,}054571726(47) \cdot 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}$$
$$= 6{,}58211928(15) \cdot 10^{-16}\ \text{eV} \cdot \text{s}$$

da seguinte forma:

$S_z = \hbar/2 \longrightarrow$ spin para cima

$S_z = -\hbar/2 \longrightarrow$ spin para baixo.

Tal quantização do (momento angular de) spin do elétron é a primeira consequência importante que deduzimos do experimento de SG. Ela nos permite considerar o spin (do elétron) como um sistema de dois níveis quântico. Com isso definimos o sistema que desejamos estudar. Na próxima aula continuaremos a explorar consequências importantes do experimento de SG, que nos permitirão compreender melhor o funcionamento da MQ.