

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA

| |
|-----------|
| |
| Professor |

4323201 FÍSICA EXPERIMENTAL A

Equipe: 1. Função: Turma:
 2. Função: Data:
 3. Função: Mesa n°:

EXP 4 - VISCOSIDADE

Guia de trabalho

Prazo: **Fim da aula**

| |
|-----------|
| VISTO |
| nos dados |
| |

1 Introdução

Como fundamentos teóricos, vocês deverão estar a par do conteúdo da Apostila de Experimentos relacionado com este experimento. Vocês poderão encontrar material adicional nas referências daquele capítulo e em seu livro texto. Os conceitos físicos envolvidos aqui são: tensão de cisalhamento, fluidos reais, viscosidade absoluta (dinâmica), viscosidade cinemática, número de Reynolds e regimes laminar e turbulento de escoamento de fluidos. A equação diferencial (5) da sua apostila de experimentos resulta da aplicação da 2ª lei de Newton a uma esfera de aço em queda em um fluido real, sob a ação da gravidade, sobre a qual age então a força peso da esfera $P_{\text{esf}} = \rho_{\text{esf}}Vg$, o empuxo $E = -\rho_{\text{flu}}Vg$, e a força de atrito viscoso que, no regime laminar, segundo a *lei de Stokes*, vale $F_{\text{visc}} = -6\pi\eta rv$. Nestas expressões, escrevemos os termos de massa como $m = \rho V$, onde V é o volume da esfera e ρ uma densidade (ρ_{flu} = densidade do fluido e ρ_{esf} = densidade das esferas de aço), $g = 9,7864 \text{ m/s}^2$ é a aceleração gravitacional local, η a viscosidade absoluta do fluido na temperatura do experimento, r o raio da esfera, e v sua velocidade em relação ao fluido (que será a velocidade em relação ao laboratório ao considerarmos o fluido em repouso em relação a este). Assim, temos

$$\rho_{\text{esf}}V \frac{dv}{dt} = \rho_{\text{esf}}Vg - \rho_{\text{flu}}Vg - 6\pi\eta rv, \quad (1.1)$$

que é uma equação diferencial linear, de primeira ordem para a função $v(t)$, do tipo

$$\frac{dv}{dt} + av = b \quad (1.2)$$

onde a e b são constantes positivas (pois $|P_{\text{esf}}| > |E|$). Para o que nos interessa, não é necessário resolver a equação acima. Basta observar que, para a condição inicial $v(t=0) = 0$ (partida do repouso), v cresce a partir de zero até chegar assintoticamente a um valor máximo $v_{\text{lim } \infty}$ (valor limite) para o qual a aceleração dv/dt se anula. Temos então

$$v_{\text{lim } \infty} = \frac{b}{a} = \left[\frac{2g}{9\eta} (\rho_{\text{esf}} - \rho_{\text{flu}}) \right] r^2 = kr^2 \quad (1.3)$$

onde o termo entre colchetes é uma constante k , mostrando que a velocidade limite é proporcional a r^2 no regime laminar. Vocês deverão determinar k graficamente para, em seguida, calcular a viscosidade absoluta η :

$$\eta = \frac{2g}{9k} (\rho_{\text{esf}} - \rho_{\text{flu}}) \quad (1.4)$$

A proximidade das paredes do tubo onde está o óleo exige que as camadas de fluido junto a elas sejam perfeitamente cilíndricas, uma condição que só seria atingida muito longe da esfera, se esta estivesse em um meio infinito. Assim, a presença das paredes faz surgir uma força de arraste extra, cujo efeito é diminuir a velocidade $v_{\text{lim } \infty}$ até um valor que chamaremos de $v_{\text{lim } D}$, onde D é o diâmetro do tubo. Essa velocidade será corrigida mais adiante.

Q1) Utilizem a lei de Stokes e determinem as unidades de η no sistema CGS. Essa unidade é denominada poise, p . Viscosidades absolutas típicas são medidas em centipoises, $10^{-2} p$ (ou cp).

Por razões práticas, define-se a **viscosidade cinemática** ν como a viscosidade absoluta dividida pela densidade do fluido,

$$\nu = \frac{\eta}{\rho_{\text{flu}}}. \quad (1.5)$$

Q2) Utilizem a resposta à questão anterior e determinem as unidades de ν no sistema CGS. Essa unidade é denominada Stokes, St . Viscosidades cinemáticas típicas são medidas em centistokes, $10^{-2} St$ (ou cSt).

2 Preparação

Observem o arranjo experimental. Utilizarão um lubrificante de automóvel como fluido viscoso. Ajustem o prumo do tubo de óleo e discutam com o professor em qual trecho as esferas estarão em MRU (façam um teste se necessário). Ajustem dois marcadores (anéis de plástico) em alturas convenientes, determinando assim o início e o término do trecho de MRU que estudarão. EXISTE UM COMPROMISSO ENTRE NÃO TOMAR ESSE TRECHO MUITO NO INÍCIO (POIS AINDA NÃO SERÁ EM MRU) E NEM MUITO NO FIM (ONDE PODERÁ FICAR MUITO CURTO).

3 Medida da distância percorrida e dos diâmetros das esferas

Meçam o intervalo de queda escolhido, Δh , com uma trena. Vocês receberam uma caixa de plástico contendo esferas de mesmo tamanho, identificadas por um número de 1 a 8. CADA GRUPO RECEBEU UM CONJUNTO DIFERENTE DE ESFERAS E SERÁ RESPONSÁVEL POR TODAS AS MEDIDAS E OS CÁLCULOS RELACIONADOS COM AQUELE TIPO DE ESFERA. No final da aula, vocês compartilharão seus resultados com os outros grupos de maneira a obter um grande conjunto de dados sem a necessidade de cada grupo fazer todas as medidas e cálculos. Portanto, realizem tudo seriamente, já que cada grupo dependerá dos outros. TOMEM QUATRO ESFERAS DAQUELE TIPO QUE RECEBERAM, meçam seus diâmetros d com um micrômetro, e registrem os resultados na coluna correspondente. MANTENHAM SEPARADAS AS ESFERAS MEDIDAS num outro compartimento, pois elas serão lançadas no tubo com óleo. Em seguida, calculem a média dos 4 valores, o desvio padrão das medidas, o desvio padrão do valor médio, e o desvio total que leva em conta as outras fontes de erro (instrumento, operador, método de medida, ...), conforme deverá ser discutido com o professor. A partir daí, calculem as outras grandezas ($r = \frac{d}{2}$ e r^2) e **comunique os dados ao professor** que os colocará numa planilha.

$$\Delta h = \quad \pm \quad \text{cm}$$

| Tabela dos diâmetros d das esferas (em mm) | | | | | | | | |
|----------------------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Esfera→ | #1 | #2 | #3 | #4 | #5 | #6 | #7 | #8 |
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| \bar{d} (mm) | | | | | | | | |
| σ_d (mm) | | | | | | | | |
| $\sigma_{\bar{d}}$ (mm) | | | | | | | | |
| $\sigma_{T_{\bar{d}}}$ (mm) | | | | | | | | |
| \bar{r} (mm) | | | | | | | | |
| $\sigma_{T_{\bar{r}}}$ (mm) | | | | | | | | |
| \bar{r}^2 (mm ²) | | | | | | | | |
| $\sigma_{T_{\bar{r}^2}}$ (mm ²) | | | | | | | | |

Q3) Detalhem abaixo as fórmulas que foram usadas para calcular os desvios de cada uma das grandezas da tabela acima.

Determinem com um paquímetro o diâmetro médio \overline{D} do tubo de óleo, para que possam corrigir $v_{\text{lim } D}$ e obter mais tarde $v_{\text{lim } \infty}$.

| | D (mm) |
|----------------------------------------------|----------|
| 1 | |
| 2 | |
| 3 | |
| \overline{D} | |
| σ_D | |
| $\sigma_{\overline{D}}$ | |
| $\sigma_{T_{\overline{D}}}$ | |
| $\overline{D} \pm \sigma_{T_{\overline{D}}}$ | \pm |

4 Medida dos tempos de queda Δt durante o percurso Δh

Realizem alguns testes de lançamento com as esferas que não foram medidas, de maneira a estimar o tempo que elas levarão para percorrer a distância Δh escolhida, assim como para avaliar seus reflexos e a estratégia a ser usada (cuidado com erros de paralaxe e o tempo de reação para acionar o cronômetro). Utilizem um copinho de plástico disponível para embeber as esferas em óleo, de tal maneira que estas já entrem “molhadas” no fluido e não gerem bolhas de ar. Quando estiverem prontos, meçam a temperatura inicial do óleo (a viscosidade depende fortemente da temperatura) e comecem a cronometrar os tempos de queda no tubo para as quatro esferas que foram separadas das outras. Em seguida, meçam a temperatura final do óleo, preencham a tabela, calculem as incertezas e **comunique todos esses dados ao professor**.

$$T_{\text{inicial}} = \quad \pm \quad {}^{\circ}\text{C}$$

| Tabela de valores de Δt (em s) | | | | | | | | |
|----------------------------------------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Esfera→ | #1 | #2 | #3 | #4 | #5 | #6 | #7 | #8 |
| 1 | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | |
| $\overline{\Delta t}$ (s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{\Delta t}$ (s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{\overline{\Delta t}}$ (s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{T_{\overline{\Delta t}}}$ (s) | | | | | | | | |
| $\overline{\Delta t} \pm \sigma_{T_{\overline{\Delta t}}}$ (s) | ± | ± | ± | ± | ± | ± | ± | ± |

$$T_{\text{final}} = \quad \pm \quad {}^{\circ}\text{C}$$

Calculam a temperatura média, que será considerada como a temperatura em que trabalhou:

$$T_{\text{média}} = \quad \pm \quad {}^{\circ}\text{C}$$

5 Cálculo das velocidades e correções

Calculam a velocidade limite $v_{\text{lim } D}$ e corrijam o valor com as expressões abaixo para encontrar $v_{\text{lim } \infty}$ e descontar a influência do diâmetro finito do tubo em que está o óleo.

$$v_{\text{lim } D} = \frac{\Delta h}{\Delta t}, \text{ (usar CGS)}$$

$$x = \frac{9r}{2D}, \text{ (Usar r e D na mesma unidade)}$$

$$f = 1 + x + x^2,$$

$$v_{\text{lim } \infty} = v_{\text{lim } D} \times f.$$

Considerem x e f sem desvio, o que simplificará muito o cálculo dos desvios.

| Tabela de velocidades e de correções. | | | | | | | | |
|------------------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Esfera→ | #1 | #2 | #3 | #4 | #5 | #6 | #7 | #8 |
| $v_{\text{lim } D}$ (cm/s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{v_{\text{lim } D}}$ (cm/s) | | | | | | | | |
| x (adim.) | | | | | | | | |
| f (adim.) | | | | | | | | |
| $v_{\text{lim } \infty}$ (cm/s) | | | | | | | | |
| $\sigma_{v_{\text{lim } \infty}}$ (cm/s) | | | | | | | | |

Determinem a massa específica ("densidade") do óleo com o densímetro de mergulho disponível no laboratório.

$$\rho_{\text{flu}} = \quad \pm \quad g/cm^3$$

6 Análise gráfica, η , e número de Reynolds, \mathcal{R}

De posse de todos os dados e cálculos de incerteza dos outros grupos, discutam com o professor a estratégia correta para fazer o gráfico de $v_{\text{lim}\infty}$ em função de r^2 (cuidado com as unidades), identificar a região de validade da lei de Stokes e eventualmente visualizar a saída do regime laminar. Observem que estamos pressupondo a dependência com o quadrado do raio, para que seja possível extrair o valor da viscosidade a partir do coeficiente angular que deve ser obtido levando em conta as observações acima. O gráfico deverá ser feito por uma equipe contendo um membro de cada grupo. Respondam às perguntas abaixo e anexem ao relatório uma cópia do gráfico e da planilha com todos os dados.

Q4) Apresentem aqui o coeficiente angular obtido pelo gráfico e seu desvio. Calculem a partir deles a viscosidade absoluta e cinemática, assim como seus respectivos desvios. Apresentem seus cálculos, utilizando $\rho_{\text{esf}} = 7.85g/cm^3$ (sem desvio). Comparem o seu valor de ν com os valores da tabela da apostila (talvez precisem fazer uma interpolação).

Calculem agora o número de Reynolds $\mathcal{R} = \frac{2vr}{\nu}$ para seu conjunto de esferas, utilizando os valores da velocidade terminal $v_{\text{lim}D}$ e lembrando que $\mathcal{R} > 1$ representa a saída do regime laminar neste caso.

| Tabela dos números de Reynolds (adim.) | | | | | | | | |
|----------------------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Esfera→ | #1 | #2 | #3 | #4 | #5 | #6 | #7 | #8 |
| \mathcal{R} | | | | | | | | |

Q5) *Discutam aqui quais esferas estão mais afastadas do regime laminar e verifiquem se o gráfico apresenta indícios que comprovem sua discussão. Expliquem o que vocês podem concluir, o que deu eventualmente errado, por quê, e como melhorar o experimento.*