

**Experiência**

**2**

PTC-2440

---

LABORATÓRIO DE ANTENAS E MICROONDAS

# Medidas em Varredura de Frequência

LABORATÓRIO DE ANTENAS E MICROONDAS

# Medidas em Varredora de Frequência

---

© Luiz Cezar Trintinalia  
Depto. de Telecomunicações e Controle  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
2013

---

# Índice

<b>Objetivos</b> .....	<b>2</b>
<b>Teoria</b> .....	<b>2</b>
<b>O analisador de espectro como analisador escalar em varredura</b> .....	<b>2</b>
<b>Perda de inserção</b> .....	<b>4</b>
<b>Acopladores Direcionais</b> .....	<b>5</b>
Principais parâmetros de um acoplador direcional.....	8
Medida de perda de retorno.....	9
<b>Linha de Transmissão como Ressonador</b> .....	<b>11</b>
Impedância de entrada de uma linha sem perdas carregada.....	11
Ressonador coaxial.....	13
Considerações sobre perdas ôhmicas.....	14
Acoplamento de carga.....	15
Acoplamento com o gerador.....	16
Seletividade.....	16
Rendimento e perda de inserção.....	16
Medida do Q0 de um ressonador coaxial pelo método da reflexão.....	18
Medida da curva de transferência do filtro.....	21
<b>Parte Experimental</b> .....	<b>23</b>
<b>Material Utilizado</b> .....	<b>23</b>
<b>Medidas de perda de inserção</b> .....	<b>23</b>
<b>Medidas de perda de retorno</b> .....	<b>25</b>
<b>Ressonador Coaxial</b> .....	<b>26</b>
<b>Apêndice A - Fator de qualidade devido à perda na linha</b> .....	<b>26</b>
<b>Cálculo de R</b> .....	<b>27</b>
Resistência do condutor externo.....	27
Resistência do condutor interno.....	27
Resistência total.....	28
Cálculo de Q0.....	28
<b>Apêndice B – Fator de qualidade devido à perda no curto-circuito</b> .....	<b>28</b>
<b>Resistência do curto-circuito</b> .....	<b>28</b>
<b>Fator de qualidade QCU devido à perda no curto circuito</b> .....	<b>29</b>

---

# Medidas em Varredura de Frequência

Nesta experiência estudaremos técnicas de medida de varredura em frequência para a determinação de perda de inserção e de perda de retorno.

## Objetivos

- Determinação da perda de retorno através de medidas em varredura de frequência utilizando-se pontes ou acopladores direcionais;
- Determinação da perda de inserção através de medidas em varredura de frequência;
- Determinação experimental do índice de mérito de cavidades ressonantes utilizando as técnicas anteriores.

## Teoria

### O analisador de espectro como analisador escalar em varredura

Como deve ter sido observado na experiência com a linha fendida, a caracterização de uma carga, em termos de impedância ou coeficiente de reflexão foi feita em uma única frequência. Caso seja necessário determinar-se a impedância, ou qualquer outra característica, numa faixa de frequências, como quase sempre é o caso, seria necessário fazer uma medida para cada frequência dessa faixa, reajustando o gerador de RF, refazendo as calibrações, etc. Claramente, esse seria um procedimento extremamente tedioso, demorado e propenso a erros.

Uma forma alternativa a esse procedimento, é a realização das medidas em varredura de frequência, ou seja, medindo-se os parâmetros desejados em toda a faixa de frequência de uma única vez, variando-se a frequência, rapidamente, dentro dessa faixa. Para isso, é necessário que se disponha de um gerador de RF que permita gerar sinais em varredura, ou seja, que permita que sua frequência de operação seja variada continuamente (ou em passos) ao longo de um intervalo de tempo, de forma automática. Esse sinal em varredura irá, então, excitar o dispositivo sob teste e a sua resposta (o parâmetro a ser medido) deverá ser medida, também de forma automática, sincronizada com a varredura do gerador. Essa resposta é registrada na forma de uma curva em função da frequência.

Esse procedimento poderia, por exemplo, ser implementado utilizando-se um gerador de RF que gere sinais em varredura, um diodo detetor (que seria usado para medir a resposta de interesse) e um osciloscópio em modo XY. O sinal de sincronismo da varredura do gerador de RF seria ligado no canal X e a saída do detetor no canal Y. A curva visualizada na tela nos daria a resposta em frequência desejada.

Há, porém, dois problemas principais com esse método:

- o dispositivo utilizado para a medição (diodo detetor) precisaria ter uma banda de operação no mínimo tão larga quanto a faixa de medida e, portanto, estaria sujeito a uma potência de ruído muito alta que poderia inviabilizar a medição de alguns parâmetros de baixa magnitude.
- O sensor utilizado para detetar a resposta, teria que ter uma resposta em frequência absolutamente constante e o gerador teria que gerar um sinal com amplitude rigorosamente constante para que a medida pudesse ser feita com precisão.

Para se resolver o primeira problema, seria necessário que o detetor estivesse acoplado a um filtro de banda estreita, para minimizar o ruído de medida, e que esse filtro pudesse ser sintonizado, de forma sincronizada com o sinal gerado. Lembrando do funcionamento da linha fendida, seria necessário que o toco fosse sintonizado automaticamente à medida que a frequência fosse variada.

Para o segundo problema, como seria muito difícil garantir essa resposta plana em frequência, seria necessário calibrar o sistema para cada frequência e, depois, normalizar a resposta obtida em função dessa calibração.

Um analisador de rede escalar (Scalar Network Analyzer – SNA) resolve esses problemas exatamente dessa forma: ele engloba, num único aparelho, um gerador de RF em varredura e um receptor sintonizado, sincronizado com o primeiro, e permite a normalização da resposta medida em relação a uma calibração. O analisador de espectro, com um “tracking generator”, disponível em nosso laboratório realiza, portanto a mesma função de um SNA.

Para a realização da medida, deve-se escolher a faixa de frequências a ser analisada e a banda do filtro do receptor. Quanto menor a banda desse filtro, menos ruído elétrico terá a medida; porém, um filtro de menor banda tem uma resposta no tempo mais lenta (tempo mais alto para atingir a condição de regime) e, portanto, o tempo de varredura precisará ser maior. A maior parte dos aparelhos atuais ajustam automaticamente o tempo de varredura para o menor valor possível em função da banda do filtro, mas permitem que se escolham manualmente valores maiores ou menores, se desejado.

Para a calibração, é necessário que se utilize um dispositivo de referência, que pode ser um curto circuito e/ou um circuito aberto (para medidas de perda de retorno) ou um trecho de linha casado e sem perdas (para medidas de perda de inserção). O sinal medido durante a calibração é armazenado no aparelho e, durante a medida do dispositivo a ser ensaiado, o sinal medido é normalizado em relação ao sinal de calibração para cada frequência. A tela do aparelho (display) mostra, então, a resposta já normalizada.

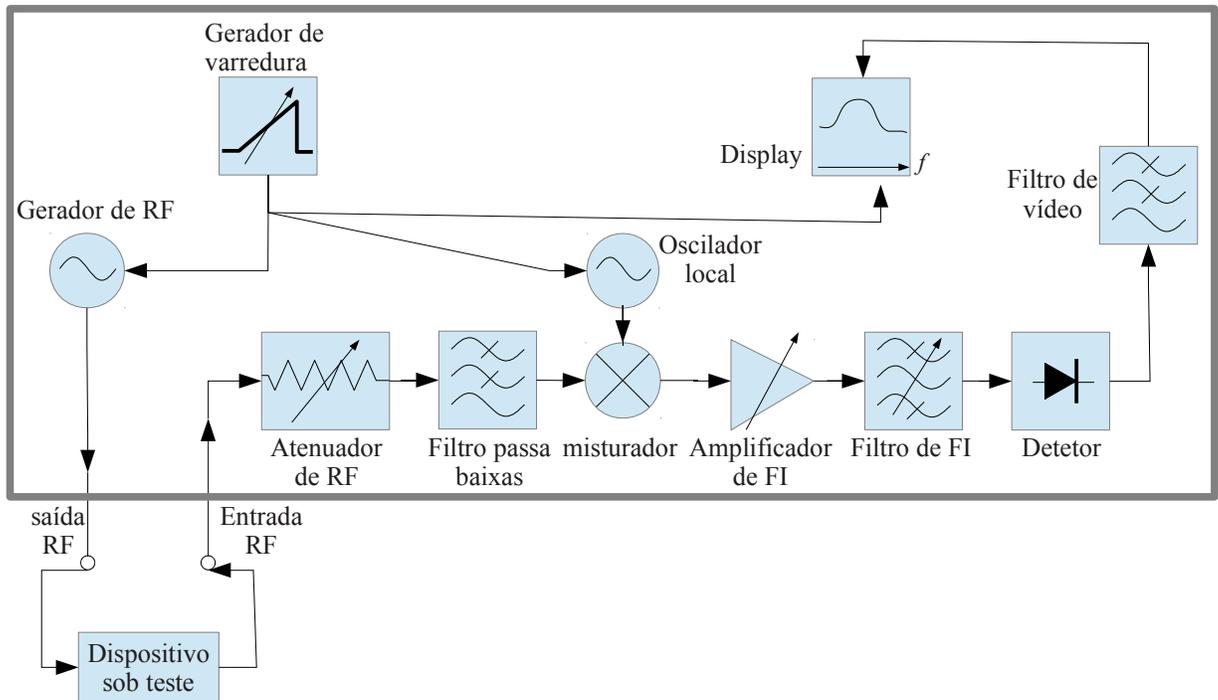


Figura 1: Diagrama de blocos simplificado de um analisador de espectro com "tracking generator".

Referindo-nos à Figura 1, a frequência do gerador de RF (tracking generator) é controlada pelo gerador de varredura, variando entre os valores inicial e final escolhidos pelo usuário. Esse sinal é aplicado ao dispositivo sob teste, e sua resposta é conectada à entrada de RF do analisador. No analisador, esse sinal é aplicado à entrada do misturador que converte a frequência do sinal para a frequência intermediária (FI), pois o oscilador local está sincronizado com o gerador de RF, oscilando sempre numa frequência distante  $f_{FI}$  daquele. O filtro de FI, utilizado para diminuir o nível do ruído, tem uma banda controlável pelo usuário. O sinal na frequência intermediária passa então por um detetor (essencialmente um retificador) que gera um nível de sinal proporcional ao nível do sinal de RF. Esse sinal é então digitalizado e mostrado no display com um nível diferente para cada valor de frequência de varredura.

### Perda de inserção

Perda de inserção é a perda de potência de sinal resultante da inserção de um dispositivo em uma linha de transmissão (ou entre um gerador e uma carga), usualmente expresso em dB. Ou seja, dado um gerador com uma determinada impedância interna e uma potência disponível  $P_1$  e uma carga com uma certa impedância, define-se a perda de inserção de um quadripolo inserido entre o gerador e a carga por

$$IL = 10 \log \frac{P_1}{P_2} \quad (1)$$

sendo  $P_2$  a potência entregue à carga.

Note, portanto, que o valor da perda de inserção depende dos valores da impedância do gerador e da carga podendo, inclusive, ser negativo. Em geral, porém, a perda de inserção de um quadripolo é especificada para uma determinada impedância padrão (50  $\Omega$  por exemplo) e, nesse caso, ela é sempre positiva para quadripolos passivos.

Em termos de parâmetros de espalhamento (parâmetros S) a perda de inserção pode ser definida por

$$IL = -20 \log |S_{21}| \quad (2)$$

No caso específico em que os dois acessos do quadripolo estejam casados, a perda de inserção é denominada atenuação, ou seja, a perda de inserção leva em conta não apenas a atenuação, mas também a perda por reflexão.

Para medir-se a perda de inserção de um quadripolo em relação a uma impedância padrão de 50  $\Omega$ , em varredura de frequência, procede-se da seguinte forma:

- Escolhe-se a faixa de frequência da varredura.
- Ajusta-se o analisador, com o tracking generator, para a faixa escolhida e conecta-se o quadripolo ao analisador utilizando cabos de 50  $\Omega$ , de baixas perdas e com conectores apropriados;
- Se o sinal medido estiver muito ruidoso em alguma faixa de frequência, devido a alta perda de inserção, deve-se tentar diminuir a banda de FI, diminuir a atenuação de RF ou fazer médias de várias varreduras (se o analisador tiver esse recurso).
- Desconecta-se o quadripolo e conecta-se os cabos diretamente entre si (perda de inserção de 0 dB) efetuando-se o procedimento de calibração do analisador.
- Reconecta-se o quadripolo e observa-se a curva de perda de inserção (ou salva-se os dados).
- Note-se que se algum parâmetro do analisador for modificado (banda de FI, faixa de frequência, média, etc) a calibração deve ser refeita.

### **Acopladores Direcionais**

Um acoplador direcional ideal é um dispositivo de 4 portas, como mostrado na Figura 2, com as seguintes propriedades:

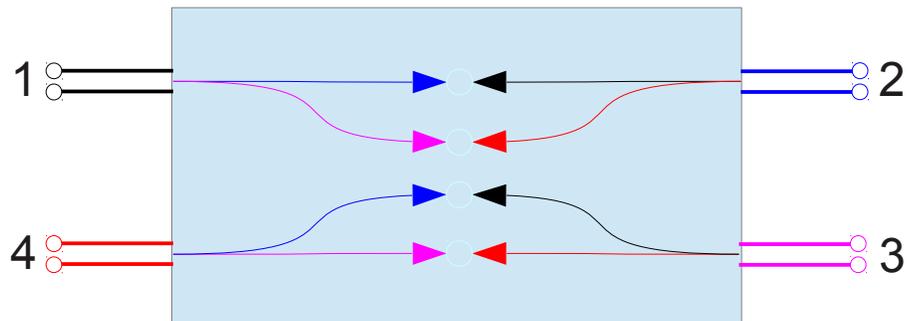


Figura 2: Acoplador Direcional.

- Uma onda incidente na porta 1 acopla potências nas portas 2 e 3, mas não na porta 4.
- Uma onda incidente na porta 4 acopla potência nas portas 2 e 3, mas não na porta 1.
- Uma onda incidente na porta 2 acopla potência nas portas 1 e 4, mas não na porta 3.
- Uma onda incidente na porta 3 acopla potência nas portas 1 e 4, mas não na porta 2.
- As quatro portas são casadas, isto é, se três portas forem terminadas com cargas casadas, a quarta porta aparece como se estivesse terminada por uma carga casada e uma onda incidente nessa porta não sofrerá reflexão.

Assim, as portas 1 e 4 são desacopladas, assim como as portas 2 e 3.

Acopladores direcionais são ferramentas largamente utilizadas em circuitos de RF para isolar, separar ou combinar sinais. Algumas aplicações mais comuns são:

- monitoramento de potência;
- controle de nível de potência;
- isolamento de fontes de sinais;
- medidas de coeficiente de reflexão e transmissão em varredura.

Um exemplo de sua aplicação no monitoramento de potência de um sistema de radar está mostrado na Figura 3. Como a onda refletida pela antena, se existir, não acopla na porta 3, o detector monitora apenas a potência de saída do transmissor.

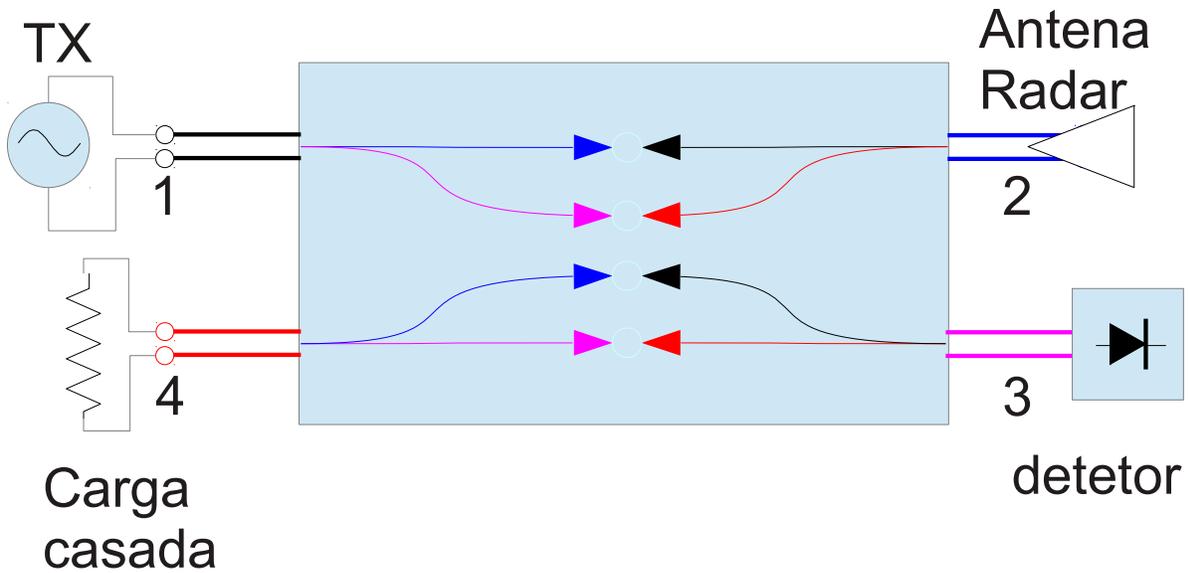


Figura 3: Exemplo de aplicação de acoplador direcional no monitoramento de potência.

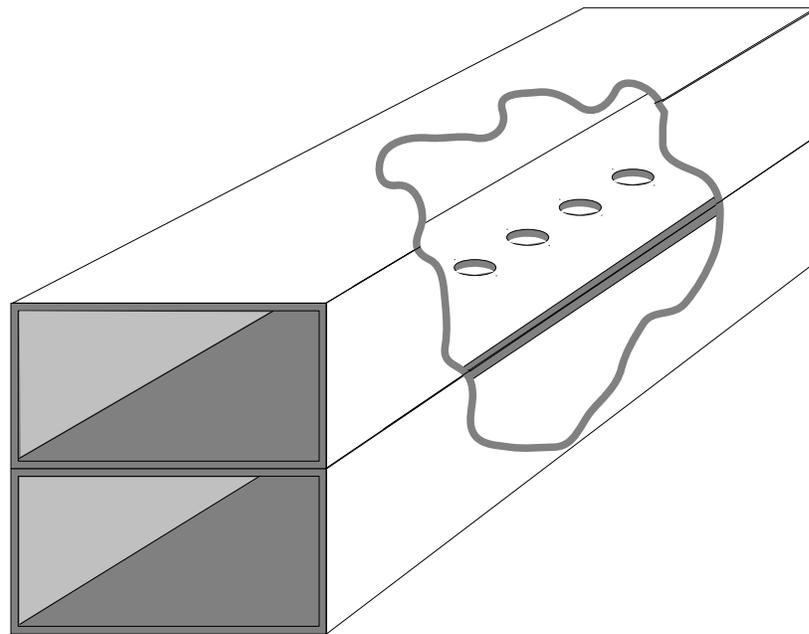


Figura 4: Acoplador direcional em guia de onda.

Na faixa de micro-ondas, o acoplador direcional usual consiste de dois guias de onda com aberturas de acoplamento convenientemente localizadas na parede comum, como mostrado na Figura 4. Detalhes sobre o projeto desse tipo de acoplador (acoplador Bethe-hole) podem ser

encontrados em [1, p. 416–27], e ele será utilizado nas experiências de micro-ondas. Outra forma de implementação é em micro-strip ou strip-line. Detalhes desses tipos de implementação podem ser encontrados, por exemplo, em [1, p. 427–34].

Em algumas implementações, a porta 4 do acoplador é internamente terminada com uma carga casada, havendo, assim, apenas 3 portas externas. Nesses casos o esquema do acoplador é o mostrado na Figura 5.

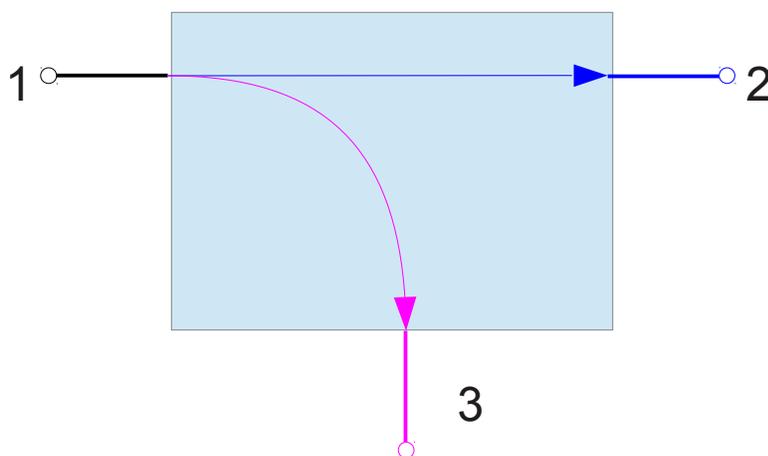


Figura 5: Acoplador direcional com 3 portas externas.

Idealmente, o acoplador direcional é um dispositivo sem perdas, ou com perdas desprezíveis (o dispositivo não dissipa potência). Se pequenas perdas puderem ser toleradas porém, há implementações na forma de pontes de impedância (ponte de Wheatstone), utilizando-se resistores no dispositivo, e com apenas 3 portas. O modelo 86205A da Agilent, que será usado na presente experiência, é um dispositivo desse tipo.

#### **Principais parâmetros de um acoplador direcional**

**Acoplamento:** Na condição de perfeito casamento em todas as portas, sendo  $P_1$  a potência incidente na porta 1,  $P_2$  a potência na carga da porta 2,  $P_3$  a potência na carga da porta 3 e  $P_4$  a potência na carga da porta 4, define-se o acoplamento  $C$ , em dB, com sendo

$$C = 10 \log \frac{P_1}{P_3} \quad (3)$$

**Isolação:** Nas mesmas condições anteriores, idealmente não deveria haver potência na porta 4. Porém, num dispositivo real sempre haverá alguma potência indesejada nessa porta. Define-se, assim, a isolação como sendo

$$I = 10 \log \frac{P_1}{P_4} \quad (4)$$

*Diretividade*: nas mesmas condições anteriores, define-se a diretividade de um acoplador como

$$D = 10 \log \frac{P_3}{P_4} \quad (5)$$

Das relações (3), (4) e (5) obtém-se:

$$I = C + D \quad (6)$$

Perceba que se o acoplador for projetado para um acoplamento de 3 dB, isso significa que, idealmente, ele divide a potência de entrada igualmente entre as portas 2 e 3, servindo, portanto, como um divisor de potência, e sendo comumente chamado de junção híbrida.

Outros parâmetros importantes na especificação de um acoplador direcional real referem-se ao seu casamento (COE ou SWR), perda de transmissão  $10 \log(P_1/P_2)$  e máxima potência de entrada.

Note que, se o dispositivo não tiver sem perdas, devemos ter

$$P_1 = P_2 + P_3 + P_4 + P_{r1} \quad (7)$$

sendo  $P_{r1}$  a potência refletida na porta 1

Para acopladores que devem operar em uma ampla faixa de frequência (por exemplo para medidas em varredura), a sua banda de operação, com as respectivas variações do acoplamento, diretividade, perda de transmissão, e SWR também precisam ser especificadas.

#### **Medida de perda de retorno**

Perda de retorno de uma porta de um dispositivo qualquer (bipolo, quadripolo, etc) é definida como sendo a relação, em dB, entre as potências incidente e refletida nessa porta, ou seja, sendo  $P_i$  a potência incidente nos terminais do dispositivo, e  $P_r$  a potência refletida, a perda de retorno é dada por

$$RL = 10 \log \frac{P_i}{P_r} \quad (8)$$

A perda de retorno pode ser expressa, também, em função do coeficiente de reflexão, pela seguinte expressão:

$$RL = -20 \log |\rho| \quad (9)$$

Assim, vemos que uma porta perfeitamente casada tem uma perda de retorno infinita, enquanto que uma porta que reflete completamente a onda incidente (curto-circuito ideal, por exemplo) tem uma perda de retorno de 0 dB.

Para medir-se a perda de retorno de um bipolo em relação a uma impedância padrão de 50  $\Omega$ , em varredura de frequência, procede-se da seguinte forma:

- Escolhe-se a faixa de frequência da varredura.
- Ajusta-se o analisador, com o tracking generator, para a faixa escolhida e conecta-se, utilizando cabos de 50  $\Omega$ , de baixas perdas e com conectores apropriados, a sua saída de RF à porta de entrada (porta 2) de um acoplador direcional, ou ponte de RF, conectando-se a porta de saída (porta 1) ao bipolo (DUT) a ser ensaiado.
- Conecta-se em seguida, também utilizando cabos de 50  $\Omega$ , de baixas perdas e com conectores apropriados, a porta acoplada à porta de saída (porta 3) à entrada de RF do analisador, como mostrado na Figura 6. Como essa porta esta acoplada apenas ao sinal que entra pela porta 1, o analisador irá receber, idealmente, apenas um sinal proporcional ao sinal refletido pelo bipolo.
- Se o sinal medido estiver muito ruidoso devido à alta perda de inserção, pode-se diminuir a banda de FI, diminuir a atenuação de RF ou fazer médias de várias varreduras (se o analisador tiver esse recurso).
- Desconecta-se o bipolo e conecta-se, em seu lugar, um curto-circuito coaxial (perda de retorno de 0 dB) efetuando-se, em seguida, o procedimento de calibração do analisador (alguns analisadores fazem essa calibração com um curto e, depois, com um aberto).
- Reconecta-se o bipolo e observa-se a curva de perda de retorno (ou salva-se os dados).
- Note que se algum parâmetro do analisador for modificado (banda de FI, faixa de frequência, média, etc) a calibração deve ser refeita.

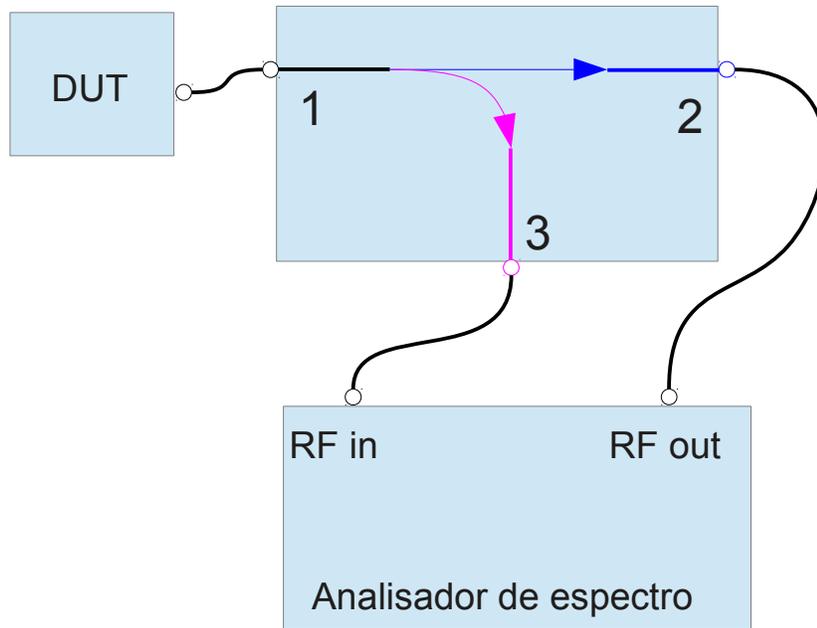


Figura 6: Montagem para medida de perda de retorno.

## Linha de Transmissão como Ressonador

### *Impedância de entrada de uma linha sem perdas carregada*

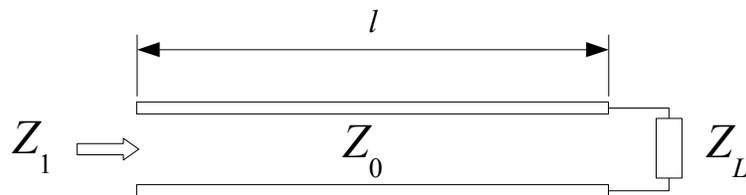


Figura 7: Linha sem perdas carregada

Uma linha sem perdas, de comprimento  $l$ , terminada por uma carga genérica,  $Z_L$ , apresenta em sua entrada uma impedância  $Z_1$  dada por

$$Z_1 = Z_0 \frac{Z_L + j Z_0 \tan \beta l}{Z_0 + j Z_L \tan \beta l} \quad (10)$$

onde  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

Para  $Z_L = 0$  (linha em curto circuito) tem-se, como mostrado na Figura 8,

$$Z_1 = j Z_0 \tan \beta l. \quad (11)$$

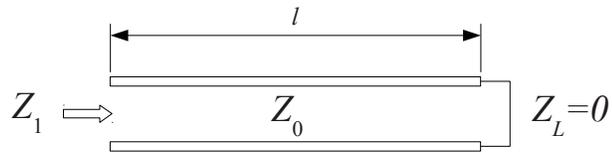


Figura 8: Linha sem perdas terminada em curto.

O gráfico da Figura 9 mostra a variação desta impedância.

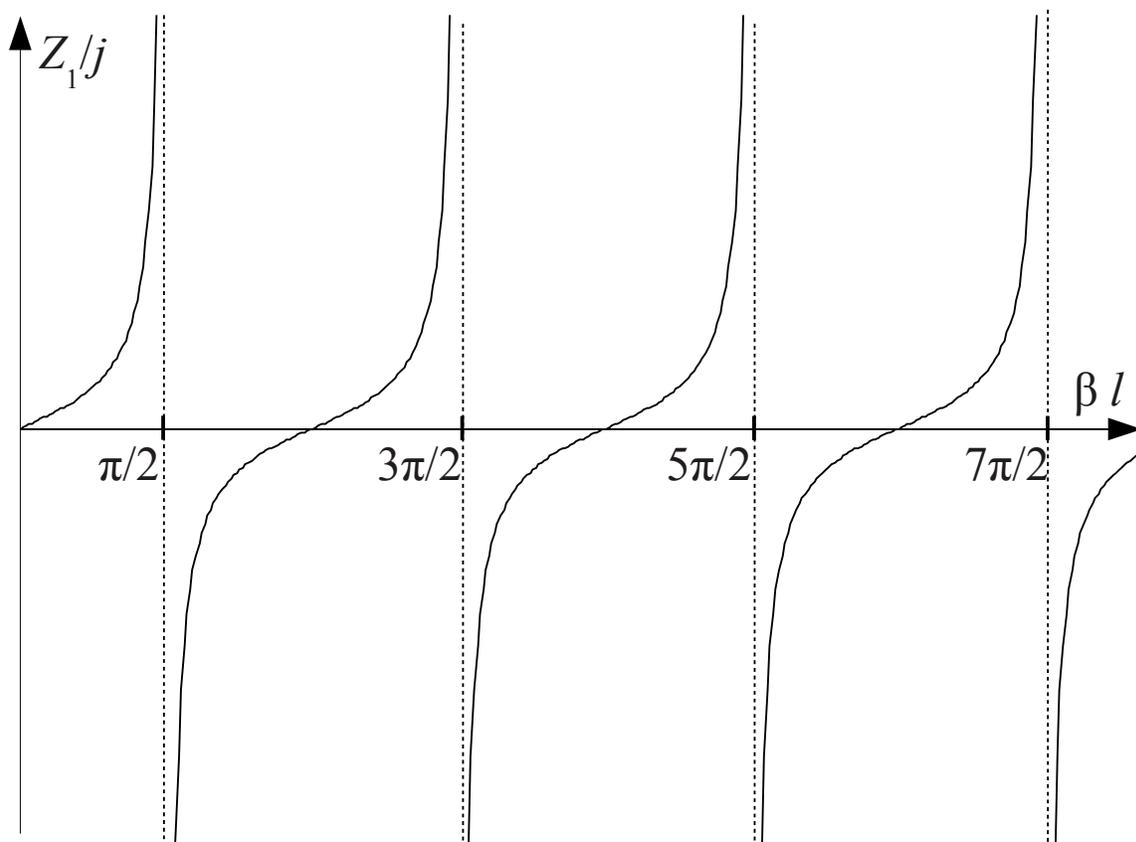


Figura 9: Variação da impedância de entrada de uma linha em curto em função de seu comprimento.

Para  $\beta l = \frac{\pi}{2}$ , ou seja,  $l = \frac{\lambda}{4}$ , o dispositivo equivale a um ressonador paralelo. Note-se que para  $l < \frac{\lambda}{4}$  a reatância será indutiva e para  $l > \frac{\lambda}{4}$  será capacitiva.

**Ressonador coaxial**

Uma linha coaxial, tendo ar como dielétrico, tem uma impedância característica dada por

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \approx 138 \log\left(\frac{D}{d}\right), \quad (12)$$

onde  $D$  e  $d$  são, respectivamente, o diâmetro do condutor externo e interno da linha. O ressonador seria uma linha dessa natureza, com comprimento  $l = \frac{\lambda}{4}$ , terminada em curto circuito. Teoricamente esse ressonador coaxial poderia ser como o mostrado na Figura 10.

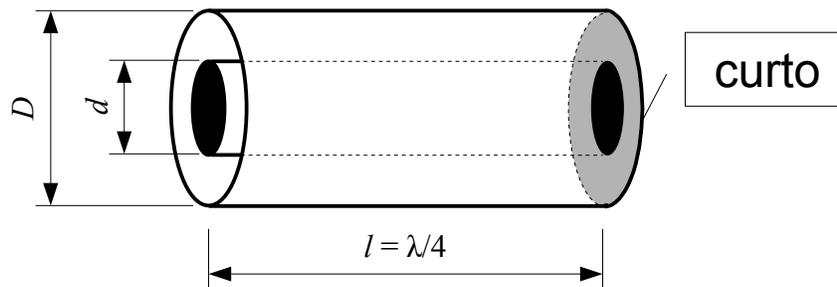


Figura 10: Ressonador coaxial.

Entretanto a extremidade aberta provocaria irradiação de energia. Para se evitar esse efeito, fecha-se a extremidade aberta, guardando-se uma certa distância do condutor central. Isto acarreta o aparecimento de uma capacitância na entrada do dispositivo, com a qual a linha deve ressoar, como mostra a Figura 11.

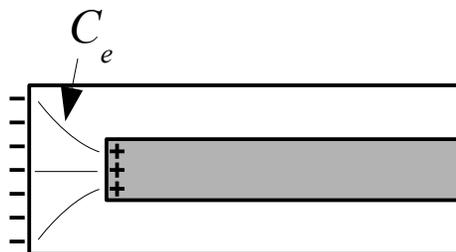
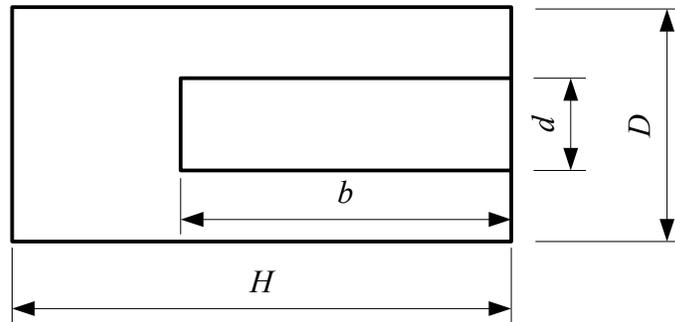


Figura 11: Capacitância extra na entrada do ressonador coaxial.

Isto faz com que a linha em si deva ser indutiva na frequência em que o dispositivo ressoa. Portanto o comprimento do condutor central deve ser menor que um quarto do comprimento de onda, como mostrado na Figura 12.



$$b = 0,94 \lambda/4 = 0,235 \lambda \quad H = 1,3 b$$

Figura 12: Arranjo padronizado do ressonador coaxial.

**Considerações sobre perdas ôhmicas**

A resistividade dos condutores faz com que se tenha um fator de qualidade finito nesse ressonador. No apêndice A, demonstra-se que, para o cobre, quando se considera as perdas somente nos condutores da linha, tem-se a expressão:

$$Q_{0L} = 35 D \sqrt{f_0} \frac{\log \frac{D}{d}}{1 + \frac{D}{d}} \quad (13)$$

Essa função passa por um máximo para  $\frac{D}{d} = 3,6$ . Nesse caso, o valor máximo de  $Q_{0L}$  (perda mínima) fica

$$Q_{0L} = 35 D \sqrt{f_0} \frac{\log 3,6}{1 + 3,6} = 4,2 D \sqrt{f_0} \quad (14)$$

A resistividade do curto circuito também resulta em um fator de qualidade parcial  $Q_{0C}$ . No apêndice B demonstra-se que esse fator de qualidade é dado pela expressão

$$Q_{0C} = \frac{1,13 \times 10^9}{\sqrt{f_0}} \quad (15)$$

Reunindo-se estes dois tipos de perdas, resulta o fator de qualidade total do ressonador que chamaremos simplesmente de  $Q_0$ , e, pela teoria de circuitos, temos

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_{0L}} + \frac{1}{Q_{0C}} \Rightarrow Q_0 = \frac{Q_{0L} \times Q_{0C}}{Q_{0L} + Q_{0C}}. \quad (16)$$

**Acoplamento de carga**

A Figura 13 mostra o diagrama de montagem da cavidade coaxial acoplada, através de uma espira a uma carga  $R_L$ .

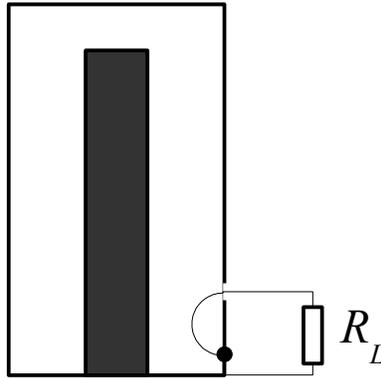


Figura 13: Diagrama de montagem da cavidade coaxial acoplada a uma carga.

Este dispositivo pode ser comparado ao ressoador  $LC$  concentrado e sua transformação, mostrados na Figura 14.

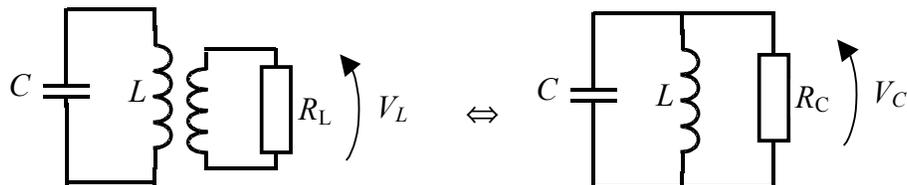


Figura 14: Modelos do ressoador e carga acoplada.

Por conservação de potência temos que

$$\frac{V_L^2}{R_L} = \frac{V_C^2}{R_C} \Rightarrow \frac{R_C}{R_L} = \left( \frac{V_C}{V_L} \right)^2. \quad (17)$$

Vamos definir o fator de acoplamento da carga como sendo

$$K_L = \frac{V_L}{V_C}, \quad (18)$$

obtendo-se

$$R_C = \frac{R_L}{K_L^2} \quad (19)$$

Pela teoria de circuito sintonizado, tem-se que

$$Q_L = \frac{R_C}{X_L} = \frac{R_C}{\omega_0 L} = \frac{R_C}{\frac{1}{\sqrt{LC}} L} = \frac{R_C}{\sqrt{\frac{L}{C}}} = \frac{R_L}{K_L^2 \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (20)$$

Para o nosso ressoador, em linha, a fórmula se modifica, pois a capacitância e a indutância são distribuídas. É demonstrável que

$$Q_L = \frac{\pi}{4} \frac{R_L}{K_L^2 \sqrt{\frac{L}{C}}} \quad (21)$$

onde  $L$  e  $C$  representam a indutância e a capacitância por metro da linha e, portanto,

$$Q_L = \frac{\pi}{4} \frac{R_L}{K_L^2 Z_0} \quad (22)$$

#### **Acoplamento com o gerador**

Por analogia com o caso da carga de saída, sendo  $R_S$  a resistência do gerador e  $K_S$  o fator de acoplamento do gerador, tem-se

$$Q_S = \frac{\pi}{4} \frac{R_S}{K_S^2 Z_0} \quad (23)$$

#### **Seletividade**

$$\frac{\Delta f_{3\text{ dB}}}{f_0} = \frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_S} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_C} \quad (24)$$

onde

$$\frac{1}{Q_C} = \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_S} \quad (25)$$

sendo  $Q_C$  o fator de mérito devido à influência das cargas externas de excitação e de saída.

#### **Rendimento e perda de inserção**

Com a carga e o gerador conectados à cavidade, o circuito equivalente está mostrado na Figura 15a.

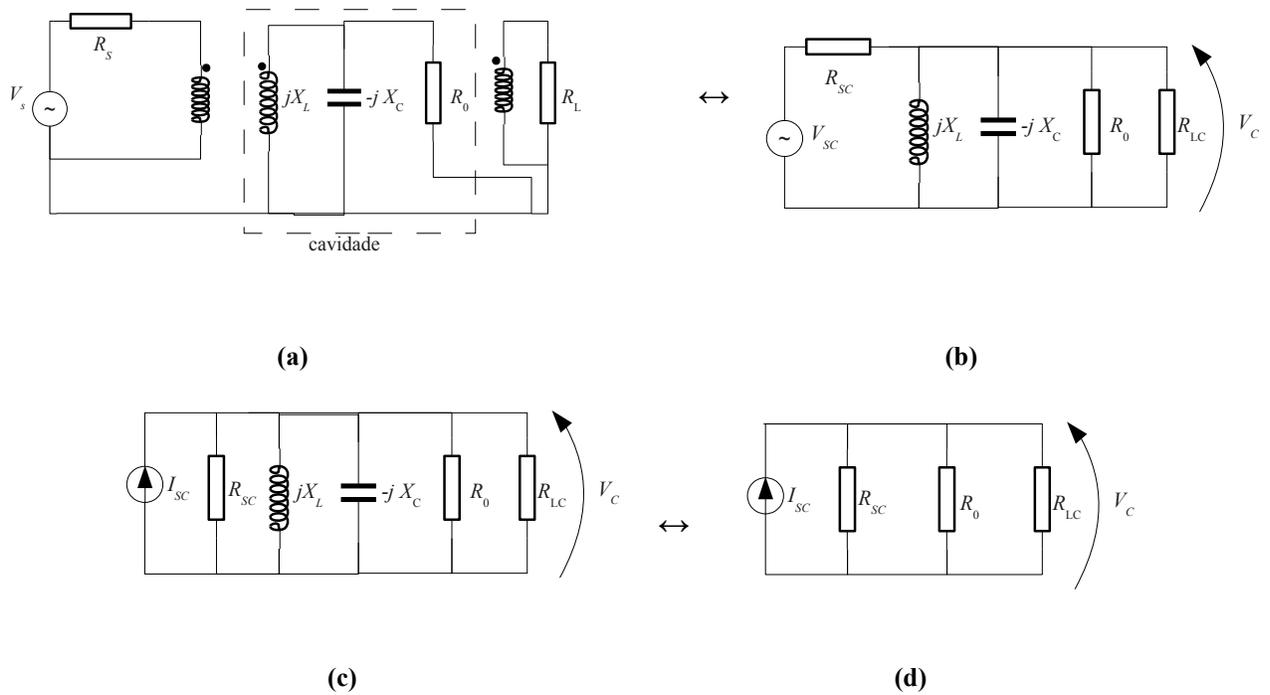


Figura 15: Circuito equivalente da cavidade com gerador e carga.

Transformando-se as impedâncias e tensões para o primário dos transformadores (cavidade) obtemos o circuito esquematizado na Figura 15b, para o qual já definimos  $Q_L$ ,  $Q_S$ , e  $Q_0$  como

$$Q_L = \frac{R_{LC}}{X_L}; \quad Q_S = \frac{R_{SC}}{X_L}; \quad Q_0 = \frac{R_0}{X_L}. \quad (26)$$

e  $Q_C$  e  $Q$  pelas expressões (24) e (25). Nessas equações  $R_0$  representa as perdas da cavidade. Transformando-se o gerador de tensão num gerador de corrente equivalente, obtemos o circuito da Figura 15c e lembrando que na ressonância  $X_L = X_C$ , obtemos o circuito da Figura 15d.

Definindo-se rendimento como a relação entre a potência dissipada nas cargas externas ( $R_S$  e  $R_L$ ) e a potência total fornecida, podemos calculá-lo por:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{P_S + P_L}{P_S + P_L + P_0} = \frac{V_C^2/R_{SC} + V_C^2/R_{LC}}{V_C^2/R_{SC} + V_C^2/R_{LC} + V_C^2/R_0} = \frac{1/Q_S + 1/Q_L}{1/Q_S + 1/Q_L + 1/Q_0} = \frac{1/Q_C}{1/Q_C + 1/Q_0} = \\ &= \frac{1/Q - 1/Q_0}{1/Q} = 1 - \frac{Q}{Q_0} \end{aligned} \quad (27)$$

A perda de inserção desse filtro, na sua frequência de ressonância, é a relação entre a potência na carga nas condições do circuito esquematizado na Figura 15 dividido pela potência que teríamos na carga se  $R_0$  fosse infinito:

$$IL = \frac{P_L}{P_L |_{R_0 \rightarrow \infty}} = \frac{V_C^2 / R_{LC}}{V_C^2 |_{R_0 \rightarrow \infty} / R_{LC}} = \frac{(R_{SC} \parallel R_{LC} \parallel R_0)^2}{(R_{SC} \parallel R_{LC})^2} = \frac{Q^2}{Q_C^2} = \left(1 - \frac{Q}{Q_0}\right)^2 = \eta^2 \quad (28)$$

Assim,

$$IL_{dB} = -10 \log IL = -20 \log \eta. \quad (29)$$

Em um bom projeto se faz  $Q_0 \gg Q$  e, dessa forma, obtém-se

$$\eta \approx 1 \text{ e } IL \approx 0 \text{ dB}. \quad (30)$$

A Figura 16 mostra as posições da espira para fator de acoplamento grande e pequeno.

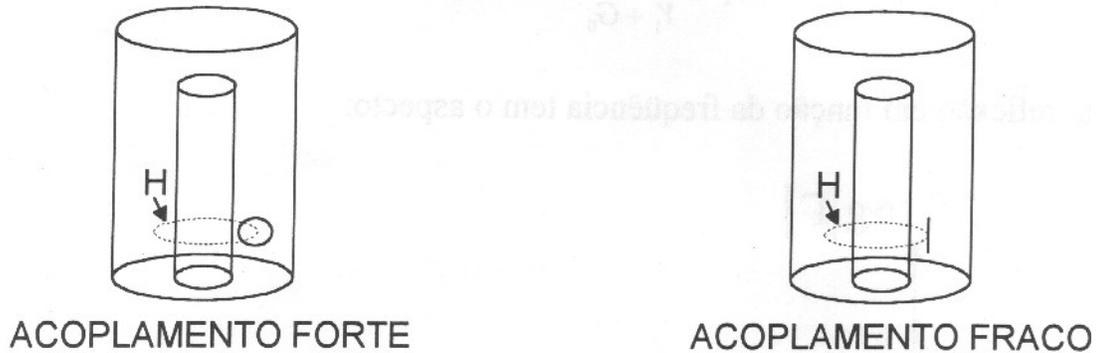


Figura 16: Posições da espira para fator de acoplamento forte e fraco.

**Medida do  $Q_0$  de um ressonador coaxial pelo método da reflexão**

Utiliza-se o arranjo mostrado na Figura 17, ou seja, medida da perda de retorno da cavidade.

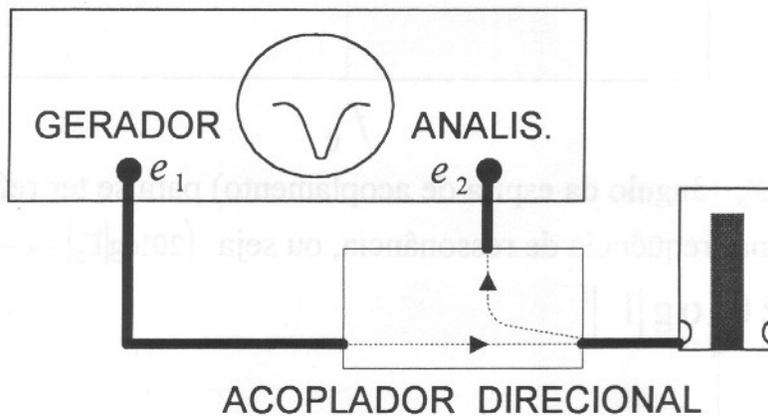


Figura 17: Arranjo para a medida do índice de mérito de uma cavidade.

Na Figura 18 temos o circuito representativo do ressoador acoplado ao gerador.

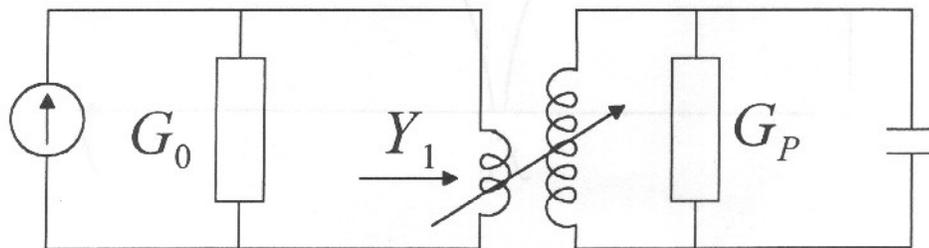


Figura 18: Circuito representativo do ressoador acoplado ao gerador.

Mede-se a reflexão na entrada do dispositivo.

$$\rho = -\frac{Y_1 - G_0}{Y_1 + G_0} \quad (31)$$

Esta reflexão em função da frequência tem o aspecto similar ao mostrado na Figura 19.

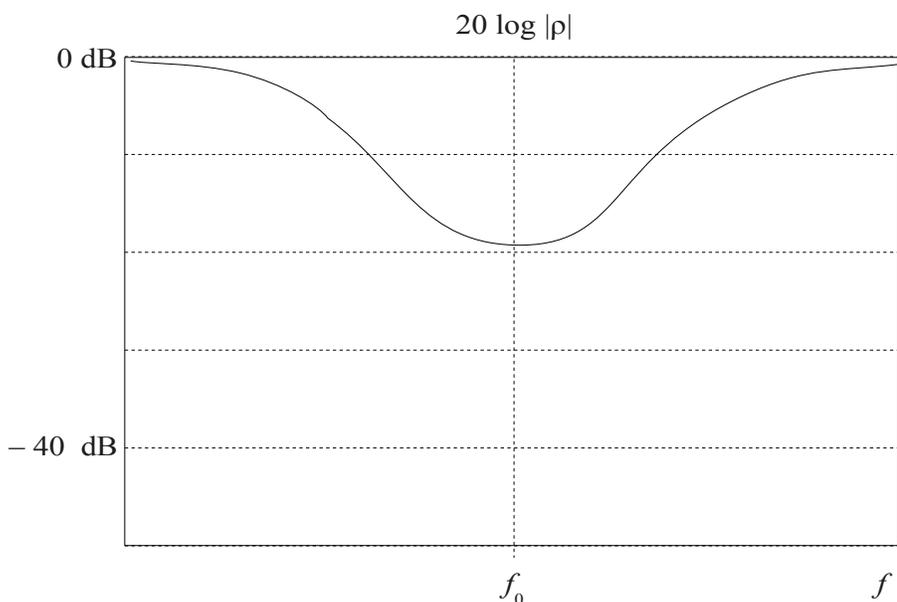


Figura 19: Perda de retorno da cavidade ressonante.

Ajusta-se  $K_s$  (ângulo da espira de acoplamento) para se ter reflexão  $\Gamma = \Gamma_0 = 0$  na frequência de ressonância, ou seja  $(20 \log || = -\infty)$ , como mostrado na Figura 20.

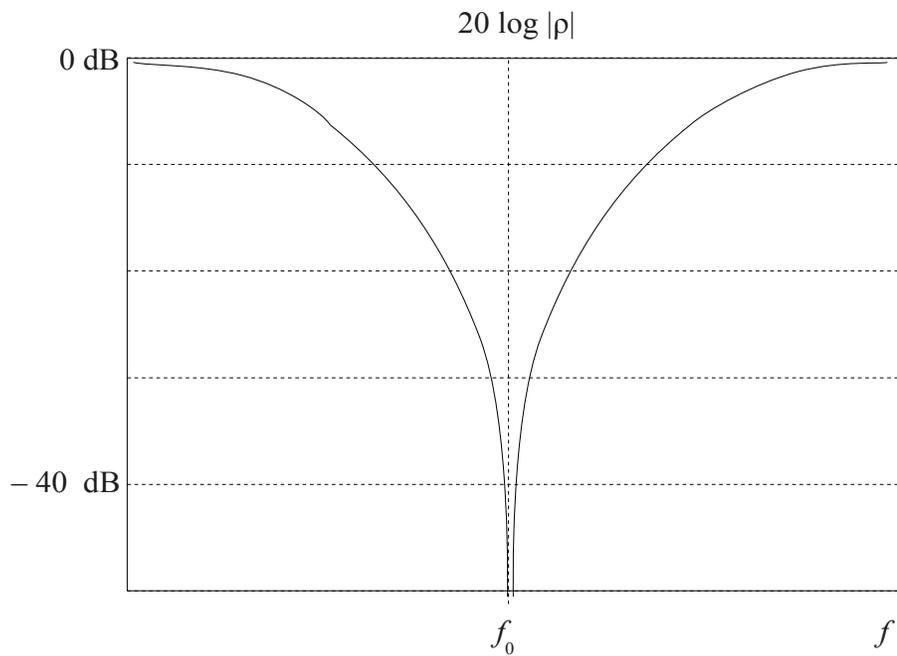


Figura 20: Perda de retorno do ressoador coaxial para casamento perfeito.

Nessa situação tem-se a equivalência mostrada na Figura 21.

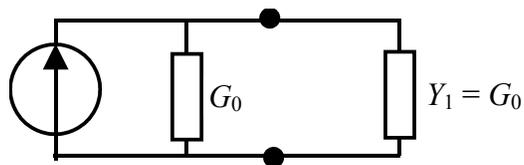


Figura 21: Circuito representativo do ressoador acoplado ao gerador para casamento perfeito.

Nos pontos de  $-3$  dB da curva de impedância do ressoador teremos o modelo da Figura 22:

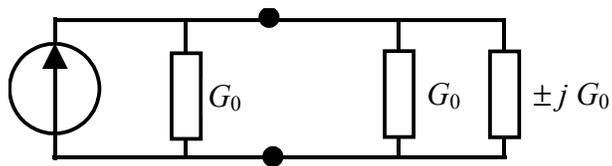


Figura 22: Circuito representativo do ressoador acoplado ao gerador nos pontos de  $\pm 3$  dB.

Neste caso a reflexão fica:

$$\Gamma_{3dB} = -\frac{(G_0 \pm j G_0) - G_0}{(G_0 \pm j G_0) - G_0} = \frac{\mp j}{2 \pm j} \quad (32)$$

e,

$$|\Gamma_{3dB}| = \frac{1}{\sqrt{4+1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow 20 \log |\Gamma_{3dB}| = -7 \text{ dB} \quad (33)$$

Portanto a largura de faixa entre os pontos de  $-3$  dB da curva de impedância do ressoador é equivalente à distância entre os pontos de  $-7$  dB da curva de reflexão na entrada do ressoador, como mostra a Figura 23.

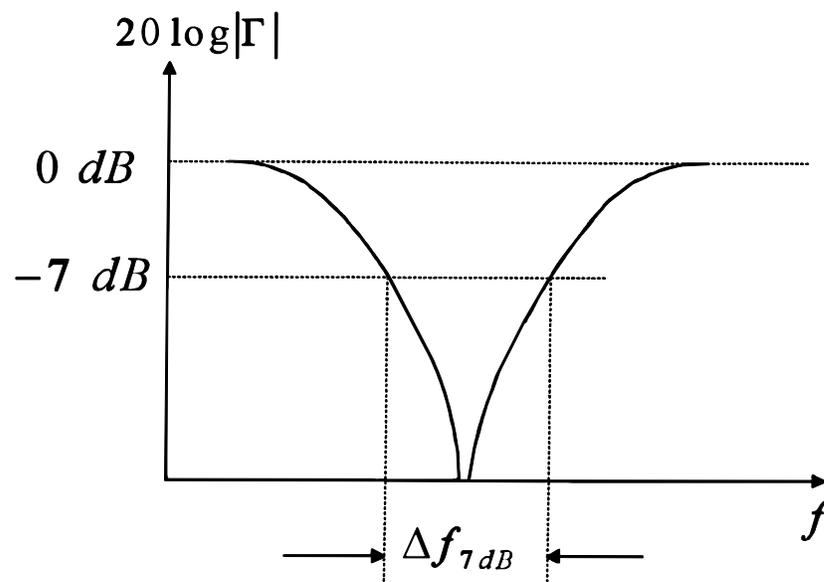


Figura 23: Perda de retorno do ressoador coaxial para casamento perfeito, mostrando a largura de faixa de 7 dB.

Neste caso resulta:

$$Q_0 = \frac{f_0}{\Delta f_{7dB}} \quad (34)$$

**Medida da curva de transferência do filtro**

Usa-se o arranjo esquematizado na Figura 24.

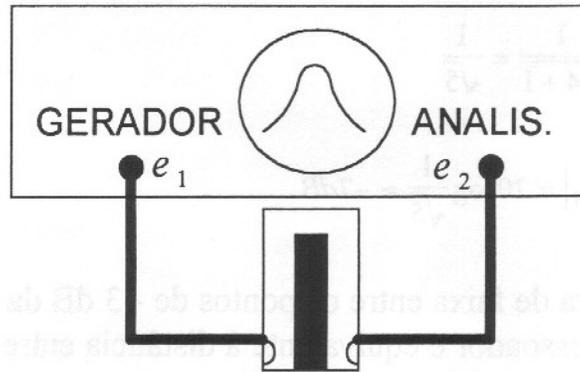


Figura 24: Arranjo para a medida da perda de inserção do filtro.

A curva de resposta obtida tem o aspecto mostrado na Figura 25.

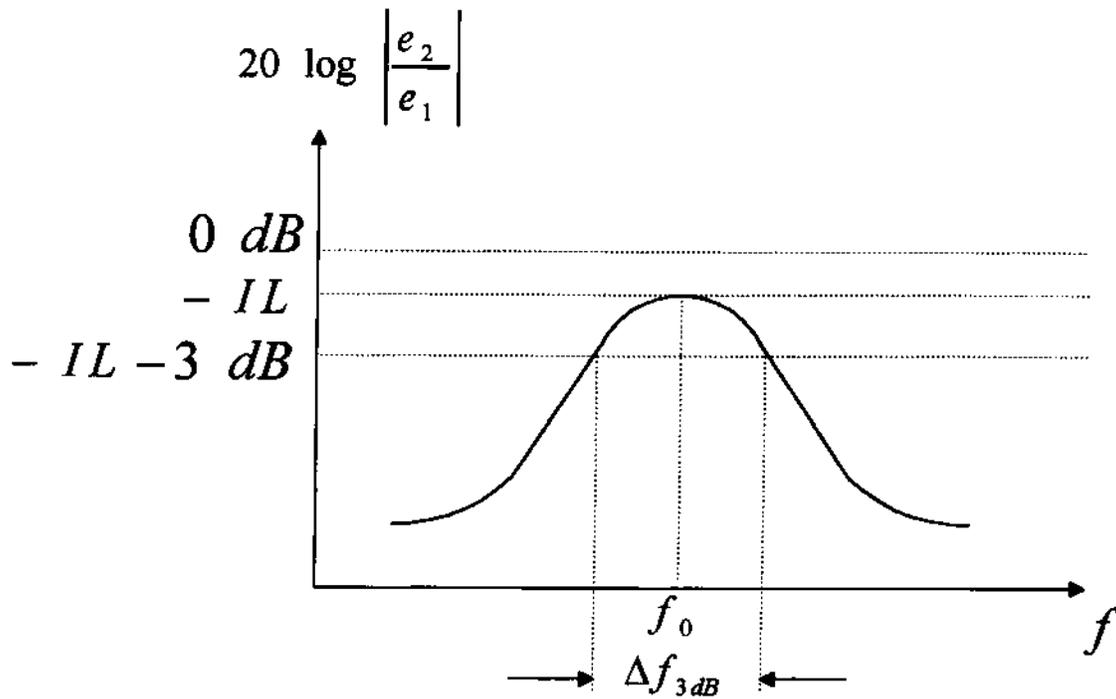


Figura 25: Curva de resposta da função de transferência do filtro.

O  $Q$  é dado pela expressão

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f_{3\text{ dB}}} \quad (35)$$

Por outro lado sabemos que

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_S} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_C} \quad (36)$$

Onde  $Q_0$  representa as perdas do ressoador,  $Q_C$  representa o efeito das cargas externas e  $Q$  é a reunião desses dois efeitos.

Se as impedâncias de carga e gerador forem iguais e os ângulos de acoplamento também forem iguais, teremos  $Q_S = Q_L$ , e, portanto

$$Q_S = Q_L = 2 Q_C . \quad (37)$$

Da equação (36) pode-se então calcular

$$Q_S = Q_L = 2 \frac{Q_0 Q}{Q_0 - Q} . \quad (38)$$

## Parte Experimental

### Material Utilizado

- Analisador de espectro com tracking generator (Agilent N9320B)
- Acoplador direcional ou ponte de RF (Agilent 86205A)
- 3 cabos curtos (50 cm), de 50  $\Omega$ , com conectores tipo N macho
- atenuadores fixos de 6 dB, 10 dB e 20 dB com conectores tipo N
- curto-circuito tipo N fêmea
- 2 adaptadores tipo N fêmea-fêmea
- cabo curto de 75 ohms
- cabo longo de 50 ohms
- Cavidade ressonante coaxial

### Medidas de perda de inserção

1. Meça a perda de inserção do atenuador de 10 dB nominal na faixa de 500 MHz a 1,1 GHz, com o seguinte procedimento
  - i. conecte o atenuador ao analisador, entre as portas “TG source” e “RF in” utilizando-se de cabos de 50  $\Omega$  com conectores tipo N. Se necessário, utilize um adaptador fêmea-fêmea. Tome muito cuidado ao fazer as conexões para não

danificar os conectores, e sempre inspecione os conectores antes de utilizá-los para se certificar de que não estão danificados.

- ii. Pressione  > Preset.
  - iii. selecione o intervalo de frequências no menu 
  - iv. selecione a banda de resolução no menu , em 30 kHz.
  - v. Ligue o “tracking generator” e ajuste sua amplitude para -10 dBm:  > Tracking Generator > Amplitude TG (On) > -10 > dBm
  - vi. Verifique se o sinal medido está bem acima do nível de ruído e, caso contrário, aumente a amplitude do sinal do TG, diminua a atenuação, ou diminua a banda.
  - vii. Corrija eventual offset de frequência:  > Tracking Generator > More > Tracking Peak. Este procedimento deve sempre ser repetido quando for modificada a banda de resolução ou outro parâmetro que possa alterar o atraso do sinal.
  - viii. Desconecte o atenuador, conecte os dois cabos entre si, e armazene a resposta em frequência no traço 4 e normalize:  > Tracking Generator > More > Normalize > Store Ref (1→ 4) > Normalize (On).
  - ix. Reconecte o atenuador e meça a perda de inserção.
  - x. Se desejado, faça média entre várias varreduras:  > Average (On)
  - xi. Anote o valor da perda de inserção medida, média, e os valores mínimo e máximo ao longo da banda (use os menus , , e modifique a escala para 2 dB/div no menu ).
2. Meça a perda de inserção de um pequeno trecho de cabo de 75 ohms, na mesma faixa de frequência. Utilize a escala de 2dB/div para melhor visualizar a variação. Anote os valores mínimo e máximo dessa perda. Quais seriam os valores teóricos máximo e mínimo para essa perda? Justifique as discrepâncias. Salve o gráfico (como figura JPG) e também os dados (em formato CSV) em um pen-drive USB. Utilize o menu  >Catalog.

3. Meça a perda de inserção do cabo longo caracterizado na experiência 1, também na mesma faixa de frequência. Salve o gráfico (como figura JPG) e também os dados (em formato CSV) em um pen-drive USB. Utilize o menu  >Catalog.

### Medidas de perda de retorno

4. Meça o acoplamento da ponte de RF, medindo a perda de inserção entre as portas 1 e 3 (TG na porta 1), conectando uma carga casada na porta 2, na mesma faixa de frequência do item 1. Anote o valor médio e os valores máximo e mínimo.
5. Na mesma montagem anterior, desconecte a carga casada e conecte um curto-circuito. Descreva o que acontece com a resposta medida. Justifique. É possível usar o valor dessa nova flutuação para estimar a diretividade da ponte? Tente aumentar a atenuação do TG para 12 dB ou 24 dB ( > Tracking Generator >Attenuation) e verifique o que ocorre com essa flutuação. Tente justificar.
6. Meça a isolação da ponte de RF, medindo a perda de inserção entre as portas 2 e 3, com uma carga casada na porta 1. Utilize esse valor para calcular a diretividade. Talvez seja necessário aumentar a amplitude do sinal do TG, e diminuir a banda de resolução para fazer essa medida. Lembre-se de refazer a calibração e corrigir o offset de frequência após fazer essas modificações.
7. Meça perda de inserção da ponte de RF entre as portas 1 e 2, com carga casada na porta 3.
8. Compare os valores medidos com as especificações da ponte de RF. Justifique eventuais discrepâncias.
9. Meça a perda de retorno de um atenuador de 6 dB em série com um curto circuito, na mesma faixa de frequência do item 1, com o seguinte procedimento:
  - Utilize a montagem da Figura 6, conectando o atenuador com o curto como dispositivo de teste (DUT).
  - Siga o mesmo procedimento para perda de inserção até o item vii.
  - Desconecte o atenuador e conecte apenas o curto-circuito em seu lugar. O sinal assim medido será a nossa referência, pois tem perda de retorno de 0 dB. Porque o sinal medido apresenta oscilações ao longo da frequência? Tente aumentar a atenuação do TG para corrigir essas flutuações, mas mantenha a maior amplitude possível.
  - Armazene a resposta em frequência no traço 3 e normalize:  > Tracking Generator > More > Normalize > Store Ref (1→ 3) > Normalize (On).
  - Reconecte o atenuador e meça a sua perda de retorno.

10. Compare com o valor esperado e justifique eventuais discrepâncias.
11. Repetir a medida de perda de retorno, agora para atenuador de 20 dB. Descreva e justifique as dificuldades encontradas.
12. Meça a perda de retorno do trecho de linha de 75 ohms terminado com carga casada. Anote os valores mínimo e máximo dessa perda. Quais seriam os valores teóricos máximo e mínimo para essa perda? Justifique as discrepâncias. Qual a distância entre 2 mínimos consecutivos? Utilize esse valor para estimar a velocidade de propagação nesse cabo. Salve o gráfico (como figura JPG) e também os dados (em formato CSV) em um pen-drive USB. Utilize o menu  >Catalog.

### Ressorador Coaxial

13. Meça as diversas dimensões do ressoador coaxial e confirme sua frequência de ressonância.
14. Supondo que ele foi construído para perda mínima, calcule  $Q_0$ .
15. Meça o  $Q_0$  pelo processo da reflexão na entrada do ressoador. Compare com o valor teórico. Justifique as discrepâncias.
16. Meça as respostas em frequência e as perdas de inserção para os diversos ângulos das espiras de acoplamento. Os ângulos da espira de acoplamento do gerador e da espira de acoplamento da carga devem ser iguais em cada caso.
17. Com base na seletividade dessas respostas em frequência, e na medida de  $Q_0$ , calcule, em cada situação de acoplamento, os valores de  $Q$ , do rendimento e da perda de inserção  $IL$ . Compare o  $IL$  calculado com o  $IL$  medido no item anterior.
18. Determine os valores de  $Q_S$  e  $Q_L$  para cada situação de acoplamento.
19. A partir desses resultados calcule, para cada caso, os valores dos fatores de acoplamento  $K_S$  e  $K_L$ .

### Apêndice A - Fator de qualidade devido à perda na linha

De acordo com a teoria de ressoador em linha de transmissão, seu fator de qualidade devido às perdas é dado por

$$Q_0 = \frac{\beta}{2\alpha} = \frac{\frac{2\pi}{\lambda}}{2\alpha} = \frac{\pi f_0}{c\alpha} \quad (\text{A-1})$$

Se as perdas forem causadas apenas pela resistividade dos condutores, tem-se

$$\alpha = \frac{R}{2Z_0} \quad (\text{A-2})$$

onde  $R$  é a resistência dos condutores da linha por unidade de comprimento.

## Cálculo de $R$

### Resistência do condutor externo

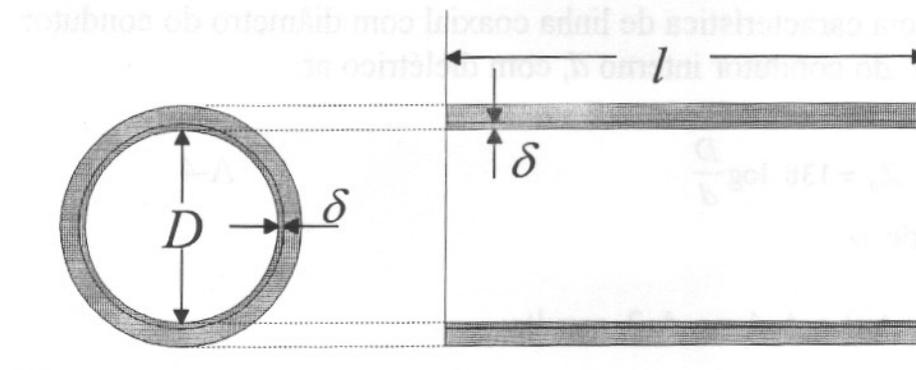


Figura A-1 – Condutor externo da cavidade coaxial.

Seção do condutor percorrida pela corrente elétrica:

$$S = \pi D \delta$$

Resistência total do condutor externo:

$$R_{TE} = \rho \frac{l}{S} = \frac{\rho l}{\pi D \delta}$$

Resistência do condutor externo por unidade de comprimento:

$$R_E = \frac{R_{TE}}{l} = \frac{\rho}{\delta} \times \frac{1}{\pi D}$$

### Resistência do condutor interno

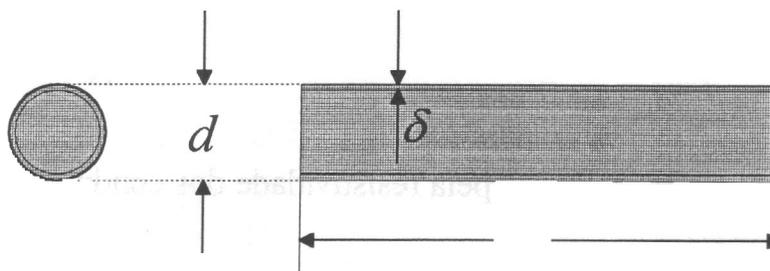


Figura A-2 – Condutor interno da cavidade coaxial.

Seguindo o mesmo roteiro anterior, conclui-se que a resistência do condutor interno, por unidade de comprimento é:

$$R_I = \frac{\rho}{\delta} \times \frac{1}{\pi d}$$

### Resistência total

$$R = R_E + R_I = \frac{\rho}{\delta} \times \frac{1}{\pi} \left( \frac{1}{D} + \frac{1}{d} \right) = \frac{\rho}{\delta} \times \frac{1}{\pi D} \left( 1 + \frac{D}{d} \right) \quad (\text{A-3})$$

### Cálculo de $Q_0$

Substituindo-se (A-3) e (2) em (A-2) e, em seguida, utilizando-se (A-1), obtém-se

$$Q_0 = \frac{276 \pi^2 f_0 D \log \frac{D}{d}}{c \frac{\rho}{\delta} \left( 1 + \frac{D}{d} \right)} \quad (\text{A-4})$$

Considerando-se  $c = 3 \times 10^8$  m/s e  $\rho = 1,724 \times 10^{-8}$   $\Omega$  m, e calculando-se

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi f_0 \mu_0 \rho^{-1}}} = \frac{6,61 \times 10^{-2}}{\sqrt{f_0}} \text{ m (para } f_0 \text{ em Hz),}$$

temos

$$Q_0 = 35 D \sqrt{f_0} \frac{\log \frac{D}{d}}{\left( 1 + \frac{D}{d} \right)}$$

## Apêndice B – Fator de qualidade devido à perda no curto-circuito

### Resistência do curto-circuito

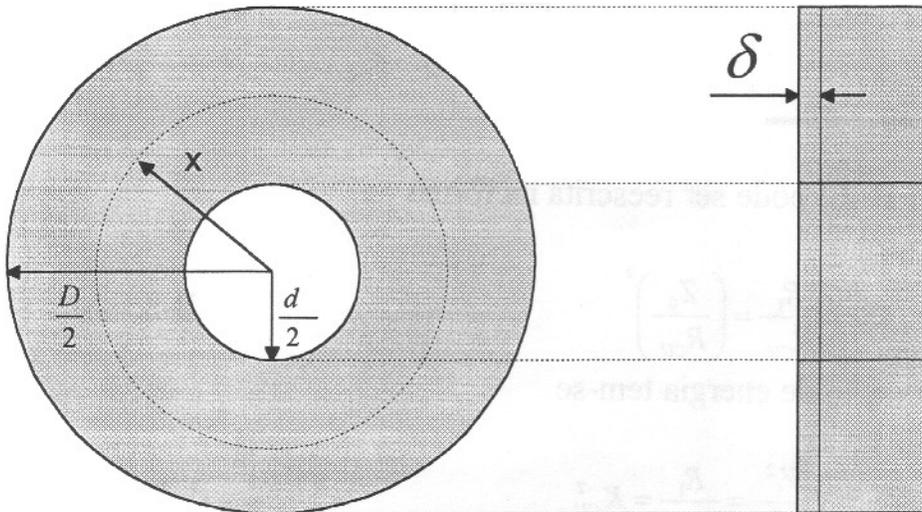


Figura B-1 – Terminação em curto-circuito da cavidade coaxial.

Área de condução da corrente a uma distância  $x$  do centro dos círculos:

$$S = 2 \pi x \delta$$

Resistência de um segmento  $dx$  radial:

$$dR_{CU} = \frac{\rho dx}{S} = \frac{\rho}{2\pi\delta} \frac{dx}{x}$$

Resistência total:

$$R_{CU} = \int_{\frac{d}{2}}^{\frac{D}{2}} \frac{\rho}{2\pi\delta} \frac{dx}{x} = \frac{\rho}{2\pi\delta} \ln \frac{D}{d} = \frac{2,3\rho}{2\pi\delta} \log \frac{D}{d}.$$

Substituindo-se os valores de  $\rho$  e  $\delta$  resulta:

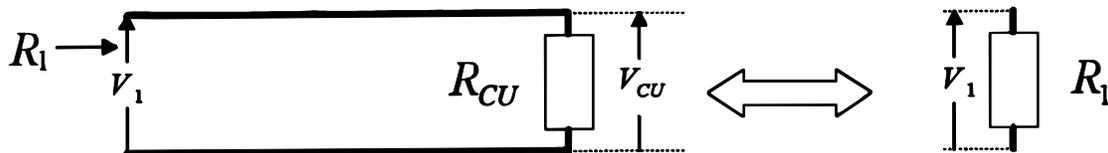
$$R_{CU} = 9,56 \times 10^{-8} \sqrt{f_0} \log \frac{D}{d} \quad (\text{B-1})$$

### Fator de qualidade $Q_{CU}$ devido à perda no curto circuito

Se na expressão (1) substituirmos  $\beta l$  por  $\frac{\pi}{2}$  e  $Z_l$  por  $R_{CU}$ , teremos a impedância resistiva na entrada da linha:

$$Z_1 = R_1 = \frac{Z_0^2}{R_{CU}} \quad (\text{B-2})$$

Isto sugere a equivalência abaixo



A equação (B-2) pode ser reescrita na forma

$$\frac{R_1}{R_{CU}} = \left( \frac{Z_0}{R_{CU}} \right)^2 \quad (\text{B-3})$$

Pela conservação de energia, tem-se

$$\frac{V_1^2}{V_{CU}^2} = \frac{R_1}{R_{CU}} = K_{CU}^{-2} \quad (\text{B-4})$$

Combinando (B-3) e (B-4) resulta

$$K_{CU}^{-2} = \left( \frac{Z_0}{R_{CU}} \right)^2 \quad (\text{B-5})$$

Utilizando estes parâmetros na expressão (6), resulta

$$Q_{CU} = \frac{\pi}{4} \frac{R_{CU}}{\left(\frac{R_{CU}}{Z_0}\right)^2 Z_0} = \frac{\pi}{4} \frac{Z_0}{R_{CU}} \quad (\text{B-6})$$

Substituindo-se os valores de  $Z_0$  e de  $R_{CU}$  nessa expressão, obtém-se

$$Q_{CU} = \frac{\pi}{4} \frac{138 \log \frac{D}{d}}{9,56 \times 10^{-8} \sqrt{f_0} \log \frac{D}{d}} = \frac{1,13 \times 10^9}{\sqrt{f_0}} \quad (\text{B-7})$$

**Observação** – A teoria que foi apresentada supõe que a construção do ressonador é perfeita. Entretanto quando o dispositivo não é confeccionado com o máximo cuidado, ele pode apresentar algumas perdas adicionais devidas aos seguintes efeitos:

- A superfície do cobre, quando oxidada, se toma um condutor resistivo. Como a corrente elétrica caminha pela superfície, devido ao efeito pelicular, isto acaba aumentando as perdas. Para isto é necessário pratear a superfície interna do ressonador. Entretanto, quando a camada de prata é muito fina a corrosão, especialmente devido ao enxofre da atmosfera, acaba eliminando partes dessa camada. Isto faz com que o valor de  $Q_0$  diminua com o envelhecimento do dispositivo. Ressonadores de melhor qualidade usam camada de ouro em lugar da de prata.
- As soldas utilizadas nas junções entre o cilindro e as bases, quando mal elaboradas, e rugosidades na superfície dos condutores, podem concentrar correntes em pequenas áreas do material acarretando perdas ôhmicas não desprezíveis.

Estes efeitos podem acarretar, sozinhos, um  $Q_0$  de 6000 a 8000.