

# Instituto de Física USP

## Física Moderna Aula 22

Professora: Mazé Bechara

# *Aula 22 – As bases da Mecânica Quântica.*

## *O princípio de complementaridade de Bohr*

1. A interpretação probabilística de Max-Born da função de onda na Mecânica Quântica.
2. Princípio de complementaridade de Bohr: enunciado e entendimento.
3. O experimento de fenda dupla (experimento de Young): resultados para radiação eletromagnética e para as partículas materiais. A complementaridade e o princípio de incerteza.

# *Mecânica Ondulatória para a partícula:* *A Interpretação Estatística de Max Born*

Ref. Enge, Wehr & Richards - Introduction to Atomic Physics

**Postulado 01:** o estado dinâmico de uma partícula pode ser descrito por uma **função de onda espaço-temporal**  $\Psi(\vec{r}, t)$  que permite extrair (todas) **informações** sobre a dinâmica da partícula.

**Postulado 02:** O que tem significado físico direto não são as funções de onda espaço-temporais  $\Psi(\vec{r}, t)$ , que podem até ser funções imaginárias. **O significado físico está na grandeza**  $|\Psi(\vec{r}, t)|^2$ .

O módulo ao quadrado da função de onda se relaciona com a **densidade de probabilidade**, ou seja, no caso de movimentos vale a relação:

$$\rho(x, y, z, t) = \frac{dP(\vec{r}, t)}{dV} = |\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \Psi^*(\vec{r}, t)\Psi(\vec{r}, t)$$

$dP(\vec{r}, t)$  é a probabilidade de **uma única** partícula estar na posição  $\vec{r}$ , dentro do volume  $dV = dx dy dz$  (em coordenadas cartesianas), no instante  $t$ , por unidade de  $dV$ .

# *Mecânica Ondulatória Para A Partícula: A Interpretação Estatística De Max Born*

Ref. Enge, Wehr & Richards - Introduction to Atomic Physics

Analogamente, para os movimentos **bidimensional e unidimensional** a relação do módulo ao quadrado da função de onda é com a densidade superficial e a densidade linear de probabilidade, **respectivamente**:

$$\sigma(x, y, t) = \frac{dP(\vec{r}, t)}{dA} = |\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \Psi^*(\vec{r}, t)\Psi(\vec{r}, t)$$

$$\lambda(x, t) = \frac{dP(x, t)}{dx} = |\Psi(x, t)|^2 = \Psi^*(x, t)\Psi(x, t)$$

**Postulado 3.** Há uma outra função de onda que também define **o estado dinâmico** da partícula e a função de onda momento linear-temporal  $\Phi(\vec{p}, t)$

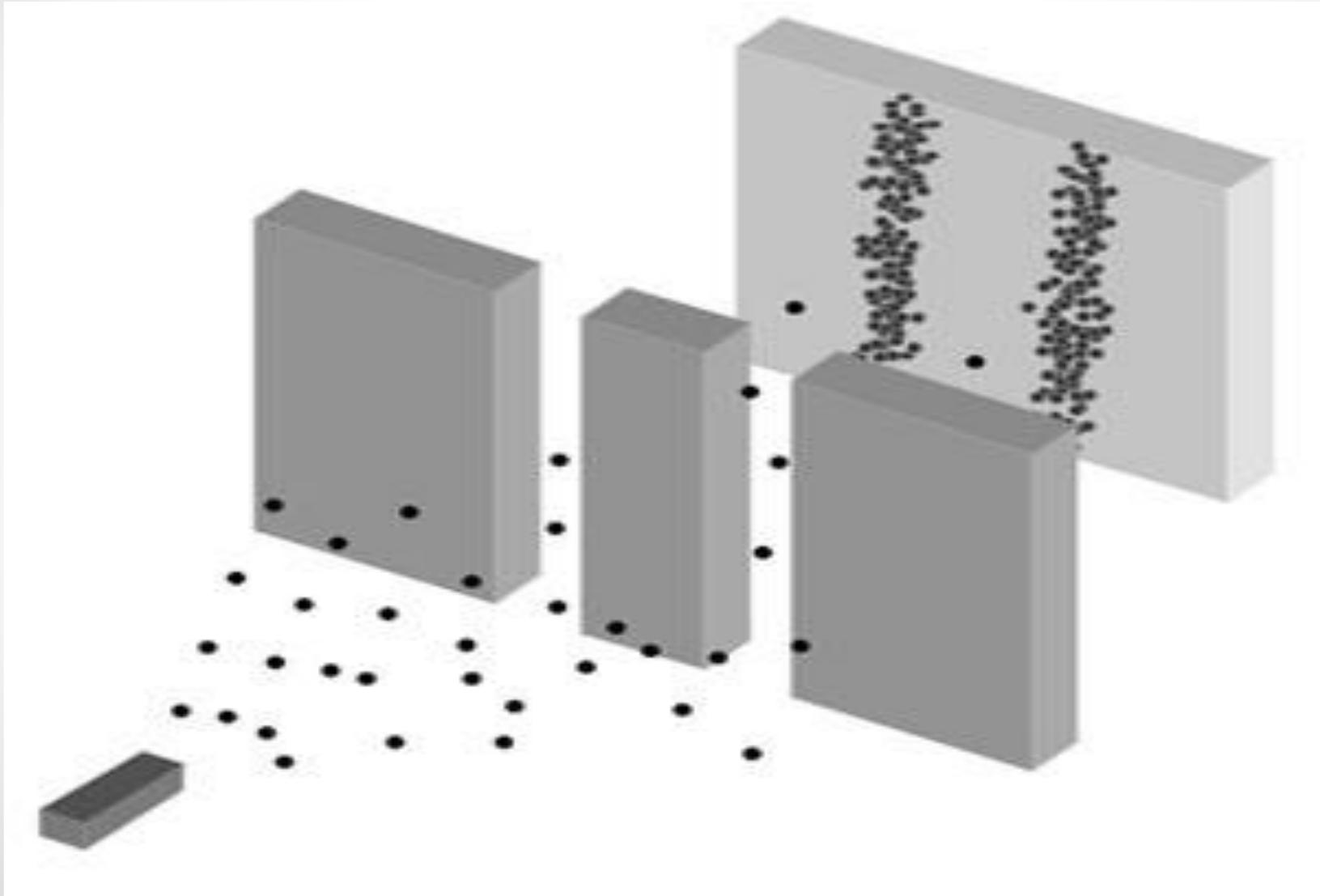
que **analogamente tem seu quadrado do módulo definido**

**por:**

$$\rho(p_x, p_y, p_z, t) = \frac{dP(\vec{p}, t)}{d\vec{p}} = |\Phi(\vec{p}, t)|^2 = \Phi^*(\vec{p}, t)\Phi(\vec{p}, t)$$

probabilidade da partícula ter momento linear  $\vec{p}$ , dentro do volume  $d\vec{p} = dp_x dp_y dp_z$ , por unidade de  $d\vec{p}$

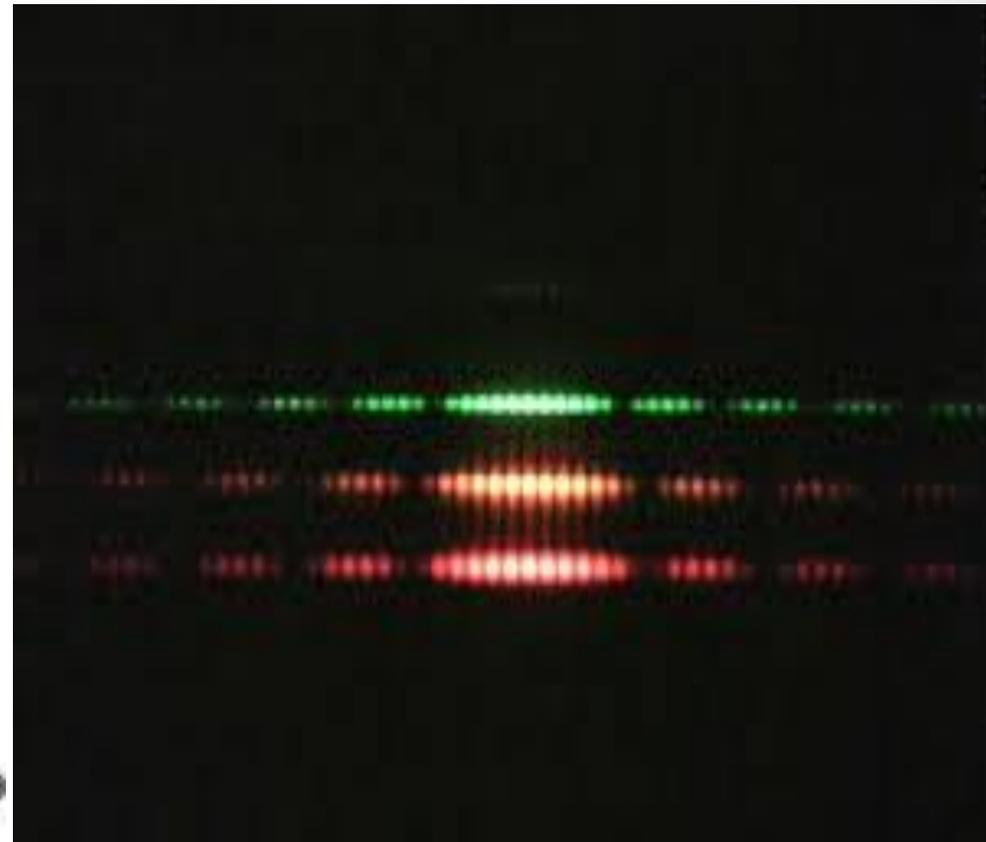
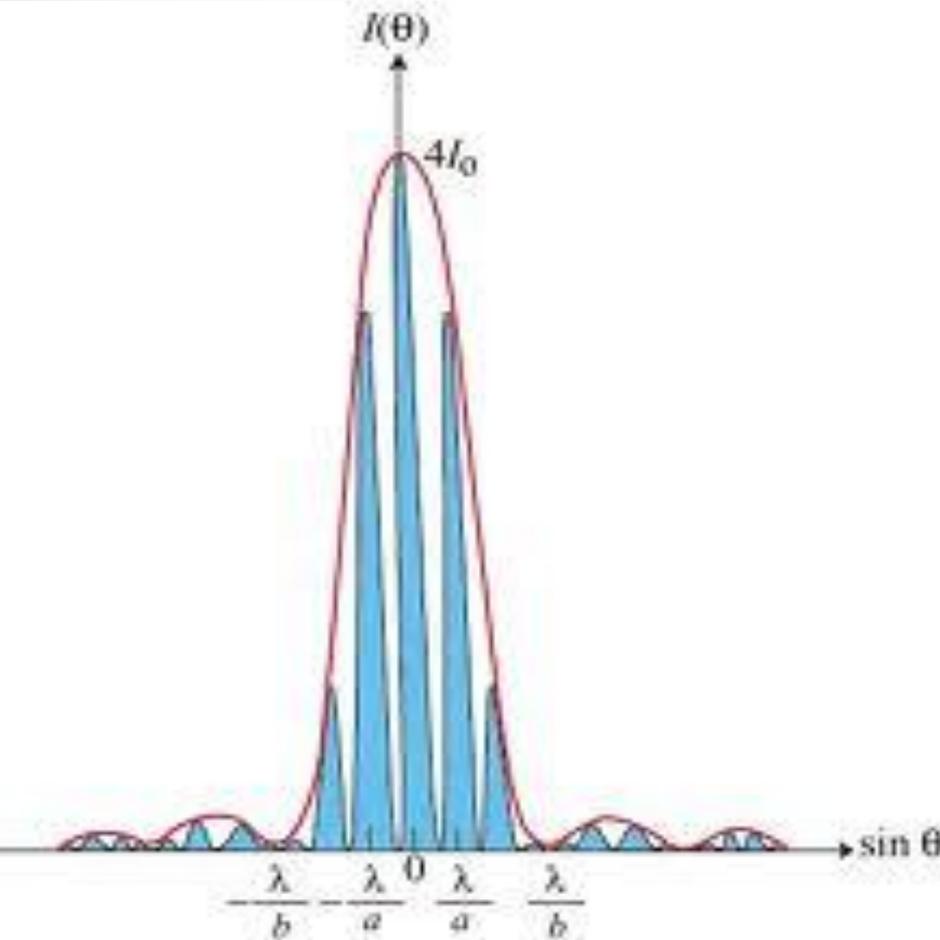
# Partículas passando por duas fendas



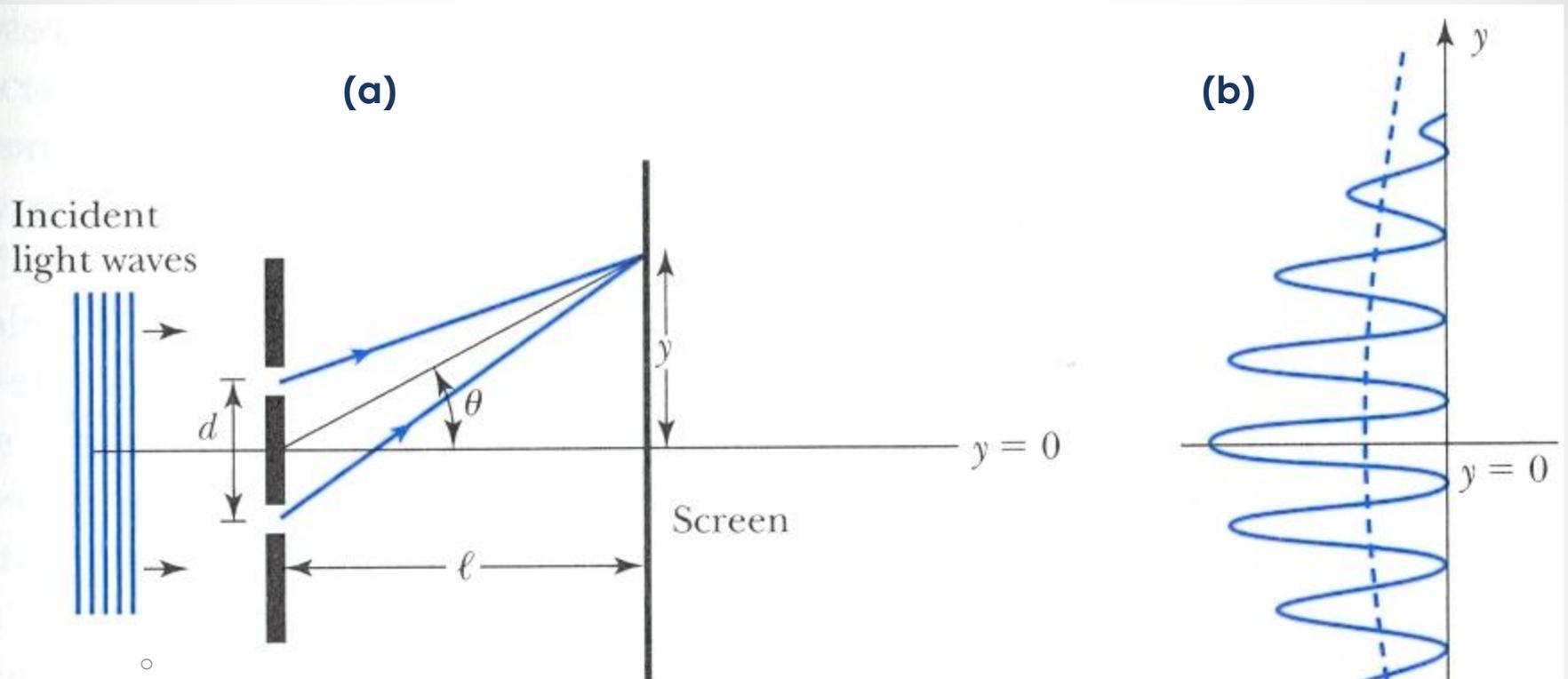
# Onda plana: difração em cada fenda e interferência de duas fendas

A intensidade na tela

A tela de frente



# O experimento de duas fendas de Young



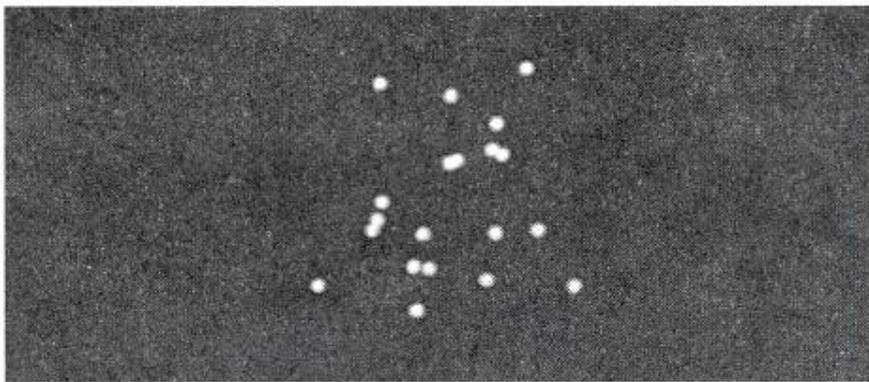
(a) Diagrama esquemático. Experimento facilmente realizado com laser como fonte de luz ( $\ell \ll d$ ). Esperado o mesmo de par fículas Materiais com o mesmo comprimento de onda.

(b) A linha sólida indica o padrão de Interferência das duas fendas superposta à difração nas fendas. Se uma das fendas for coberta se observará uma intensidade como a da linha tracejada, mas com o máximo em frente à fenda aberta, devido à difração na fenda.

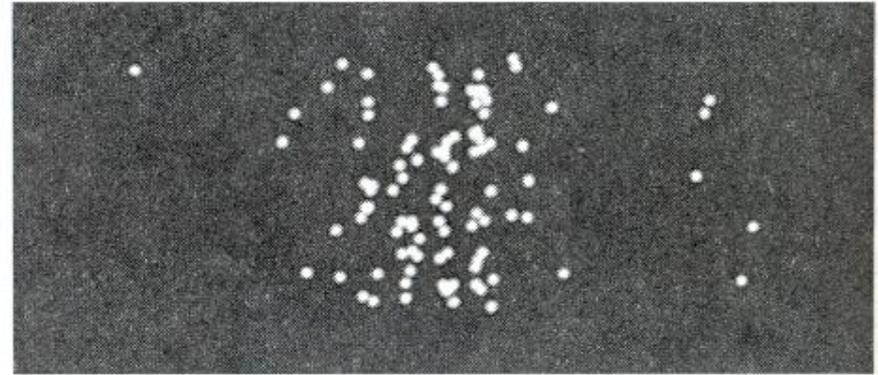
# Experimento de Young

- O experimento pode ser feito com laser , e fendas de  $\sim 600\text{nm}$  feitas mecanicamente.
- Com ambas as fendas abertas se observa a figura que é a soma de dois efeitos: (i) a difração m cada fenda, responsável pelos “máximos largos de intensidade”, intercalado com escuros mais finos, sendo o mais largo o máximo central de intensidade, (ii) com ao padrões de interferência do que passou por cada fenda, larguras “finas” de intensidades claras e escuras, dentro dos máximos mais largos.
- O entendimento da Física é que, seja radiação eletromagnética, seja partículas, o que se observa é a mesma figura, desde que sejam as mesmas condições de comprimento de onda em relação à abertura das fendas, em relação à distância entre fendas e da posição do anteparo muito maior que a distância entre fendas.

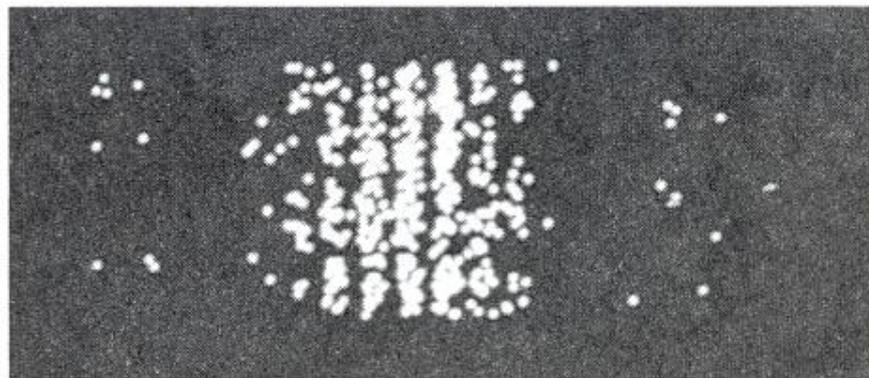
# Simulação do experimento de Young com luz ou elétrons



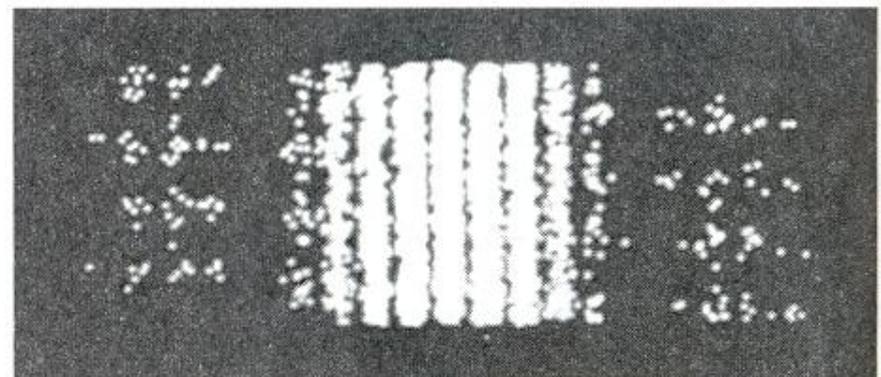
(a) 20 counts



(b) 100 counts



(c) 500 counts



(d) ~4000 counts

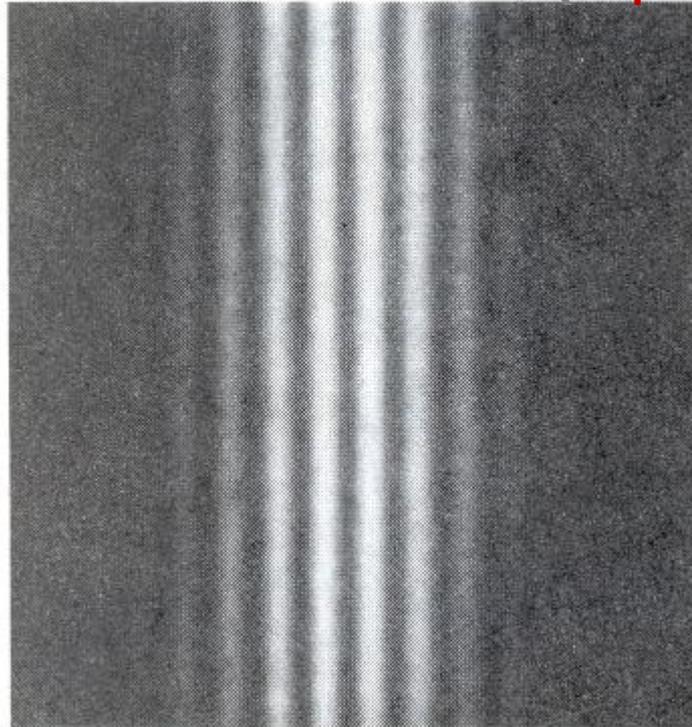
- Cálculos para largura da abertura  $a=4\lambda$ ,  $d=20\lambda$ . As quatro figuras mostram a tela para: 20, 100, 500 e 4000 contagens. A partir de 500 contagens fica claro o padrão de interferência das duas fendas.

# Luz no experimento de Young

- Quando se observa “flashes de luz” como o da figura do slide anterior com baixa contagem, cuja soma deles, após mais de 500 contagens, reproduz o fenômeno das duas interferências, Os textos atribuem estes “flashes” de luz ao “caráter corpuscular” da luz.
- **Cuidado:** Cada ponto iluminado não é o efeito de **um fóton**, já que os **olhos humanos só se sensibilizam à luz com aproximadamente 100 fótons** (ou mais) da luz.
- O que se observa é a distribuição espacial da energia eletromagnética, **compatível com a idéia de partículas (fótons) guiadas pela onda proposta por Einstein.**

# Resultado experimental com elétrons

Feixe de elétrons de 50 keV ( $\lambda=0,00536\text{nm}$ ) foram lançados sobre duas fendas de 500nm de abertura, separadas por uma distância de 2000nm e observadas na tela a 350mm das fendas (**experimento de 1961**, na Alemanha)



- **Resultado experimental de Claus Jonsson: American Journal of Physics 42, 4 (1974). © American Association of Physics.**
- *O padrão acima foi ampliado por uma série de lentes eletrônicas e finalmente observado em uma tela fluorescente com microscópio óptico. O 1º mínimo ocorre em 469nm. (REFAÇA AS CONTAS FEITAS EM AULA!).*

# Princípio de complementaridade de Bohr ~ 1932



Os aspectos corpuscular e ondulatório da partícula material (e da radiação eletromagnética) são complementares: se uma observação (medida) revela o caráter corpuscular, então é impossível que revele também o ondulatório, e vice-versa.

Ao lado: armas desenhadas por Bohr para receber a comenda de Cavaleiro da Ordem do Elefante da Dinamarca em 1947

**Contraria sunt complementa  
(contrários são complementares)**

# Niels Henrik David Bohr – físico dinamarquês

(1885 – 1962) – Prêmio Nobel de Física em 1922

Bohr e Einstein – debates acalorados...  
*sem perder a ternura!*

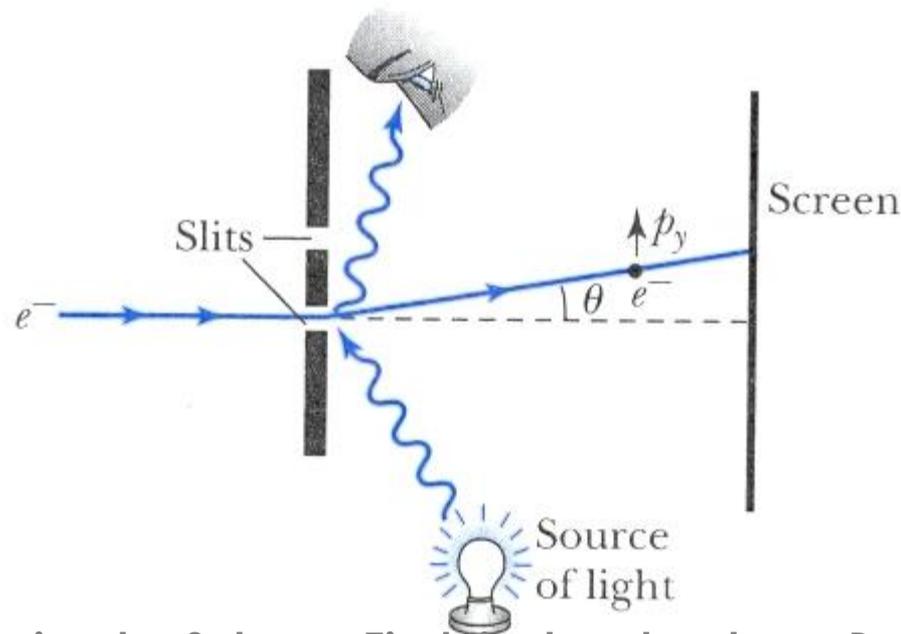


# Complementaridade na Mecânica Quântica

- [Leon Rosenfeld \(1\)](#)
- *"complementarity is not a philosophical superstructure invented by Bohr to be placed as a decoration on top of the quantal formalism, it is the bedrock of the quantal description"*.
- Em tradução livre: *"complementaridade não é uma superestrutura filosófica inventada por Bohr para ser colocada como uma decoração sobre o formalismo quântico; ela é o alicerce da descrição quântica"*
- [\(1\) "Complementarity: Bedrock of the Quantal Description"](#), Léon Rosenfeld, ed. Kalckar, et.al. (1996), em *Foundations of Quantum Physics II (1933 - 1958)*. Edição de J . Kalckar, Niels Bohr Collected Works; Elsevier. pp. 284–285.

# Experimento no debate Einstein-Bohr

- Einstein: e se for observado em qual fenda o elétron passou, o que se observa na tela? E se for fechada a fenda? O Observador “interfere” na natureza Física?



Em 1927, na conferência de Solvay, Einstein bombardeou Bohr com questões com objeções à interpretação probabilística para uma partícula colocando situações que violariam princípios básicos da Física. E o fez do café da manhã até o anoitecer. A cada “experimento de pensamento” Bohr refutou, cuidadosa e satisfatoriamente cada paradoxo apresentado. Na verdade esta discussão se prolongou até 1930 e levou Bohr ao princípio de complementaridade, e também ao entendimento vigente do princípio de incerteza de Heisenberg, acordado em uma conferência em Copenhague em 1937.

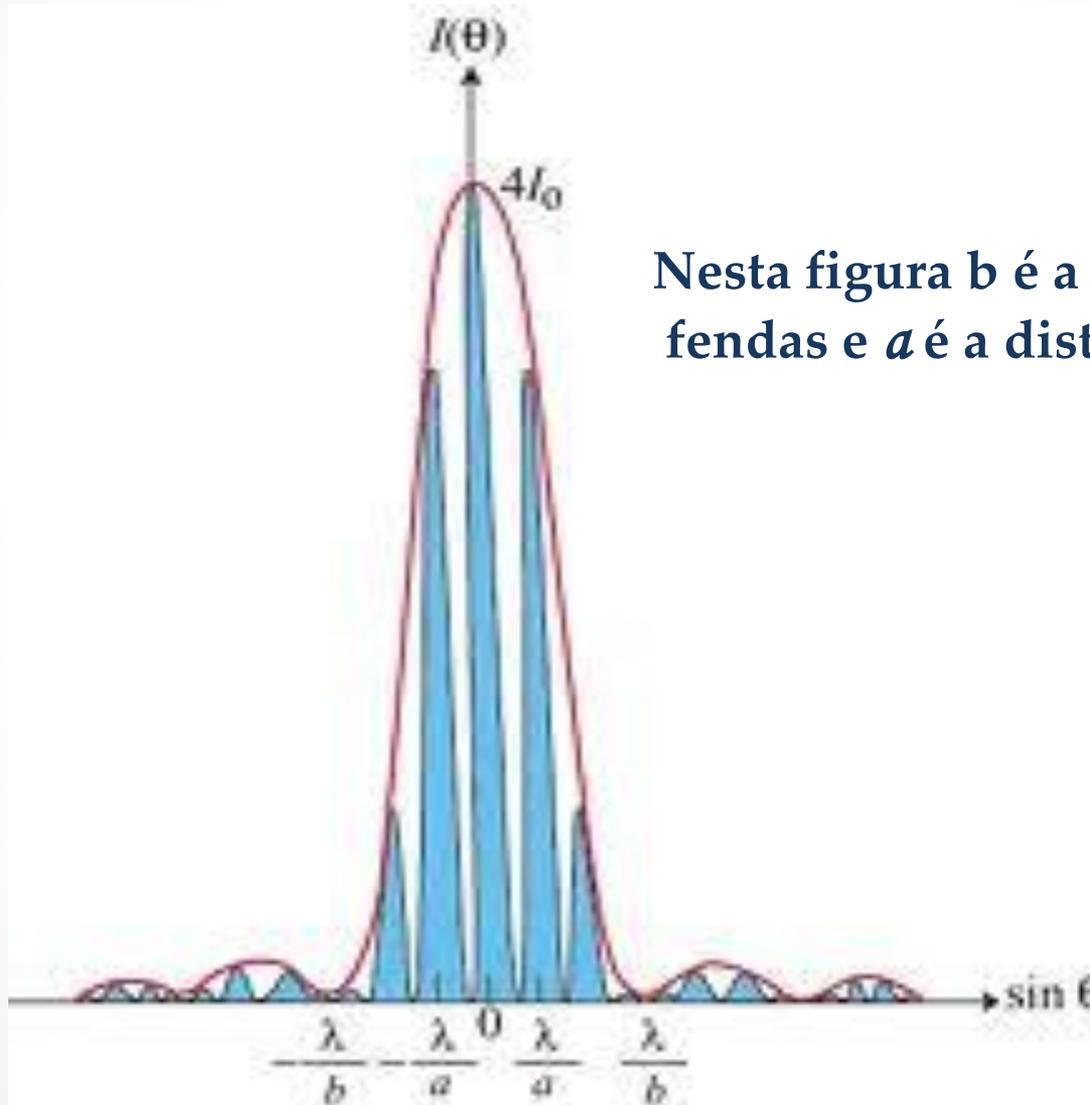
# Cuidado!!!

- **Respostas de Bohr (qualitativamente):**
- Quando observado o elétron atrás da fenda, com fóton da ordem de  $d/2$ , a figura na tela é como a da soma de cada uma das fendas fechadas.
- Não se lava a difração de uma fenda, como manda o caráter ondulatório de uma partícula. Se lava a interferência das duas fendas, mas não a difração de cada fenda.
- Reafirmando: a onda é de uma partícula. Não se trata da interferência das ondas de duas partículas, cada qual passou por uma fenda e por outra fenda (que Einstein admitia!!!). Se assim fosse, quando
- A explicação é corroborada pelo princípio de indeterminação e de incerteza.

# Complementaridade e princípio de incerteza no experimento de Young

- **Para observar a onda do elétron** ele tem que ter o comprimento de onda tal que  $\lambda_e \sim d$ , e que pela **relação** de de Broglie implica que o  $p_e \sim h/d$ . E mais, neste caso o primeiro mínimo ocorrerá em relação ao máximo central de um ângulo  $\theta_{\min} = \lambda/2d$ .
- 
- **Uma tentativa de medir em qual fenda a partícula elétron passou no experimento exige luz com fóton de comprimento de onda apropriado:**  $\lambda_f \leq d$ , ou,  $p_f \geq h/d$ . A dificuldade é que dar ao elétron, para observá-lo como partícula, um momento maior do que ele tinha, o momento é modificado de modo significativo.
- **Muda de quanto ?** Do ponto de vista do **princípio de incerteza** a influência do “empurrão” do fóton no elétron “desvia” o elétron de seu caminho de um ângulo  $\varphi = p_f/p_e \geq \lambda_e/d$  (usando  $p_f \geq h/d$  e  $p_e = h/\lambda_e$ ). Observe-se entretanto que este desvio angular é maior do que o primeiro mínimo da interferência que tem desvio angular  $\theta_{\min} = \lambda/2d$ . Ou seja, a medida que permitiu localizar a partícula elétron interferiu de modo a perder o comportamento ondulatório do elétron **como exige o princípio de complementaridade.**
-

# Intensidade versus $\sin \theta$ - duas fendas



Nesta figura  $b$  é a largura das duas fendas e  $a$  é a distância entre elas

# Cuidado - comentários!!!

- Para ter a figura da imagem das duas fendas, como se o feixe fosse de partícula, é preciso identificar mais: se a partícula passou na parte superior ou inferior de uma fenda, Isto exigiria um fóton com comprimento de onda  $\lambda/2$ . E de novo isto pode ser entendido no contexto da complementaridade e do princípio de incerteza. **Este experimento não tem análogo na luz, pois não se pode medir o fóton isolado atrás das fendas.**
- O argumento da formação da figura, como pontos formando a difração para feixes de baixa intensidade, seria o argumento que sustenta o caráter corpuscular. **Mas tenha-se em mente que isto se observa em simulações**, não exatamente em experimentos diretos
- Sim. **Há ainda quem conteste**, de forma qualificada, **se esta é a melhor descrição de uma partícula. Ninguém contesta a validade dos resultados.**