

Complementos de Mecânica Clássica

1º Trabalho - B - 2014

Considere um corpo sob ação do campo gravitacional da terra e de massa m abandonado a partir do repouso de uma altura h . A força de atrito do ar sob esse corpo é dada por $f = \pm bv^2$, onde b é uma constante, v a velocidade do corpo e a força sempre atua no sentido contrário ao movimento do corpo. Assuma que a velocidade inicial é zero e a posição inicial é uma altura grande. Considere que a aceleração da gravidade é constante durante a queda.

- a) Calcule a velocidade terminal do corpo v_T .
- b) Calcule a distância percorrida pelo corpo até atingir $0.99v_T$.

Abaixo existe uma seção de dicas para ajuda na obtenção do resultado. O uso dessas dicas é facultado ao aluno, métodos de resolução diferentes do listado abaixo também serão considerados corretos.

Dicas

- i. Estabeleça um referencial e escreva a equação diferencial da velocidade do corpo de massa m .
- ii. Note que a equação diferencial para a velocidade é uma equação de primeira ordem. Essa equação pode ser resolvida pelo método de separação. Tente reescrevê-la da seguinte maneira:

$$M(v) \frac{dv}{dt} = N(t). \quad (1)$$

- iii. A integral para obter $v(t)$ pode ser resolvida usando a relação $1 - \tanh^2 \theta = \operatorname{sech}^2 \theta$ e a substituição trigonométrica hiperbólica $u = \tanh \theta$.
- iv. É interessante ressaltar que a tangente hiperbólica é uma função ímpar $\tanh(-x) = -\tanh x$ e:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \tanh x = 1.$$

Com isso determine a velocidade terminal (v_T) tomando o limite para tempo muito grande.

- v. A velocidade terminal também pode ser obtida através da segunda lei de Newton. Por velocidade terminal entende-se o regime onde a velocidade não muda, ou seja, aceleração nula.
- vi. Calcule o tempo necessário para atingir $0.99v_T$.
- vii. Calcule a distância percorrida até o corpo atingir $0.99v_T$. Podemos economizar algumas contas utilizando a regra da cadeia, $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \frac{dx}{dt} = v \frac{dv}{dx}$.