

Caos e mecânica quântica

As áreas de caos e mecânica quântica nasceram há cerca de cem anos, mas permaneceram praticamente isoladas até a década de 1970. Hoje, o estudo quântico de sistemas não lineares, às vezes chamado caos quântico, já avança em direção às aplicações tecnológicas: é bem provável que dependam dessa teoria as propriedades dos futuros dispositivos eletrônicos.

A descoberta de que a maioria dos movimentos na mecânica clássica é extraordinariamente sensível ao estado inicial do sistema teve origem, há mais de um século, nos trabalhos sobre mecânica celeste do matemático francês Henri Poincaré (1854-1912).

Com o uso do computador, foi possível verificar a generalidade desse 'movimento caótico' para os mais variados sistemas. O exemplo citado com mais frequência é o do clima da Terra. Pequenas alterações na temperatura e pressão em uma certa região do planeta podem causar, por exemplo, nevascas, tormentas, furacões ou inundações em outras parte da Terra.

Esse foi um exemplo de comportamento caótico em um sistema físico de grandes dimensões. Entretanto, o caos também está presente em sistemas microscópicos, como grandes moléculas. A dinâmica, isto é, o modo como esses sistemas evoluem com o tempo, só pode ser descrita de modo aproximado pela mecânica clássica. Sua descrição correta exige a mecânica quântica, teoria que rege os fenômenos naturais nas dimensões moleculares, atômicas e subatômicas.

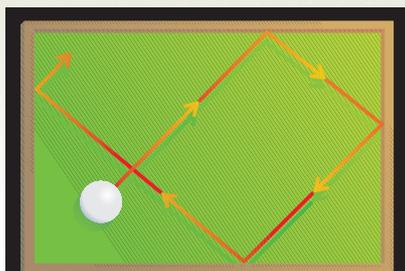


Figura 1. Um bilhar formado por uma só bola e mesa retangular sem caçapas não é caótico. Depois de quatro colisões com a borda, a trajetória da bola volta a ter a mesma direção.

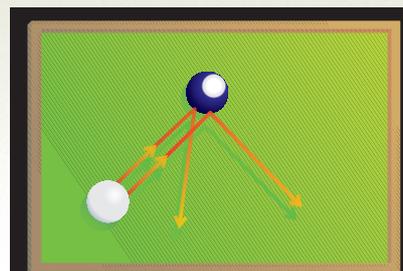


Figura 2. Fixando uma segunda bola à mesa, obtemos o chamado bilhar de Sinai. A segunda bola desfocaliza as trajetórias da primeira, gerando um movimento irregular ou caótico.

Surge assim uma pergunta intrigante: qual é o comportamento quântico de um sistema que seria caótico se tratado classicamente?

BILHAR CAÓTICO. Para se entender alguns dos problemas mais profundos da física, às vezes o melhor caminho passa por analogias divertidas. Um dos sistemas mecânicos mais simples a apresentar caos é o do jogo de bilhar.

O movimento de só uma bola em uma mesa retangular (sem caçapas) não é caótico. Como mostra a figura 1, o

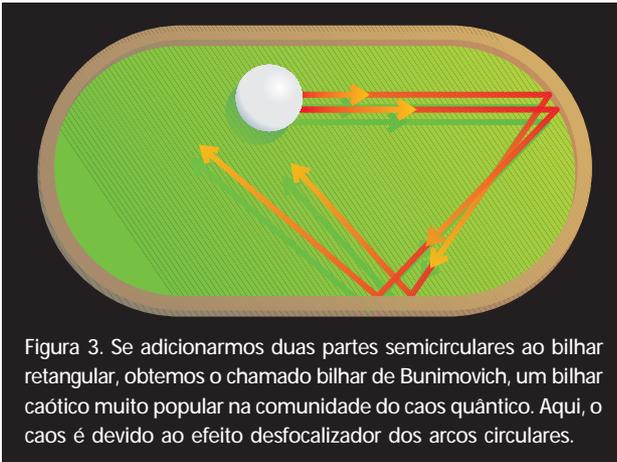


Figura 3. Se adicionarmos duas partes semicirculares ao bilhar retangular, obtemos o chamado bilhar de Bunimovich, um bilhar caótico muito popular na comunidade do caos quântico. Aqui, o caos é devido ao efeito desfocalizador dos arcos circulares.

movimento geral da bola neste caso terá sempre a mesma direção depois de quatro colisões com a borda da mesa. Uma pequena alteração na posição inicial da bola levará a um desvio de sua trajetória que cresce lentamente, enquanto duas trajetórias inicialmente paralelas permanecerão sempre paralelas.

Porém, a presença de uma segunda bola alterará fundamentalmente o movimento da primeira. Mesmo que simplifiquemos o jogo, prendendo uma bola no meio da mesa, como sugeriu o matemático russo Yacob Sinai, seu efeito será o de desfocalizar as trajetórias da outra bola, como mostra a figura 2. Podemos considerar que o papel da segunda bola é meramente o de alterar a forma do bilhar – que passou a ter uma borda interior, representada pelo contorno da bola extra.

Este é um exemplo particular de bilhar caótico. Em geral, um bilhar qualquer, mesmo com uma forma pouco irregular, será caótico. A figura 3 mostra o caso do chamado bilhar de Bunimovich, assim batizado em homenagem ao matemático russo Leonid Bunimovich. A desfocalização das trajetórias é a principal característica do caos na mecânica clássica.

COMO UMA ONDA. Quando falamos em focalizar, pensamos normalmente em raios de luz, antes de imaginar trajetórias. Em geral, na prática, estamos interessados na trajetória única de uma dada partícula, enquanto a luz que vemos é descrita como o efeito coletivo de muitos raios. A razão é que lidamos, de fato, com uma onda, da qual a óptica geométrica é apenas uma descrição aproximada.

O matemático irlandês William Hamilton (1805-1865) mostrou que podemos usar a mesma estrutura matemática para descrever tanto os raios da óptica geométrica quanto as trajetórias da mecânica clássica – por exemplo, os esguichos de uma fonte desenhando as trajetórias parabólicas das ‘partículas’ de água sujeitas à força da gravidade. A analogia entre óptica e mecânica permitiu que o físico francês Louis de Broglie (1892-1987) e o austríaco Erwin Schrödinger (1887-1961) criassem a chamada mecânica quântica ondulatória, que trata o átomo e suas subpartículas como fenômenos ondulatórios em vez de encará-los como corpúsculos.

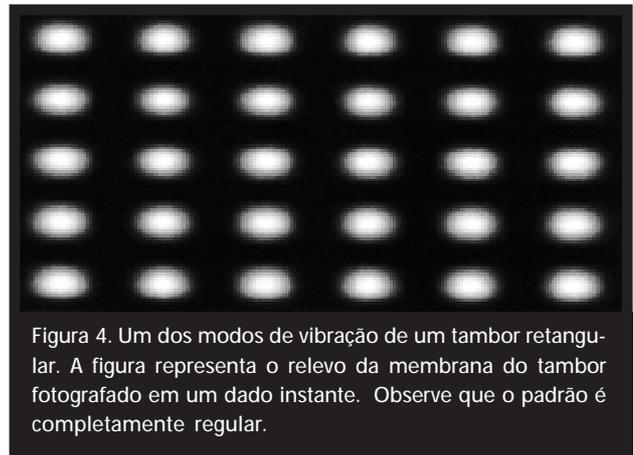


Figura 4. Um dos modos de vibração de um tambor retangular. A figura representa o relevo da membrana do tambor fotografado em um dado instante. Observe que o padrão é completamente regular.

TRABALHO CONJUNTO SOLUCIONOU PROBLEMA

Será que é possível determinar a forma de um tambor unicamente através do espectro de frequência emitido por ele?

Um dos resultados mais importantes da teoria do caos quântico se refere às propriedades do espectro de frequência de um sistema classicamente caótico, como os bilhares das figuras 2 e 3 ou também os tambores com o mesmo formato das mesas.

Hoje, sabemos que a resposta à pergunta é negativa: existem bilhares de forma diferente com o mesmo espectro. Entretanto, aprendemos muito sobre as propriedades do espectro de bilhares caóticos.

Essas propriedades estão descritas pela conjectura de Bohigas, ou seja, uma hipótese considerada provavelmente verdadeira, mas ainda não demonstrada – o nome da conjectura é homenagem ao seu idealizador, o físico catalão

Oriol Bohigas. Ela mostra que no caso dos bilhares (ou tambores) caóticos é muito menos provável haver duas frequências de vibração quase iguais do que no caso de um sistema regular, como na figura 1.

A explicação desse resultado em termos das trajetórias clássicas foi fruto de trabalho, na década de 1980, de Michael Berry e John Hannay, na Inglaterra, e Alfredo Ozorio de Almeida, atualmente no CBPF.

>>>

A FORMA DE UM TAMBOR. O problema quântico correspondente ao jogo do bilhar clássico é o de saber quais ondas cabem nas formas das figuras 1, 2 ou 3. O melhor, então, é pensar nas vibrações de um tambor, cujo contorno tenha a mesma forma da mesa de bilhar. O som que ouviremos em cada caso poderá ser decomposto em movimentos ondulatórios da membrana do tambor, de frequências diferentes. Será que podemos 'ouvir a forma de um tambor'?

Esta é uma das questões iniciais no estudo do caos quântico, formulada pelo matemático norte-americano Marc Kac. Em outras palavras, sabemos que, para cada forma de nosso tambor, corresponde uma única seqüência (ou espectro) de frequências de vibração, uma vez dada a tensão da membrana.

Será que o conhecimento desse espectro de frequências determina univocamente a forma do tambor? De fato, não é necessariamente único o tambor com um dado espectro, mas esta é uma das propriedades fundamentais de um sistema quântico (ver 'Trabalho conjunto solucionou problema').

BILHARISTAS E BATERISTAS. Além de explicar propriedades mais definidas do espectro de frequência dos sistemas quânticos, os trabalhos em caos quântico procuram entender a estrutura de cada estado, ou seja, em nossa analogia isso corresponderia à estrutura do relevo da membrana do tambor fotografado em um dado instante, quando este vibra com uma única frequência.

Aqui, de novo, a forma da borda determina esse relevo, e a distinção principal está em o movimento do bilhar correspondente ser ou não caótico. Nas figuras 4 e 5, vemos exemplos de vibrações, respectivamente, regular e caótica.

Fora os jogadores de bilhar e os bateristas de escola de samba, quem mais poderia ter interesse no caos quântico?

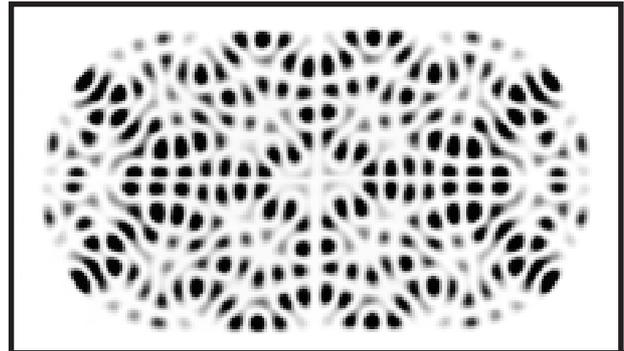


Figura 5. Um modo de vibração de um tambor com a forma do bilhar de Bunimovich. O relevo da membrana não apresenta regularidade alguma, exceto as simetrias

Entre muitas aplicações da teoria, destaca-se a tecnologia de nanoestruturas em semicondutores. Os 'pontos quânticos' minúsculos que a nanoengenharia produz para aprisionar um pequeno número de elétrons são o ponto de partida para futuras gerações de dispositivos eletrônicos. Suas formas podem ser alteradas exatamente como as dos tambores e dos bilhares que usamos como exemplo.

Os transistores atuais – de dimensões enormes se comparados com os pontos quânticos – podem ser considerados como sistemas clássicos. Em contraposição, as propriedades dos futuros dispositivos terão de ser entendidas dentro da teoria do caos quântico. ■



Raúl Oscar Vallejos (esq.) e Alfredo Miguel Ozorio de Almeida.

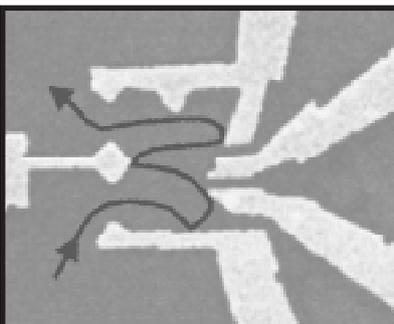


Figura 6. Microfotografia de um ponto quântico, isto é, um transistor de dimensões menores que um micrão (milionésimo de metro). As partes claras são os eletrodos, que definem as bordas deste 'bilhar' diminuto. A curva indica a trajetória hipotética de um elétron atravessando o transistor.

CAOS QUÂNTICO.

O Grupo de Caos Quântico do CBPF mantém e sedia o projeto 'Sistemas Hamiltonianos: Caos e Quantização', que é um dos projetos do Programa de Núcleos de Excelência (Pronex) e envolve pesquisadores da Universidade do Estado do Rio de Janeiro, PUC Rio de Janeiro, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Universidade Estadual de Campinas e Universidade Federal de Minas Gerais.

O objetivo do projeto, em linguagem mais técnica, é estudar o limite semiclassical de sistemas quânticos cujo limite clássico seja caótico. Os conhecimentos já estabelecidos sobre esses sistemas formam um instrumento poderoso para a compreensão de fenômenos em física atômica e nuclear e, mais recentemente, em física da matéria condensada.