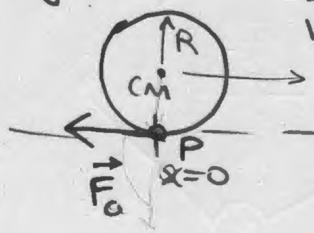
(au 18)

Ex. 16 Lista 3

Bola de boliche, raio R, massa M

$\downarrow \vec{g}$



$\vec{v}_0 \to$ lançada com $\vec{v}_0$ (sem rotação inicial)

$\hat{j}$ $\odot \hat{k}$ $\hat{i}$ $\vec{\omega}_0 = 0$

$\to x$

atrito cinético μ_c

Em $t=0$, $\vec{V}_{CM} = \vec{V}_0$

$\vec{\omega}_0 = \vec{\omega}(t=0) = 0$

$\to$ com relação ao CM.

ⓐ Depois de um tempo t_d, a bola rola sem deslizar.

Inicialmente,

$\to$ atrito cinético

$\vec{V}_0 = v_0 \hat{i}$, $\vec{F}_a = -\mu_c |\vec{N}| \hat{i} = -\mu_c M g \hat{i}$

2ª lei $\quad M\vec{A} = -\mu_c g M \hat{i} \Rightarrow \vec{A} = -\mu_c g \hat{i} \to \vec{cte}$

Então, coordenada x do CM evolui como

$$X(t) = \underbrace{\cancel{X_0}}_{}^{0 \text{ por hipótese}} + V_0 t + \frac{a t^2}{2} = v_0 t - \frac{\mu_c g t^2}{2}$$

do CM

$\Rightarrow \boxed{V_x(t) = V_0 - \mu_c g t}$ até ele começar a rolar sem deslizar.

Por outro lado, a $\vec{F}_a$ gera torque com relação ao CM.

$$\vec{\tau}' = \vec{R} \times \vec{F}_e = -R\hat{j} \times (-\mu_c g M \hat{i}) = -\mu_c g M R \hat{k}$$

↳ eixo de rotação é o eixo de simetria que cruza CM. Então

$$I_{cm}^{(esfera)} = \frac{2}{5} M R^2$$

$$\vec{\tau}' = I_{cm} \vec{\alpha} \Rightarrow \vec{\alpha} = \frac{\vec{\tau}'}{I_{cm}} = \frac{-\mu_c g M R}{\frac{2}{5} M R^2} \hat{k} \quad \text{então}$$

$\Rightarrow \vec{cte}$?

$$\vec{\alpha} = -\frac{5}{2} \frac{\mu_c g}{R} \hat{k} \quad \text{então} \quad \vec{\omega}(t) \text{ (simetria)}$$

$$\vec{\omega}(t) = \cancel{\vec{\omega}_0} + \vec{\alpha} t = -\frac{5}{2} \frac{\mu_c g}{R} t \hat{k} = -\omega \hat{k}$$

$\vec{\omega}_0 = 0$ (por hipótese)

Quando rola sem deslizar depois de um tempo t_d velocidade instantânea do ponto $P = 0$

$$\vec{V}_p(t_d) = \vec{V}_{cm}(t_d) + \vec{\omega}(t_d) \times (-R\hat{j}) = 0$$

$$\Rightarrow (V_0 - \mu_c g t_d)\hat{i} + \left(-\frac{5}{2} \frac{\mu_c}{R} g t_d \hat{k}\right) \times (-R\hat{j}) = 0$$

$$\Rightarrow (V_0 - \mu_c g t_d)\hat{i} - \frac{5}{2} \frac{\mu_c}{\cancel{R}} g t_d \cancel{R} \hat{i} = 0$$

$$V_0 = \mu_c g t_d + \frac{5}{2} \mu_c g t_d = \frac{7}{2} \mu_c g t_d$$

Então, $t_d = \frac{2V_0}{7\mu_c g}$ → tempo que leva para rolar sem deslizar (resposta item b)//.

Para calcular a distância $\underline{\underline{d}}$ ~~ponde~~ isso acontece, fazemos:

do centro de massa

$$X(t_d) = d = \cancel{x_0} + V_0 t_d - \frac{\mu_c g}{2} t_d^2 = \frac{2V_0^2}{7\mu_c g} - \frac{\cancel{\mu_c g}}{2}\frac{4V_0^2}{49\mu_c^2 g^2}$$

$$d = \frac{2V_0^2}{7\mu_c g} - \frac{2V_0^2}{49\mu_c g} = \frac{2V_0^2}{7\mu_c g}\left(1 - \frac{1}{7}\right) = \frac{12V_0^2}{49\mu_c g} \;//$$

→ resposta letra ⓐ.

ⓒ Qual é a velocidade $V_{cm}(t_d) = \underline{\underline{\omega(t_d)}}R$?

→ começa a rolar sem deslizar

$$\omega(t_d) = \frac{5}{2}\frac{\mu_c g}{R} t_d \Rightarrow V_{cm}(t_d) = \frac{5}{2}\frac{\mu_c g}{\cancel{R}} t_d \cancel{R}$$

$$\Rightarrow V_{cm}(t_d) = \frac{5}{\cancel{2}}\cancel{\mu_c g}\frac{\cancel{2}V_0}{7\cancel{\mu_c g}} = \frac{5}{7}V_0 \;//$$

→ essa é a velocidade do CM nesse instante que começa a rolar

Introdução aos efeitos giroscópicos

Vimos que se o vetor $\vec{\omega}$, que caracteriza o eixo de rotação, for <u>um eixo de simetria</u> da distribuição de massa então $\underline{\vec{L} \parallel \vec{\omega}}$.

Caso $\vec{\omega}$ não seja um eixo de simetria, a relação entre $\vec{L}$ e $\vec{\omega}$ fica mais complicada.

Na realidade, em geral a relação entre $\vec{L}$ e $\vec{\omega}$ é dada pela <u>matriz de inércia</u>

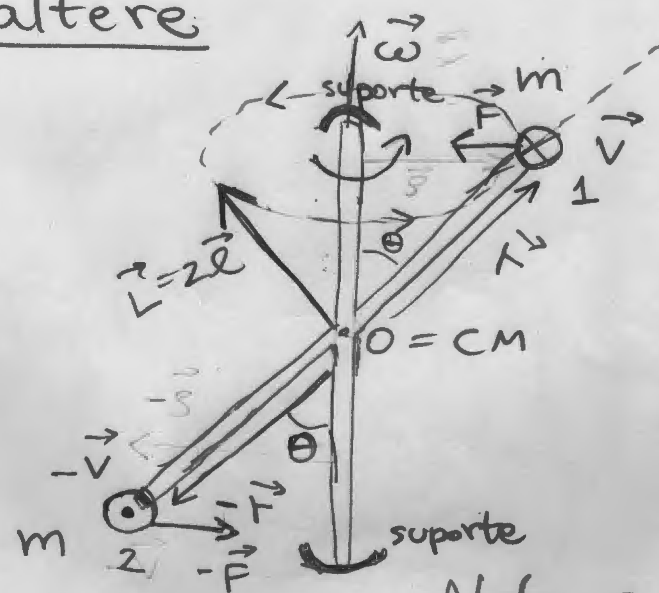
$$L_i = \sum_{j=1}^{3} I_{ij}\,\omega_j \quad , \quad I_{ij} \rightarrow \text{matriz } 3\times 3 \text{ simétrica}$$

(falar da <u>não comutatividade das rotações</u>)

<u>Pode-se mostrar</u> (para qq corpo) que é sempre possível fazer uma combinação de rotações ao redor do eixo x, y, e z de tal forma que encontramos três eixos mutuamente perpendiculares (em geral diferentes de x, y, z) tais que para uma rotação em torno desses eixos $i = 1, 2, 3$

Esses eixos são chamados eixos principais e ao redor de cada um deles temos momentos de inércia I_1, I_2, e I_3. Eixo de simetria é um eixo principal.

Ex: Haltere



(reação dela no suporte → leva ao desgaste dele)

$\vec{F}$ → centrípeta
$-\vec{F}$ → forma um binário

$$\vec{\ell}_1 = m\vec{r}\times\vec{v}$$

$$\vec{\ell}_2 = m(-\vec{r})\times(-\vec{v}) = \vec{\ell}_1$$

$$\vec{L} = \vec{\ell}_1 + \vec{\ell}_2 = 2m\vec{r}\times\vec{v}$$

Note que $\vec{L}$ está rodando ao redor de $\vec{\omega}$ → Isso é chamado

$\boxed{\text{Precessão}}$

$$\vec{\tau} = \vec{r}\times\vec{F} + (-\vec{r})\times(-\vec{F}) = 2\vec{r}\times\vec{F}$$

→ devido às forças centrípetas

Mas vimos que $\underbrace{\vec{F}}_{\text{centrípeta}} = m(\overbrace{\vec{\omega}\times\vec{v}}^{\text{acel. centrípeta}})$

Assim $\vec{r}\times\vec{F} = m\,\vec{r}\times(\vec{\omega}\times\vec{v}) = m\vec{\omega}\,\underbrace{\cancel{(\vec{r}\cdot\vec{v})}}_{0} - m\vec{v}\,(\vec{r}\cdot\vec{\omega})$

$$= -m\vec{v}\,r\omega\cos\theta$$

então $\vec{\tau}' = -2m\vec{v}\, r\omega\cos\theta$

Mas note que $\vec{\omega}\times\vec{L} = 2m\,\vec{\omega}\times(\vec{r}\times\vec{v})$

$$\vec{\omega}\times\vec{L} = 2m\left[\vec{r}\,\cancel{(\vec{\omega}\cdot\vec{v})}^{\,0} - \vec{v}(\vec{\omega}\cdot\vec{r})\right] = -2m\vec{v}\,r\omega\cos\theta$$

Assim, $\boxed{\vec{\tau}' = \dfrac{d\vec{L}'}{dt} = \vec{\omega}\times\vec{L}'}$ → torque faz $\vec{L}$ girar em torno da direção de $\vec{\omega}$ com freq. angular ω

precessão

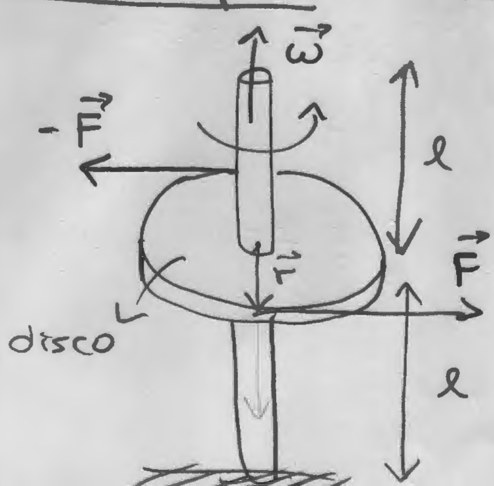
(Note que existe a relação de Jacobi

$$\vec{r}\times(\vec{\omega}\times\vec{v}) + \vec{\omega}\times(\vec{v}\times\vec{r}) + \vec{v}\times\cancel{\overbrace{(\vec{\omega}\times\vec{r})}^{\vec{v}}} = 0$$ → poderia ter usado isso para mostrar que $\vec{\tau}' = \vec{\omega}\times\vec{L}$)

$$\Rightarrow \vec{r}\times(\vec{\omega}\times\vec{v}) = -\vec{\omega}\times(\vec{v}\times\vec{r}) = \vec{\omega}\times(\vec{r}\times\vec{v})\ )$$

Giroscópio: Imagine o sistema

!!! (rotação muito rápida!)



comprimento = 2ℓ

Note que $\vec{\omega}$ é eixo de simetria então $\vec{L}' \parallel \vec{\omega}$.

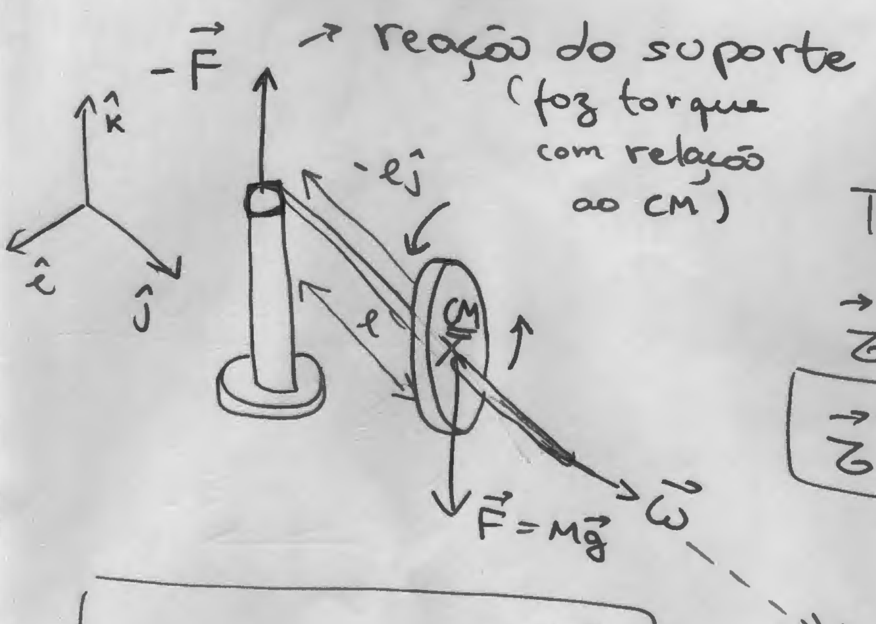
Ao aplicarmos o binário $\vec{F}, -\vec{F}$ gera torque $\vec{\tau}'$ na mesma direção de $\vec{\omega}$ e, por conseguinte, $\vec{L}'$.

$\boxed{\vec{\tau}' \parallel \vec{\omega} \parallel \vec{L}'}$ então simetria $\Rightarrow \vec{L}' = I\vec{\omega}$

e $\Delta \vec{L}' = I \Delta \vec{\omega} = \vec{\tau}' \Delta t \Rightarrow$ torque aumenta ou diminui $\vec{\omega}$ e assim aumenta ou diminui $\vec{L}$.

O que acontece se $\vec{\tau}' \perp \vec{L}'$?

Imagine que



$\vec{\omega} = \omega \hat{\jmath}$

$-\vec{F} = Mg\hat{k}$

Torque com relação ao $\underline{\underline{CM}}$

$\vec{\tau}' = (-\ell \hat{\jmath}) \times (-\vec{F})$

$$\boxed{\vec{\tau}' = -\ell M g \hat{\imath}}$$

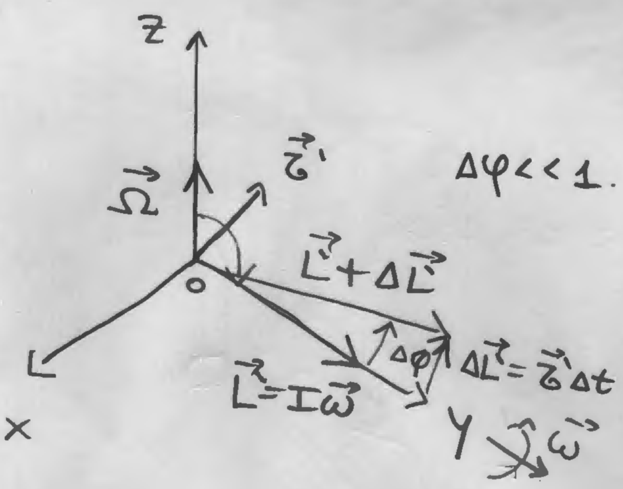
$$\boxed{\vec{L}' = I\vec{\omega} = I\omega\hat{\jmath}}$$

$\boxed{\text{Assim } \vec{\tau}' \perp \vec{L}'}$

Note, entretanto que $\frac{d}{dt}\vec{L}'^2 = 2\,\vec{L}'\cdot\frac{d\vec{L}'}{dt} = 2\vec{L}'\cdot\vec{\tau}' = 0$

⊛ Assim, um $\vec{\tau}' \perp \vec{L}'$ somente <u>altera</u> a direção de $\vec{L}'$ e não sua <u>magnitude</u> !!!

⊛ Quando o corpo gira, $\vec{\tau}'$ roda e $\vec{L}'$ tenta "alcançá-lo" mas não consegue porque estão sempre perpendiculares.



tamanho arco

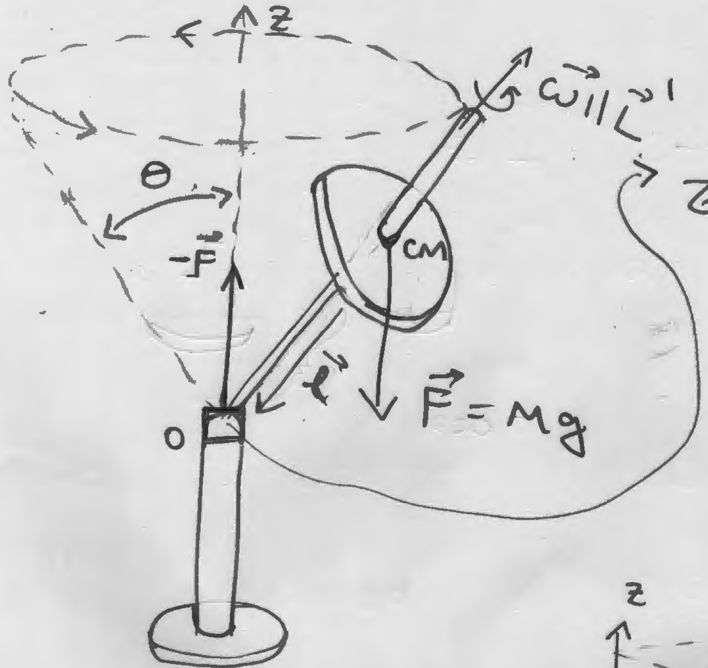
$\Delta L' = \tau'\Delta t = \widehat{L'\Delta\varphi}$ assim

$\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\tau'}{L'}$ e definindo

$$\Omega = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\tau'}{L'} = \frac{Mg\ell}{I\omega}$$

e vemos que $\boxed{\vec{\tau}' = \frac{d\vec{L}'}{dt} = \vec{\Omega}\times\vec{L}'}$ (como antes).
para o altere

Agora imagine que a haste faz um ângulo θ com o braço.



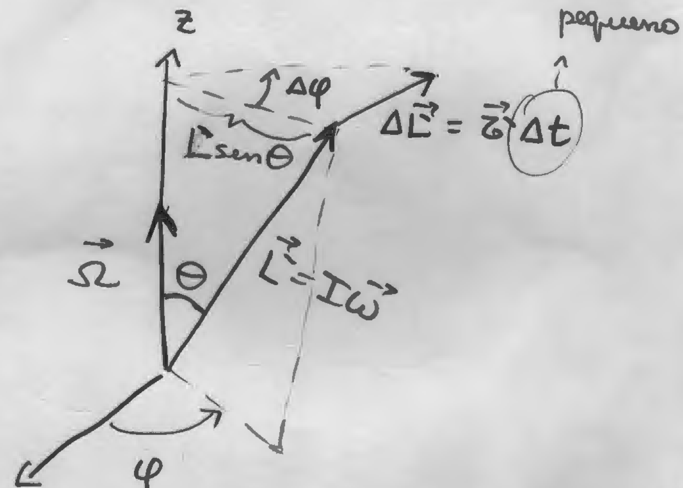
torque

$\tau' = Mgl\,\text{sen}\,\theta$

$\boxed{\vec{l} \parallel \vec{\omega}}$

$\Downarrow$

$\vec{L} = I\vec{\omega} \rightarrow \vec{\tau}' \perp$ plano dado por $\vec{L}'$ e $\vec{F}$



$\boxed{\Delta\vec{L}' \perp \vec{L}'}$

Pelo desenho vemos que $\Delta L' = \underbrace{(L'\,\text{sen}\,\theta)\,\Delta\varphi}_{\text{arco}} = \tau'\,\Delta t$

$$\Rightarrow \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \rightarrow \frac{d\varphi}{dt} = \Omega = \frac{\tau'}{L'\,\text{sen}\,\theta} = \frac{Mgl\,\cancel{\text{sen}\,\theta}}{I\omega\,\cancel{\text{sen}\,\theta}} = \frac{Mgl}{I\omega}$$

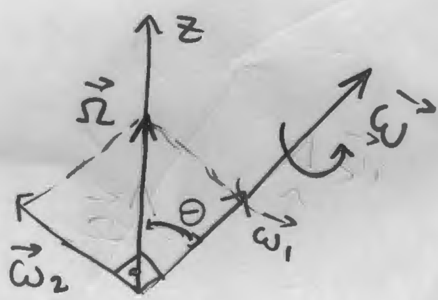
idêntica ao que tínhamos antes quando $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Vemos que $\tau' = Mgl\,\text{sen}\,\theta = \frac{Mgl}{I\omega} I\omega\,\text{sen}\,\theta = |\vec{\Omega} \times \vec{L}'|$

e $\boxed{\vec{\tau}' = \frac{d\vec{L}'}{dt} = \vec{\Omega} \times \vec{L}'}$

⊛ Note que nesse mov. o CM descreve um movimento circular uniforme de velocidade angular $\vec{\Omega}$ em torno do eixo z.

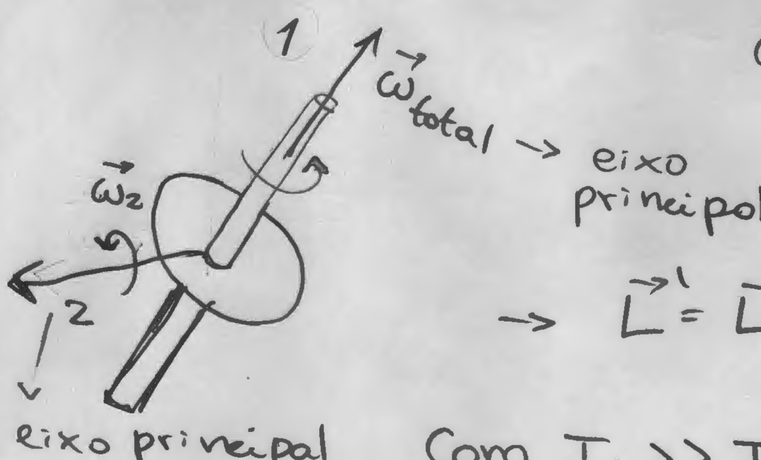
⊛ Essa análise acima é válida somente quando $\frac{I\omega^2}{2} \gg Mg\ell$. Caso isso não ocorra, temos que levar em consideração o fato de que



Decompõe-se
$\vec{\Omega} = \vec{\omega}_1 + \vec{\omega}_2$

$\vec{\omega}_2 \perp \vec{\omega}$ e $\vec{\omega}_1 \parallel \vec{\omega}$ → rotação ao longo do eixo de fato fica com

$\vec{\omega}_{total} = \vec{\omega} + \vec{\omega}_1$



→ $\vec{L}' = \vec{L}_1' + \vec{L}_2' = I_1\vec{\omega}_1 + I_2\vec{\omega}_2$

→ Note que $\vec{L}'$ não é exatamente $\parallel \vec{\omega}_1$

Com $I_1 \gg I_2$
(para que "goste" de ficar rodando no eixo do giroscópio)

(*) Se I_2 não for desprezível, é possível que o giroscópio precesse com freq. angular $\frac{I_1\omega_1}{I_2\cos\theta} >> \omega_1$ → <u>precessão rápida</u> muito difícil de observar (depende de ajuste das condições iniciais).

$\boxed{\Omega << \omega_1}$

(rotação ao redor)

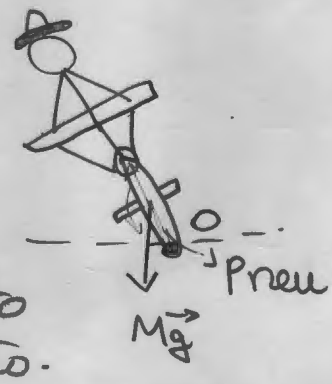
(*) A precessão com freq. $\frac{Mgl}{I_1\omega_1} << \omega_1$

⇒ <u>precessão regular</u> ⇒ $\boxed{I_1\omega_1^2 >> Mgl}$

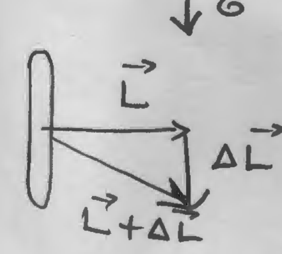
(*) Pião ⇒ giroscópio cuja precessão vem do torque devido à força peso.

(*) <u>Motocicleta</u>:

devido ao torque da força peso. Com relação ao pto de contato "O" com o chão.

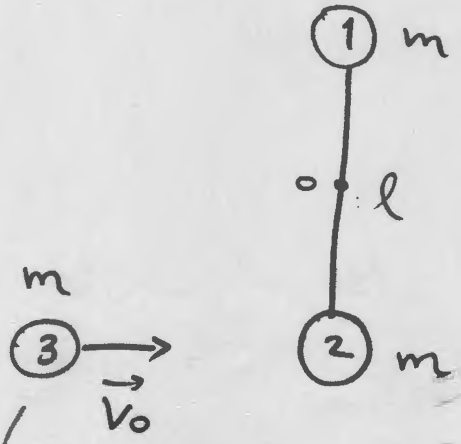


Visto de cima



$\vec{L}$ precessa

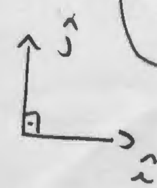
⑤ Lista 3



$\vec{V_0} = V_0 \hat{i}$

Dados

$V_0 = 3 \frac{m}{s}$, $l = 0,3\,m$

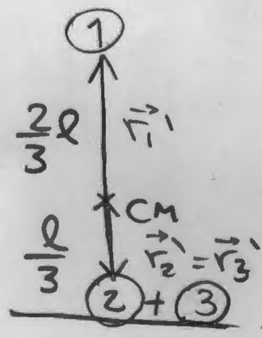


↳ colide com 2 e gruda.

Descreva completamente o movimento do sistema.

Conservação de momento: $\vec{P}_0 = m\vec{V}_0 = \vec{P}_{tot}$ (antes

Depois, CM está



$m\vec{r_1}' + m\vec{r_2}' + m\vec{r_3}' =$

$(m r_1 - 2m r_2)\hat{j} = 0$

$r_1 = 2r_2$ mas

$r_1 + r_2 = l$

$\Rightarrow r_1 = l - r_2$

$l - r_2 = 2r_2$

$\Rightarrow r_2 = \frac{l}{3}$ //.

No fim

$\vec{P}_{tot} = \vec{P}_{CM} = 3m\vec{V}_{CM} = m\vec{V_0}$

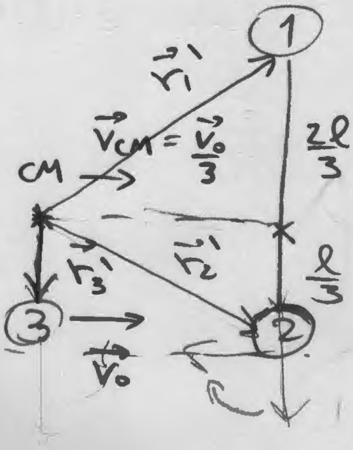
$\boxed{\vec{V}_{CM} = \frac{\vec{V_0}}{3}}$ // → CM anda com $\frac{\vec{V_0}}{3}$ // → é velocidade constante!

$\boxed{\sum \vec{F}_R^{ext} = 0}$

Além disso, o sistema roda em relação ao CM.

$\sum \vec{\tau}'_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{L}' = \vec{cte}$ → conservação de momento angular.

↓ relação ao CM = 0



$\odot \vec{\omega}$

antes (no ref. do CM)

$$\vec{L}_3' = \vec{r}_3' \times \left(m \frac{2\vec{v}_0}{3}\right) = \frac{\ell}{3}(-\hat{j}) \times m\frac{2}{3}$$

$$= \frac{2m\ell}{9} v_0 \, \hat{k}$$

$$\vec{L}_2' = \vec{r}_2' \times \left(-m\frac{\vec{v}_0}{3}\right) = \left(-\frac{\ell}{3}\hat{j}\right) \times \left(-\right.$$

$$= -\frac{\ell m v_0}{9} \hat{k}$$

$$\vec{L}_1' = \vec{r}_1' \times \left(-\frac{m\vec{v}_0}{3}\right) = \left(\frac{2\ell}{3}\hat{j}\right) \times \left(-\frac{m v_0}{3}\right.$$

$$= \frac{2m\ell v_0}{9} \hat{k}$$

$$\vec{L}_{tot}' = \frac{3m\ell v_0}{9}\hat{k} = \frac{m\ell v_0}{3}\hat{k}$$ (antes de colidir)

Conservação de momento angular:

Depois de colidir

$\boxed{\vec{\omega} = \omega \hat{k}}$

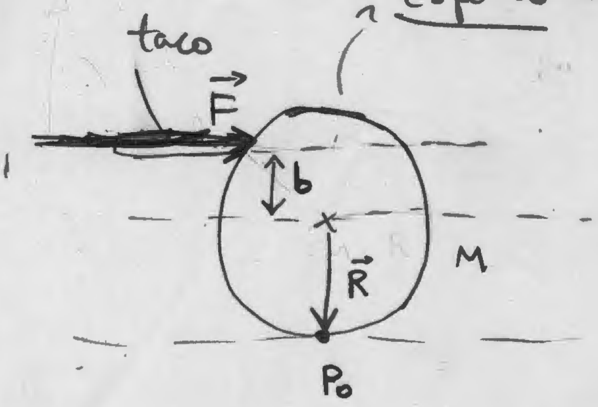
$$I_{CM} = m\left(\frac{2\ell}{3}\right)^2 + 2m\left(\frac{\ell}{3}\right)^2 = m\frac{4\ell^2}{9} + 2$$

$$= \frac{6m\ell^2}{9} = \frac{2m\ell^2}{3}$$

$\frac{3}{2\ell \cdot 3} = \frac{1}{2}$

$$\vec{L}' = I_{cm}\vec{\omega} \Rightarrow \cancel{m}\cancel{\ell} v_0 = 2\cancel{m}\ell^{\cancel{2}}\omega \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{v_0}{2\ell} = }$$

Ex: Bola de bilhar



esfera $I_{CM} = \frac{2}{5} MR^2$

b = parâmetro de impacto

taco exerce força $\vec{F}$ no plano xy.

$\hat{j}$ $\odot\hat{k}$ $\hat{i}$

$\vec{F} = F\,\hat{i}$

$\Rightarrow$ Força de contato: Impulso inicial transmitido

$$\Delta \vec{P} = \vec{F}\Delta t = MV_0\,\hat{i} \Rightarrow$$ momento inicial do CM após a tacada (em $t=0$)

Força $\vec{F}$ exerce torque com relação ao CM.

$$\vec{\tau}'^{(ext)} = -bF\,\hat{k} \Rightarrow \Delta\vec{L}' = \vec{\tau}'^{(ext)}\Delta t$$

Mas $\Delta\vec{L}' = I_{CM}\vec{\omega}_0$, onde $\vec{\omega}_0 \to$ velocidade angular inicial de rotação com relação ao CM.

$$\Delta\vec{L}' = -bF\Delta t\,\hat{k} = \frac{2}{5}MR^2\vec{\omega}_0$$

$$\Rightarrow \vec{\omega}_0 = \frac{5}{2MR^2}\left(bF\Delta t\right)(-\hat{k})$$ mas vimos

que $F\Delta t = MV_0 \Rightarrow \vec{\omega}_0 = \frac{5b}{2MR^2}MV_0(-\hat{k}) = \frac{5bV_0}{2R^2}(-\hat{k})$ //

Então, imediatamente após a tacada CM sai com $\underline{\underline{V_0 \hat{\imath}}}$ e rotação em relação ao CM de $\underline{\underline{\vec{\omega}_0}}$. Estas são as <u>condições iniciais</u> que devemos usar para entender o movimento da bola com o tempo depois.

<u>Velocidade de deslizamento</u>: É a velocidade do ponto P_0 (contato com o chão). Qual seu valor inicial?

$$\vec{V}_{P_0} = \vec{V}_0 + \vec{\omega}_0 \times \vec{R} = V_0 \hat{\imath} + \frac{5}{2}\frac{b}{R^2} V_0 (-\hat{k}) \times (-R\hat{\jmath})$$

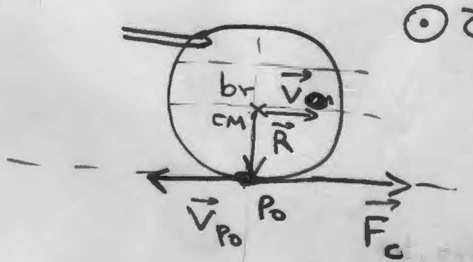
$$\vec{V}_{P_0} = V_0 \left(1 - \frac{5b}{2R}\right) \hat{\imath} \quad //$$

Então para ser rolamento puro (i.e, sem deslizamento)

$$\vec{V}_{P} = 0 \Rightarrow \text{ou } b = \boxed{b_T = 2R}$$

Então, $\vec{V}_{P_0} = V_0 \left(1 - \dfrac{b}{b_r}\right)\hat{i}$

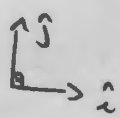
Se $b > b_r$, chamada de <u>tacada alta</u>, a velocidade inicial de deslizamento de $\vec{V}_{P_0}$ se opõe a velocidade do CM.



(força de atrito cinética)

$\odot\ \vec{\tau}'_{ext}$

$\rightarrow$ Torque $\vec{\tau}'_{ext} = \vec{R} \times \vec{F}_c =$

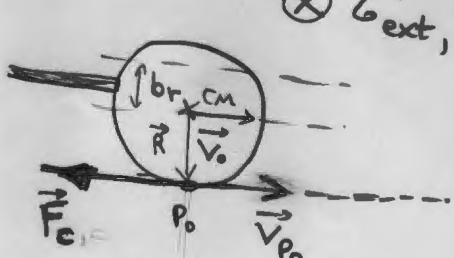


$= (-R\hat{j}) \times F_c\,\hat{i} = F_c R\,\hat{k}$

Se $b < b_r$, chamada de <u>tacada baixa</u>, então $\vec{V}_{P_0}$ mesma direção do $\vec{V}_0$ do CM inicialmente.

$\otimes\ \vec{\tau}'_{ext}$,

$$\boxed{\begin{aligned}\vec{\tau}'_{ext} &= \vec{R} \times \vec{F}_c = (-R\hat{j}) \times (-F_c\,\hat{i}) \\ &= -RF_c\,\hat{k}\end{aligned}}$$



Vamos continuar fazendo o caso da <u>tacada baixa</u>.

Translação do CM.

$$\frac{d\vec{P}_{CM}}{dt} = \vec{F}_R^{(ext)} \Rightarrow M\vec{A} = \cancel{\vec{P} + \vec{N}} + \vec{F}_c$$

$$\vec{A} = \ddot{x}\,\hat{i} + \ddot{y}\,\hat{j} \Rightarrow \ddot{y} = 0 \text{ (equilíbrio em } y\text{)}$$

coef. atrito cinético

$$M\ddot{x} = -\mu_c\,|\vec{N}| = -\mu_c M g \rightarrow$$ Força de atrito atua aqui na translação do CM apenas enquanto houver deslizamento.

Rotação em torno do CM

$\rightarrow$ eixo de simetria

$$\vec{\tau}^{(ext)} = -RF_c\,\hat{k} = I_{cm}\,\vec{\alpha} \Rightarrow \quad I_{cm} = \frac{2MR^2}{5}$$

$$\Rightarrow \frac{2MR^2}{5}\vec{\alpha} = -R\mu_c M g \Rightarrow \vec{\alpha} = -\frac{5}{2}\mu_c \frac{g}{R}\,\hat{k}$$

Velocidade linear (MUA) do CM (eixo x)

$$\boxed{V_{cm}(t) = V_0 + \ddot{x}\,t = V_0 - \mu_c g t}$$

Velocidade angular

$$\vec{\omega}(t) = \vec{\omega}_0 + \vec{\alpha} t = \frac{5}{2}\frac{b}{R^2} V_0 (-\hat{k}) - \frac{5}{2}\mu_c \frac{gt}{R}\hat{k}$$

$$\vec{\omega}(t) = -\frac{5}{2R}\left(\frac{b}{R}V_0 + \mu_c g t\right)\hat{k}$$

Então, a velocidade de deslizamento do ponto de contato no instante t é

$$\vec{V}_{P_0}(t) = \vec{V}_{cm}(t) + \vec{\omega}(t) \times \vec{R}$$

$$= (V_0 - \mu_c g t)\hat{i} + \left(\frac{b}{R}V_0 + \mu_c g t\right)\left(-\frac{5}{2R}\hat{k}\right) \times (-R\hat{j})$$

$$\vec{V}_{P_0}(t) = \left[V_0 - \mu_c g t - \left(\frac{b}{R}V_0 + \mu_c g t\right)\frac{5}{2}\right]\hat{i}$$

$$\boxed{\vec{V}_{P_0}(t) = V_0\left(1 - \frac{5}{2}\frac{b}{R}\right)\hat{i} - \frac{7}{2}\mu_c g t\,\hat{i}}$$

Com o passar do tempo esse $\vec{V}_{P_0}(t)$ se anula em $\boxed{t_1 = \frac{2}{7}\frac{V_0}{\mu_c g}\left(1 - \frac{5}{2}\frac{b}{R}\right)}$ // A partir desse momento, a bola vai rolar sem deslizar.

A velocidade do CM ~~no~~ no instante t_1 é

$$V_{CM}(t_1) = V_0 - g\mu_c t_1 = V_0 - \frac{2V_0}{7\cancel{\mu_c g}}\left(1-\frac{5b}{2R}\right)\cancel{g\mu_c}$$

$$V_{CM}(t_1) = \frac{5}{7}V_0 + \frac{5}{7}V_0\frac{b}{R} = \frac{5}{7}V_0\left(1+\frac{b}{R}\right)$$

$$\boxed{\vec{V}_{CM}(t_1) = \frac{5}{7}V_0\left(\frac{R+b}{R}\right)\hat{i}}$$

Para $t > t_1$, o atrito cinético é substituído pelo atrito estático e a bola entra em rolamento puro com $\boxed{\vec{V}_{CM}(t_1)}$ e

$$\vec{\omega}(t_1) = -\frac{5}{2R}\left[\frac{b}{R}V_0 + \cancel{\mu_c g}\frac{2V_0}{7\cancel{\mu_c g}}\left(1-\frac{5b}{2R}\right)\right]\hat{k}$$

$$\vec{\omega}(t_1) = -\frac{5V_0}{2R}\left[\frac{2}{7} + \frac{b}{R} - \frac{5}{7}\frac{b}{R}\right]\hat{k}$$

$$\boxed{\vec{\omega}(t_1) = -\frac{5}{2R}V_0\left[\frac{2}{7}+\frac{2}{7}\frac{b}{R}\right]\hat{k} = -\frac{5}{7}\frac{V_0}{R}\left(\frac{R+b}{R}\right)\hat{k}} \quad //$$

Quando rolamento puro começa, $\vec{F}_a$ estática não