Colisões

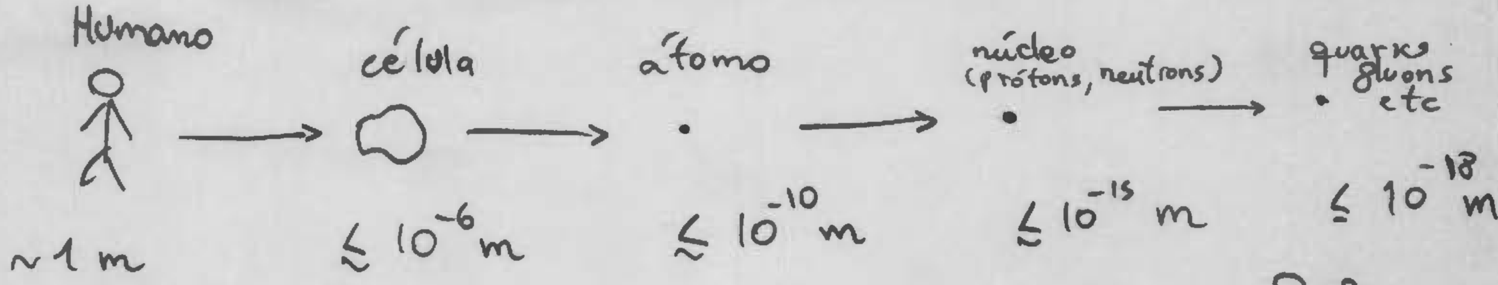
Vocês lembram daquelas interações fundamentais da natureza? Força fraca, forte, eletromagnética e gravitacional? (Higgs entraria aqui também) Embora tenhamos bastante experiência com a força eletro-magnética e gravitacional, como aprendemos sobre a força fraca, forte (e Higgs) se essa física só é relevante em escalas de comprimento $< 10^{5}$ Å? Estudando colisões de partículas elementares. Por exemplo, a partícula de Higgs foi descoberta em 2012 através de colisões entre prótons

$E = mc^2$

$m_p \sim 1 \frac{GeV}{c^2}$ $\qquad E_{cm} \sim 5\,TeV$

$\bullet\!\longrightarrow \qquad \longleftarrow\!\bullet \qquad \Longrightarrow$ colidiu

Próton 1 $\qquad$ Proton 2



Isso continua ??

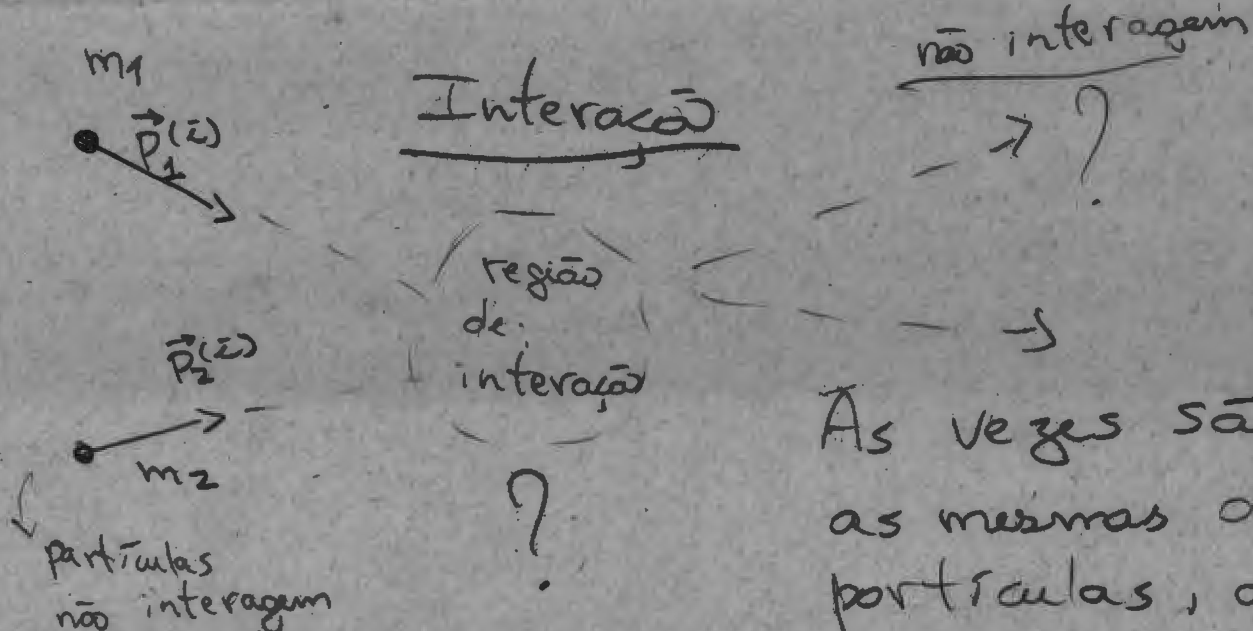
Não sabemos ainda onde isso pára, como pára, e se de fato pára. Felizmente, a aula de hoje vai tratar de um assunto mais fácil:

Colisões (não-relativísticas) entre "partículas" (= corpos macroscópicos com dimensões irrelevantes para o problema) em 1 e 2 dimensões.

Vocês já têm todo o conhecimento físico (e matemático) para entender esse tipo de coisa. Veremos isso a seguir.

(*) Nessa aula não nos preocuparemos se os corpos que colidem são redondos, quadrados e etc. (no fim da aula sim) Vão ser "partículas" no sentido mencionado anteriormente (a descrição realística da colisão entre corpos é muito complicada - importante para montadoras de carros e etc).

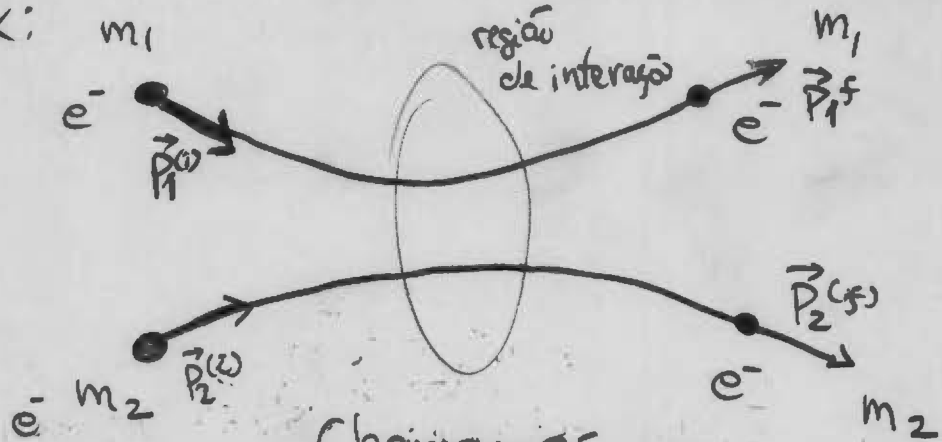
Em geral, teremos algo tipo



Às vezes são as mesmas duas partículas, às vezes mais partículas e etc.

Fora da região de interação as partículas não interagem entre si.

Ex:



Chamamos isso de <u>espalhamento</u> (elétrons são espalhados por elétrons)

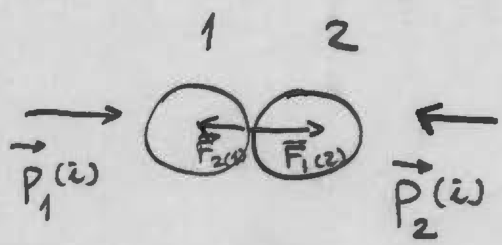
⊛ Note que nesse caso não existe contato, os campos eletromagnéticos dos elétrons interagem e um elétron repele o outro. Ainda sem haver contato, os elétrons interagem

⊛ Em geral nesso aula (a menos do fim da aula), entretanto, nos focaremos em colisões (envolvendo corpos macroscópicos) onde existe "contato".

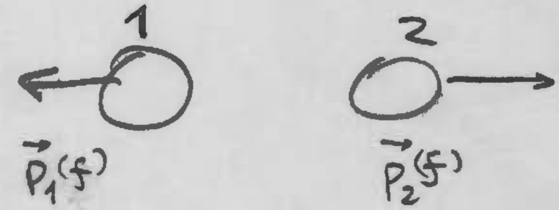
Antes de falarmos de colisões mesmo, vamos revisar a idéia de impulso de uma força.

Impulso de uma força

Imagine a colisão entre duas bolas de bilhar (vem de muito longe, colidem e se afastam)



Colidiram



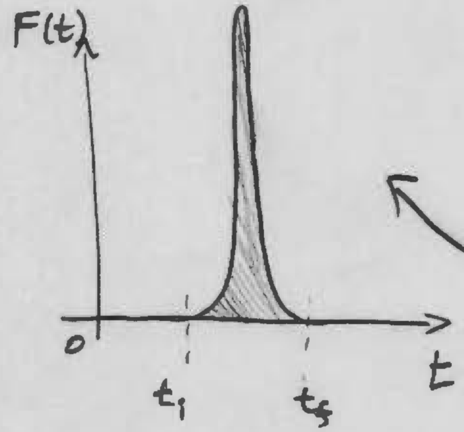
Se afastam depois da colisão.

As forças de contato $\vec{F}_{2(1)}$ e $\vec{F}_{1(2)}$ são em geral extremamente intensas e somente atuam durante um intervalo de tempo bastante curto, chamado de <u>tempo de colisão</u>.

Nesse caso das bolas de bilhar, as equações de movimento são (<u>despreze forças externas</u>)

$$\frac{d\vec{p}_1}{dt} = \vec{F}_{2(1)} \,, \quad \frac{d\vec{p}_2}{dt} = \vec{F}_{1(2)} \quad e \quad \underbrace{\vec{F}_{1(2)} = -\vec{F}_{2(1)}}_{3^a \text{ lei}}$$

Geralmente, um gráfico do <u>módulo</u> dessa força de contato seria algo assim



tempo de colisão

$\sim 10^{-2}\,s$

Já integramos $\vec{F}\cdot d\vec{l}$ antes para definição de trabalho. O que corresponderia à área dessa curva?

$$\underbrace{\int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t)\,dt}_{\text{Chamamos de Impulso (nessa colisão)}} = \int_{t_i}^{t_f} \frac{d\vec{P}}{dt}\,dt = \vec{P}(t_f) - \vec{P}(t_i) = \underbrace{\Delta\vec{P}}_{\text{Variação de momento durante a colisão.}}$$

Agora, nesse caso, vemos que a variação do momento da partícula 1 devido à colisão é

$$\Delta\vec{P}_1 = \vec{P}_1^{(f)} - \vec{P}_1^{(i)}$$

para partícula 1

Para a partícula 2 teríamos

$$\Delta\vec{P}_2 = \vec{P}_2^{(f)} - \vec{P}_2^{(i)}$$

Hmm, lembra que $\vec{F}_R^{ext} = 0$ aqui?
Sistema isolado!

Assim, o momento total $\vec{P}_{tot} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2$

deve ser constante no tempo. De fato,

$$\vec{P}_{tot} = \vec{P}_1^{(i)} + \vec{P}_2^{(i)} = \vec{P}_1^{(f)} + \vec{P}_2^{(f)} = \vec{C}te$$

Assim,

$$\boxed{\Delta \vec{P}_1 = - \Delta \vec{P}_2}$$

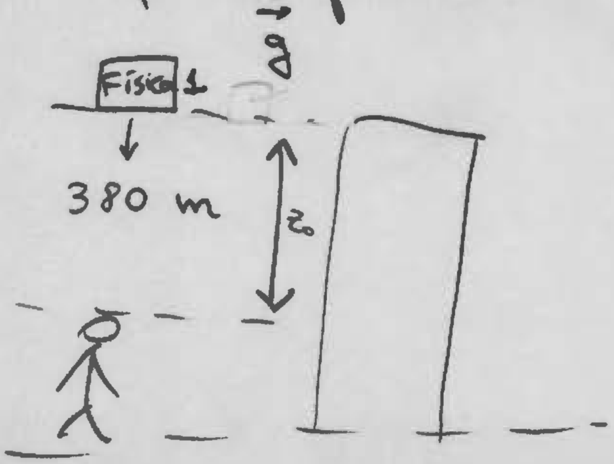
(devido à conservação do momento total).

⊛ Para o caso das bolas de bilhar, de fato as forças de contato são tão intensas durante a colisão que $\vec{P}$ e $\vec{F}_{atrito}$ podem ser ignoradas.

Ex: Alguém joga (do repouso) um livro de física 1 (massa 0.5 kg) do alto do Empire state building em Nova York (distância do solo ~ 382 m). O livro cai na sua cabeça, que estava lá embaixo olhando (despreze atrito).

Qual a magnitude da força de contato média que você sentiria?

Suponha que você tenha ~ 2 m de altura



|Velocidade| do livro ao chegar na sua cabeça

(torricelli)

$$V = \sqrt{2gz_0} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 380}$$

$$V = 87 \frac{m}{s} \sim 313 \frac{Km}{h}$$

Suponha que sua cabeça freie (completamente) o livro. Daí o impulso transmitido à sua cabeça será:

(livro parou na sua cabeça)

$$P_i = mV = 43{,}5 \ Kg \cdot \frac{m}{s} \quad , \quad P_f = 0$$

$$\Rightarrow \Delta P = 43{,}5 \ Kg \frac{m}{s}$$

tempo de colisão = $\underbrace{t_f - t_i}_{\Delta t} \sim 10^{-2}$ s. A força de contato média $\bar{F}$ (assuma constante)

$$\Delta P = \bar{F}(t_f - t_i) \Rightarrow \bar{F} = \frac{\Delta P}{\Delta t} \sim 4350 \ N$$

Equivalente ao peso de uma massa de 435 Kg na sua cabeça ☺

Colisões elásticas e inelásticas

Lembrem que a energia total de um sistema se conserva, mesmo numa colisão. Entretanto, a energia mecânica pode ser convertida em outros tipos como calor, sonora, e etc.

(vídeo)

No exemplo das bolas de bilhar, no caso ideal, a energia cinética das bolas se converte em energia potencial elástica (tal como comprimimos uma mola) associada à deformação da superfície de contato na colisão. Terminada a colisão, a energia potencial elástica é convertida em energia cinética para as bolas.

⊛ No caso ideal, a <u>energia cinética total</u> é <u>conservada</u> (as bolas se afastam com velocidades opostas, de mesma magnitude que as iniciais.

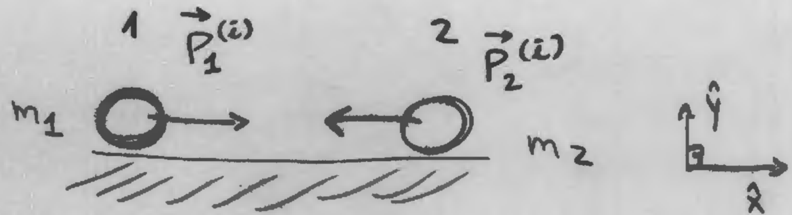
- Quando a energia cinética total não muda depois de uma colisão, dizemos que a colisão é <u>elástica</u>. Qualquer outro tipo de colisão é chamada de <u>colisão inelástica</u>.

- Numa colisão <u>inelástica</u>, a <u>energia cinética</u> total final pode ser <u>menor ou maior</u> que a inicial.

Ex: Na explosão da granada ao colidir com o solo, a energia química no explosivo se converte em energia cinética dos fragmentos.

(*) Para as colisões entre bolas de bilhar de fato existe ~ 3% de perda devido ao calor e emissão de onda sonora. Entretanto, nesse caso com boa aproximação a colisão pode ser considerada elástica.

Colisões elásticas Unidimensionais



Para que haja colisão, claramente

$$V_1^{(i)} - V_2^{(i)} > 0.$$

(velocidade relativa)

Supõe-se: $\vec{F}_R^{ext} = 0$ (ou seja, únicas forças relevantes são aquelas forças de contato durante a colisão).

Assim, o momento total se conserva!

$$\boxed{\mathbb{P}^{(i)}_{total} = p_1^{(i)} + p_2^{(i)} = p_1^{(f)} + p_2^{(f)} = \mathbb{P}^{(f)}_{total} = \underline{\underline{Cte}}}$$

(*)

<u>Colisão elástica</u>: <u>Energia cinética total conservada.</u>

$$T_1^{(i)} = \frac{m_1 v_1^{2(i)}}{2}, \quad T_2^{(i)} = \frac{m_2 v_2^{2(i)}}{2}$$

ou já que

$p_1^{(i)} = m_1 v_1^{(i)}$ temos $T_1^{(i)} = \dfrac{p_1^{(i)\,2}}{2m_1}$,

$p_2^{(i)} = m_2 v_2^{(i)}$

$T_2^{(i)} = \dfrac{p_2^{2(i)}}{2m_2}$ e analogamente para $T_1^{(f)}$ e $T_2^{(f)}$.

Assim, energia cinética total

(**)

$$\boxed{T = \frac{p_1^{2(i)}}{2m_1} + \frac{p_2^{2(i)}}{2m_2} = \frac{p_1^{2(f)}}{2m_1} + \frac{p_2^{2(f)}}{2m_2}}$$

Assim, dado a configuração inicial $p_1^{(i)}$ e $p_2^{(i)}$, usamos essas <u>duas equações</u> (*) (**) para encontrar $p_1^{(f)}$ e $p_2^{(f)}$ depois da colisão.

Como fazemos isso?

Conservação de momento implica em

$$\boxed{P_2^{(f)} - P_2^{(i)} = P_1^{(i)} - P_1^{(f)}}$$

e conservação de energia cinética nos dá

$$\frac{P_2^{2(f)} - P_2^{2(i)}}{2m_2} = \frac{P_1^{2(i)} - P_1^{2(f)}}{2m_1} \quad \text{ou}$$

$$P_2^{2(f)} - P_2^{2(i)} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right)\left(P_1^{2(i)} - P_1^{2(f)}\right)$$

Mas isso é

$$\underbrace{\cancel{\left(P_2^{(f)} - P_2^{(i)}\right)}}\left(P_2^{(f)} + P_2^{(i)}\right) = \left(\frac{m_2}{m_1}\right)\underbrace{\cancel{\left(P_1^{(i)} - P_1^{(f)}\right)}}\left(P_1^{(i)} + P_1^{(f)}\right)$$

$$P_2^{(i)} = P_2^{f} - p_1^{(i)} + p_1^{f}$$

$$\Rightarrow \boxed{P_2^{(f)} + P_2^{(i)} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right)\left(P_1^{(i)} + P_1^{(f)}\right)}$$

Usando essas duas equações é fácil ver que

$$P_2^{(f)} = \frac{P_1^{(i)}}{2}\left[1 + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)\right] + \frac{P_1^{(f)}}{2}\left[1 - \frac{m_2}{m_1}\right]$$

(*) Determinamos $P_1^{(f)}$ e $P_2^{(f)}$ completamente usando $P_1^{(i)}$ e $P_2^{(i)}$. (note que você pode mostrar que momento é conservado diretamente dessas fórmulas depois da colisão).

Casos particulares:

i) **Massas iguais:** (trocam velocidades)

$$P_2^{(f)} = P_1^{(i)} \qquad \text{(sai das equações?)}$$
$$P_1^{(f)} = P_2^{(i)}$$

ii) **Alvo em repouso:** $P_2^{(i)} = 0$. Assim, vemos que

$$P_2^{(f)} = \frac{2 P_1^{(i)} \left(\frac{m_2}{m_1}\right)}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)} \quad \text{e} \quad P_1^{(f)} = \frac{\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right)}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)} P_1^{(i)}$$

Em termos das velocidades

$$V_2^{(f)} = \frac{2 V_1^{(i)}}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}, \qquad V_1^{(f)} = \frac{\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) V_1^{(i)}}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}.$$

Mas $P_1^{(f)} = P_1^{(i)} + P_2^{(i)} - P_2^{(f)}$ (conservação de momento)

então

$$P_2^{(f)} = \frac{P_1^{(i)}}{2}\left[1 + \frac{m_2}{m_1}\right] - \frac{\left(P_1^{(i)} + P_2^{(i)} - P_2^{(f)}\right)}{2}\left[1 - \frac{m_2}{m_1}\right]$$

$$= P_1^{(i)}\left(\frac{m_2}{m_1}\right) - \frac{P_2^{(i)}}{2}\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) + \frac{P_2^{(f)}}{2}\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right)$$

$$P_2^{(f)} - \frac{P_2^{(f)}}{2}\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right) = P_1^{(i)}\left(\frac{m_2}{m_1}\right) - \frac{P_2^{(i)}}{2}\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right)$$

$$\frac{P_2^{(f)}}{2}\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right) = \left(P_1^{(i)} + \frac{P_2^{(i)}}{2}\right)\left(\frac{m_2}{m_1}\right) - \frac{P_2^{(i)}}{2}$$

$$P_2^{(f)} = \frac{2\,P_1^{(i)}\left(\frac{m_2}{m_1}\right)}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)} - P_2^{(i)}\frac{\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right)}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}$$

Você pode mostrar que

$$P_1^{(f)} = \frac{2\,P_2^{(i)}}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)} + \frac{\left(1 - \frac{m_2}{m_1}\right)}{\left(1 + \frac{m_2}{m_1}\right)}P_1^{(i)}$$

Numa colisão inelástica, a energia cinética total muda depois da colisão. Mas será que ela pode se anular na $\boxed{\text{ausência}}$ de forças externas? Não, pois $\vec{P}_{total} = \vec{P}_{CM} \neq 0$

e é conservado assim no fim a menor energia cinética possível tem que ser

(Se $\vec{P}_{CM} = 0$ aí sim $T_{CM} = 0$).

$$T_{CM} = \frac{\vec{P}_{CM}^{\,2}}{2(m_1+m_2)}$$

. De foto, numa colisão

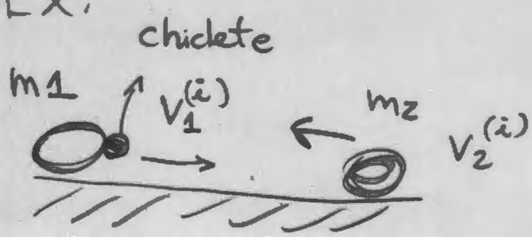
(tal forma que energia cinética para movimento interno $= 0$)

mais inelástica possível (sistema isolado)

dado $V_1^{(i)}$ e $V_2^{(i)}$ no fim $V_1^{(f)} = V_2^{(f)} = V_f$

(Se movem juntas depois da colisão).

Ex:



Momento total conservado

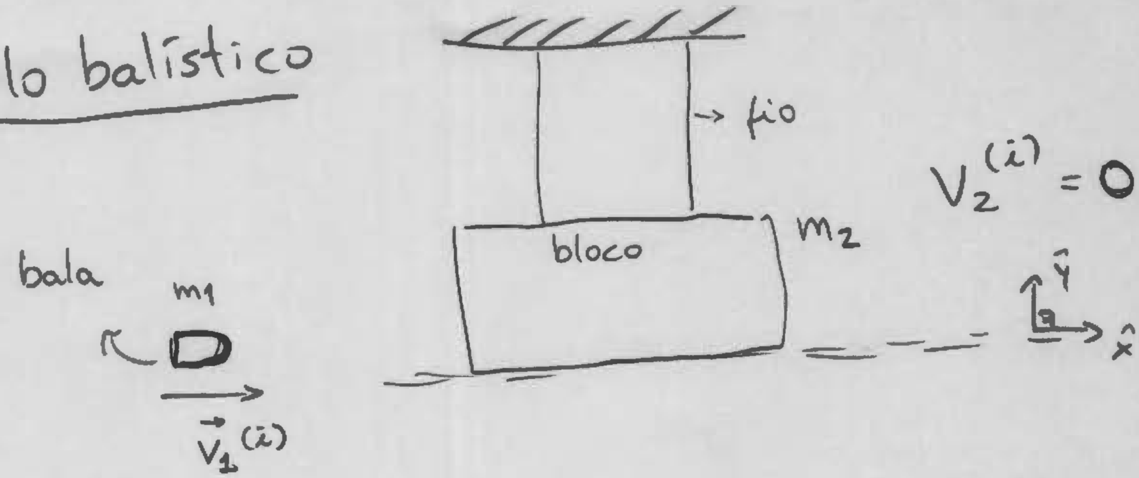
$$P_{total}^{(i)} = m_1 V_1^{(i)} + m_2 V_2^{(i)}$$

$$= (m_1 + m_2) V_f = P_{total}^{(f)}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_f = \frac{m_1 V_1^{(i)} + m_2 V_2^{(i)}}{m_1 + m_2} = V_{CM} \quad \text{ou} \quad \underbrace{P_{total}}_{} = P_{CM}}$$

conservado

Ex: Pêndulo balístico



Depois da colisão a bala se aloja no bloco e o bloco sobe de h. (Momento conservado)

Velocidade inicial do sistema bloco + bala (Por conservação de momento)

$$V = \frac{m_1 V_1^{(i)}}{m_1 + m_2}$$

Altura "h" que o bloco se eleva (conservação de energia)

$$V = \sqrt{2gh}$$

Com isso, vemos que $V_1^{(i)} = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh}$

Ex: $h = 5$ cm

$m_1 = 10$ g

$m_2 = 4$ Kg

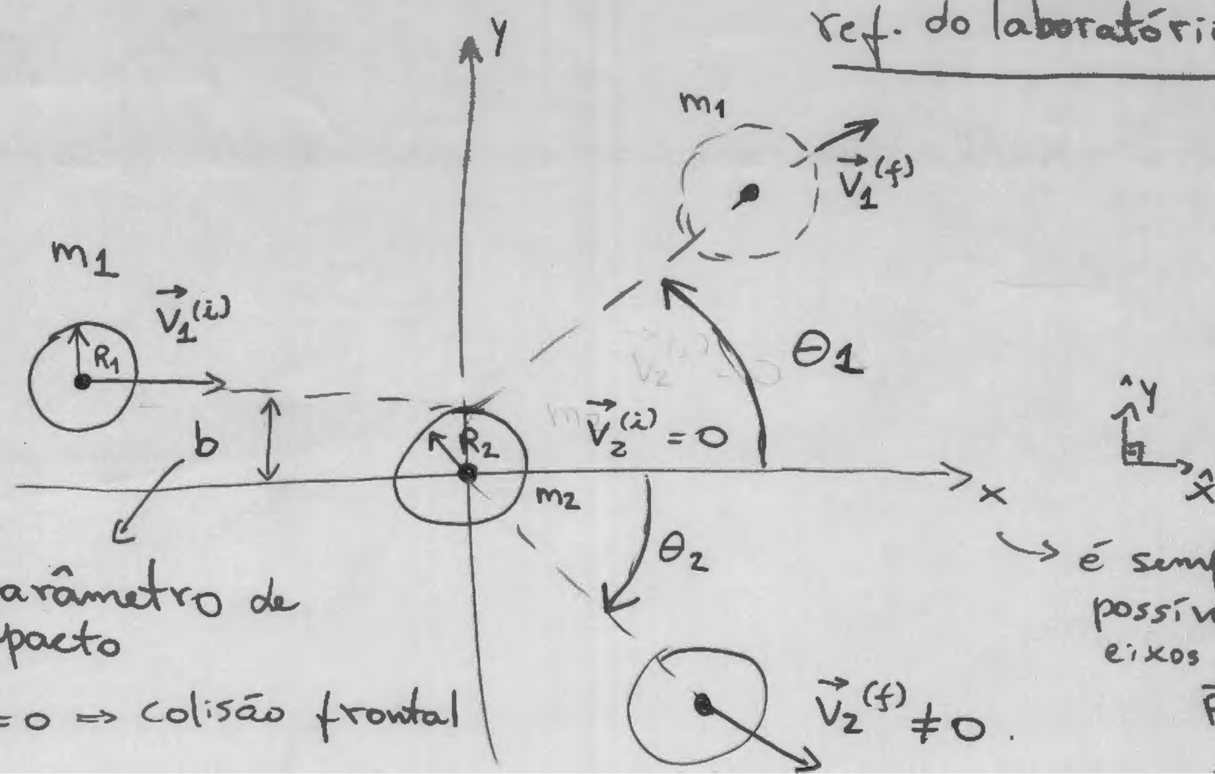
$V_1^{(i)} \sim 400 \frac{m}{s}$.

(break)

Colisões elásticas em 2 dimensões

Imagine agora a colisão de uma bola de bilhar m_1 com outra $\underline{m_2}$ que está em <u>repouso</u> no referencial do laboratório (esse caso pode parecer restritivo mais não é – caso $\vec{V}_2^{(i)} \neq 0$, como m_2 estava livre (ou seja, MRU) sempre podemos passar para um outro referencial inercial se movendo com m_2 onde $\vec{V}_2^{(i)}$ então seria zero).

ref. do laboratório



b = parâmetro de impacto

Se $b = 0 \Rightarrow$ colisão frontal

é sempre possível escolher eixos de modo $\vec{P}_1^{(i)} \parallel \hat{x}$.

Note que $\vec{P}_2^{(i)} = 0$ e a colisão é elástica.
(por hipótese)

Assim, conservação de momento

$$\vec{P}_f = \vec{P}_1^{(f)} + \vec{P}_2^{(f)} = \vec{P}_1^{(i)}$$

Nesse caso: $\vec{P}_1^{(i)} = P_1^{(i)} \hat{x}$

$$\vec{P}_1^{(f)} = P_1^{(f)} \cos\theta_1 \hat{x} + P_1^{(f)} \operatorname{sen}\theta_1 \hat{y}$$

$$\vec{P}_2^{(f)} = P_2^{(f)} \cos\theta_2 \hat{x} - P_2^{(f)} \operatorname{sen}\theta_2 \hat{y}$$

Vemos que

Em x: $P_1^{(f)} \cos\theta_1 + P_2^{(f)} \cos\theta_2 = P_1^{(i)}$

Em y: $P_1^{(f)} \operatorname{sen}\theta_1 - P_2^{(f)} \operatorname{sen}\theta_2 = 0$

2 equações

Energia cinética (total) inicial: $T^{(i)} = \dfrac{\vec{P}_1^{(i)2}}{2m_1}$

Energia cinética total final: $T^{(f)} = \dfrac{\vec{P}_1^{(f)2}}{2m_1} + \dfrac{\vec{P}_2^{(f)2}}{2m_2}$

Colisão elástica $\Rightarrow$ $\boxed{T^{(i)} = T^{(f)}}$

3 equações mas 4 incógnitas $(P_1^{(f)}, P_2^{(f)}, \theta_1, \theta_2)$.

Precisamos de um dado extra: $b \to$ parâmetro de choque.

- Ou fixamos θ_1, por exemplo, e achamos os demais em função dele.

(a) Massas iguais.

Isso simplifica muito!

Conservação de energia cinética total

$$\boxed{\vec{P}_1^{2(i)} = \vec{P}_1^{2(f)} + \vec{P}_2^{2(f)}}$$

e da conservação de momento

$$\vec{P}_1^{(i)} = \vec{P}_1^{(f)} + \vec{P}_2^{(f)} \Rightarrow \vec{P}_1^{(i)^2} = (\vec{P}_1^{(f)} + \vec{P}_2^{(f)})^2$$

$$\boxed{\vec{P}_1^{(i)^2} = \vec{P}_1^{2(f)} + \vec{P}_2^{(f)^2} + 2\vec{P}_1^{(f)} \cdot \vec{P}_2^{(f)}}$$

Comparando, vemos que $\boxed{\vec{P}_1^{(f)} \cdot \vec{P}_2^{(f)} = 0}$ colisão elástica $m_1 = m_2$ e $\vec{v}_2^{(i)} = 0$

(Lembra de sinuca? ☺) $\left(\text{ou } \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{2}\right)$

Vamos agora nos concentrar no caso geral onde m_1 pode ser diferente de m_2.

Nesse caso, conservação de energia cinética na colisão <u>elástica</u> nos dá

$$\vec{P}_2^{\,2(f)} = \frac{m_2}{m_1}\left(\vec{P}_1^{\,2(i)} - \vec{P}_1^{\,2(f)}\right)$$

mas da conservação de momento

$$\vec{P}_2^{(f)} = \vec{P}_1^{(i)} - \vec{P}_1^{(f)} \Rightarrow \vec{P}_2^{\,2(f)} = \left(\vec{P}_1^{(i)} - \vec{P}_1^{(f)}\right)^2$$

$$= \vec{P}_1^{\,2(i)} + \vec{P}_1^{\,2(f)} - 2\vec{P}_1^{(i)} \cdot \vec{P}_1^{(f)}$$

ou, definindo, $P_1^{(i)} = |\vec{P}_1^{(i)}|$

$P_1^{(f)} = |\vec{P}_1^{(f)}|$ temos

$P_2^{(f)} = |\vec{P}_2^{(f)}|$

$$\boxed{\begin{aligned} P_2^{2(f)} &= \frac{m_2}{m_1}\left(P_1^{2(i)} - P_1^{2(f)}\right) \quad \text{e} \\ P_2^{2(f)} &= P_1^{2(i)} + P_1^{2(f)} - 2P_1^{(i)} \cdot P_1^{(f)} \cos\theta_1 . \end{aligned}}$$

Daí, igualando, obtemos

$$P_1^{2(f)}\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right) - 2P_1^{(i)}P_1^{(f)}\cos\theta_1 + \left(1-\frac{m_2}{m_1}\right)P_1^{2(i)} = 0$$

Assumindo que θ_1 é dado ($P_1^{(i)}$ é dado também, claro)

vemos que isso é uma eq. 2° grau para a incógnita $P_1^{(f)}$, que é o que queremos achar. Resolvendo, ...

$$P_1^{(f)} = \frac{P_1^{(i)}}{\left(1+\frac{m_2}{m_1}\right)}\left\{\cos\theta_1 \pm \sqrt{\cos^2\theta_1 - \left[1-\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2\right]}\right\}$$

$\Downarrow$

Claro, $P_1^{(f)} \geq 0$ e assim

sempre $\rightarrow$ restringe θ_1

$$\cos^2\theta_1 > 1-\left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2$$

(para que $P_1^{(f)}$ seja real)

e assim deve existir somente 1 raiz aceitável no qual $P_1^{(f)} \geq 0$.

<u>Casos</u>: (i) Se $m_2 > m_1$, $\left(\cos^2\theta_1 - 1\right) + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 > 0$

$\forall\ \theta_1 \ni 0 \leq \theta_1 \leq \pi$. Assim, vemos que

somente a raiz com "+" é aceitável por

dar $P_1^{(f)} > 0$.

(ii) Se $m_2 < m_1$, como isso restringe o θ_1?

Note que em geral, $\cos^2\theta_1 - 1 + \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2$

$$= \left(\frac{m_2}{m_1}\right)^2 - \operatorname{sen}^2\theta_1 > 0$$

Daí, para que isso seja ≥ 0,

$$\operatorname{sen}\theta_1 \leq \operatorname{sen}\theta_1^{max} = \frac{m_2}{m_1} < 1.$$

$$\theta_1 \leq \operatorname{Arcsen}\left(\frac{m_2}{m_1}\right) = \theta_{max}^{(1)}$$

⊛ Se $\frac{m_2}{m_1} \to 0$, $\theta_1^{max} \to 0$, ou seja, uma partícula pesada que colide elasticamente com outra bem mais ... repouso não sofre deflexão.

- Quando $\frac{m_2}{m_1} < 1$, ambas raízes são positivas $\rightarrow$ elas dão valores de θ_2 diferentes (são colisões com parâmetros de impacto "b" diferentes)

- Novamente, se $m_1 = m_2$, claramente $0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2}$ para que $P_1^{(f)} = \frac{P_1^{(i)}}{2} \underbrace{\left[\cos\theta_1 \pm |\cos\theta_1|\right]}_{\geq 0}$

(turma quinta aqui ;)

Colisão vista no ref. do CM ↓.

Na ausência de forças externas (sistema isolado), o $\vec{P}_{CM} = \vec{c}te$. Vimos de fato (então é ref. inercial) que o centro de massa é o centro de momentos, isto é, sendo $\vec{P}_1'^{(i)}$ e $\vec{P}_2'^{(i)}$ os momentos de m_1 e m_2 no referencial do CM (analogamente para os momentos finais)

Vimos que

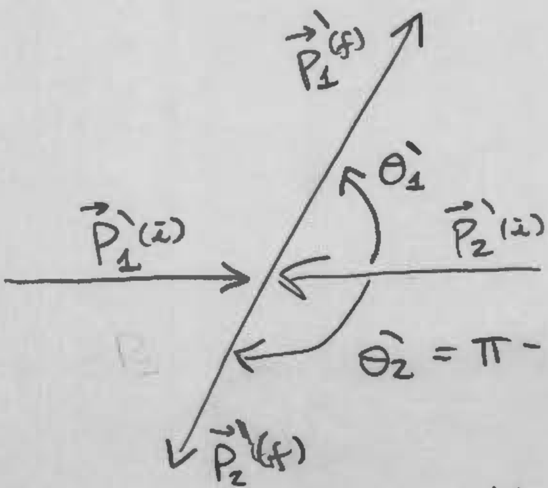
$$\vec{P}_1'^{(i)} + \vec{P}_2'^{(i)} = \vec{P}_1'^{(f)} + \vec{P}_2'^{(f)} = 0$$

$$\Downarrow$$

Ou seja, <u>no ref. do CM</u>,

$$\vec{P}_1'^{(i)} = -\vec{P}_2'^{(i)}$$

$$\vec{P}_1'^{(f)} = -\vec{P}_2'^{(f)}$$



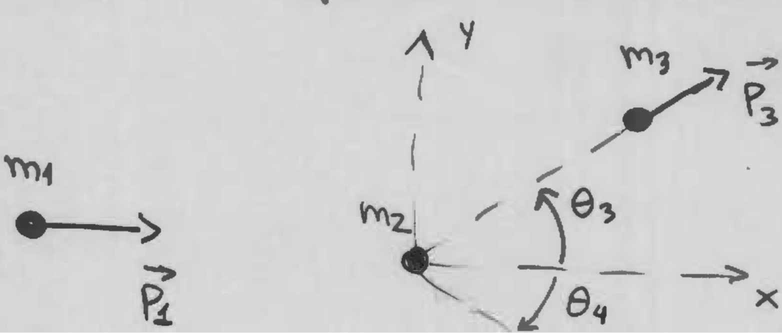
$\theta_2' = \pi - \theta_1' \Rightarrow \theta_1' + \theta_2' = \pi$

Muito mais simples de tratar colisão nesse ref. do CM!

terça

<u>Colisões inelásticas em 2 dimensões</u>

Suponha que tenhamos o mesmo setup.



(acontece em física de partículas)
Mas agora m_3 e m_4 são em geral diferentes de

– Em princípio, em colisões inelásticas o número de corpos antes pode ser diferente do número depois (vide colisão entre carros).

Conservação de momento nos dá

$$\vec{P}_1 = \vec{P}_3 + \vec{P}_4$$

temos ainda um plano de colisão e agora queremos achar $\vec{P}_3$ e $\vec{P}_4$ ou $P_3 = |\vec{P}_3|$, $P_4 = |\vec{P}_4|$ e θ_3 e θ_4.

Agora, como a colisão é inelástica

$$T_1 \neq T_3 + T_4$$

Definimos

$$Q \equiv T_f - T_i = T_3 + T_4 - T_1 \begin{cases} Q < 0 & \text{processo endoérgico ("consome" energia) cinética} \\ Q > 0 & \text{exoérgico ("libera" energia) cinética} \end{cases}$$

"fator Q" da colisão

(*) Agora temos + um parâmetro para determinar.

Conservação de momento nos dá

$$\vec{P}_4 = \vec{P}_1 - \vec{P}_3 \Rightarrow P_4^2 = P_1^2 + P_3^2 - 2P_1P_3\cos\theta_3$$

Por outro lado

$$T_4 = \frac{P_4^2}{2m_4} = \frac{1}{2m_4}\left(P_1^2 + P_3^2 - 2P_1P_3\cos\theta_3\right)$$

ou seja,

$$T_4 = \frac{m_1}{m_4}\left(\frac{P_1^2}{2m_1}\right) + \frac{m_3}{m_4}\left(\frac{P_3^2}{2m_3}\right) - 2\cos\theta_3\frac{\sqrt{m_1m_3T_1T_3}}{m_4}$$

$$T_4 = \frac{m_1T_1}{m_4} + \frac{m_3}{m_4}T_3 - \frac{2\sqrt{m_1m_3T_1T_3}}{m_4}\cos\theta_3$$

Então, o fotor Q fica

$$Q = T_3 + T_4 - T_1$$

$$\boxed{Q = \left(1+\frac{m_3}{m_4}\right)T_3 - \left(1-\frac{m_1}{m_4}\right)T_1 - 2\frac{\sqrt{m_1m_3T_1T_3}}{m_4}\cos\theta_3}$$

Ex: Reação nuclear $d + d \rightarrow p + t$

próton

deuteron
núcleo de H^2

triton
núcleo de H^3

Feixe de deuteron $\xrightarrow{\text{colide}}$ deuteron em <u>repouso</u>

$T_d = 4\ \text{MeV}$

Verifica-se que P saem com $\frac{\pi}{2}$ em relação ao feixe incidente com $T_p = 4\ \text{MeV}$. Qual é o Q?

$$\theta_3 = \frac{\pi}{2}, \quad T_d = T_p = 4\ \text{MeV}, \quad \frac{m_p}{m_t} \sim \frac{1}{3}, \quad \frac{m_d}{m_t} \sim \frac{2}{3}$$

Usando a fórmula anterior

$Q = 4\ \text{MeV} \rightarrow$ exoérgica $\Rightarrow$ ganho de energia cinética

partícula 3 — partícula 4

$$Q = T_p + T_t - T_d$$

$$\Rightarrow Q = T_t = 4\ \text{MeV}.$$

$$\boxed{1\ \text{eV} = 1{,}602 \times 10^{-19}\ \text{J}}$$