Instituto de Física USP

Física Moderna I
Aula 20

Professora: Mazé Bechara

Santos FC tricampeão paulista

Aula 20 – A onda da partícula material e o princípio de incerteza

1. **Ondas de de Broglie - aplicações: (a) as ondas no átomo de Hidrogênio e a quantização decorrente. (b) As ondas de uma partícula em movimento unidimensional não relativístico, presa em uma caixa – discussão qualitativa.**

2. **Os comprimentos de onda de partículas e as possibilidades de observação** da onda associada. **Experimentos que revelam a onda de partículas** - sequencia histórica (com entendimento dos experimentos).

3. **A onda composta de duas ondas monocromáticas (clássicas)** – Batimento. As relações de dispersão na onda de batimento. **Outros pacotes de onda e as relações de dispersão**. **O pacote gaussiano** ou o de menor relação de dispersão .

4. **As relações de dispersão** quando valem as relações de de Broglie – **as relações de incerteza de Heisenberg.**

As ondas dos estados estacionários

- **Átomo de Hidrogênio e a onda de de Broglie:**
- **Onda circular estacionária de raio r,** inspirada nos estados estável e instáveis de Bohr: condição de onda estacionária e a relação de de Broglie:

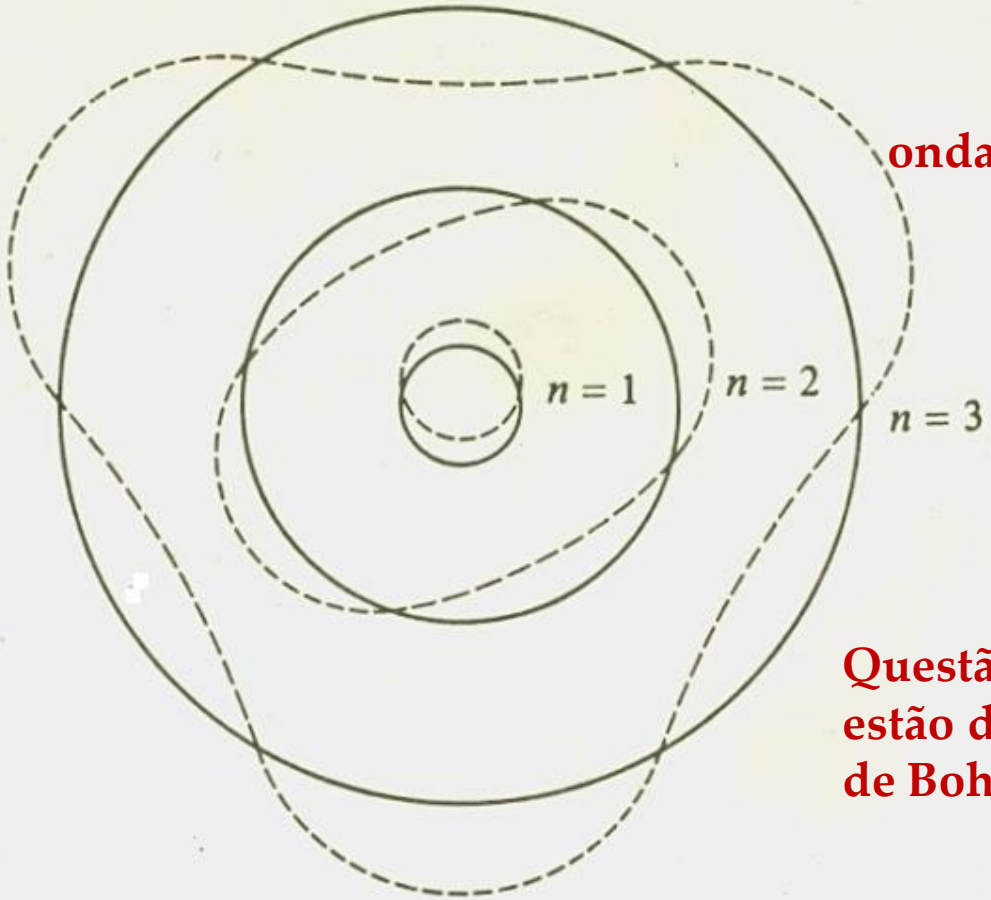
$$2\pi r = n\lambda = n\frac{h}{p}$$

Decorre uma regra de quantização:

$$pr = L = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

A dualidade partícula-onda nas partículas materiais leva à mesma quantização do momento angular proposta por Bohr como hipótese.

A partícula-onda de de Broglie para o H



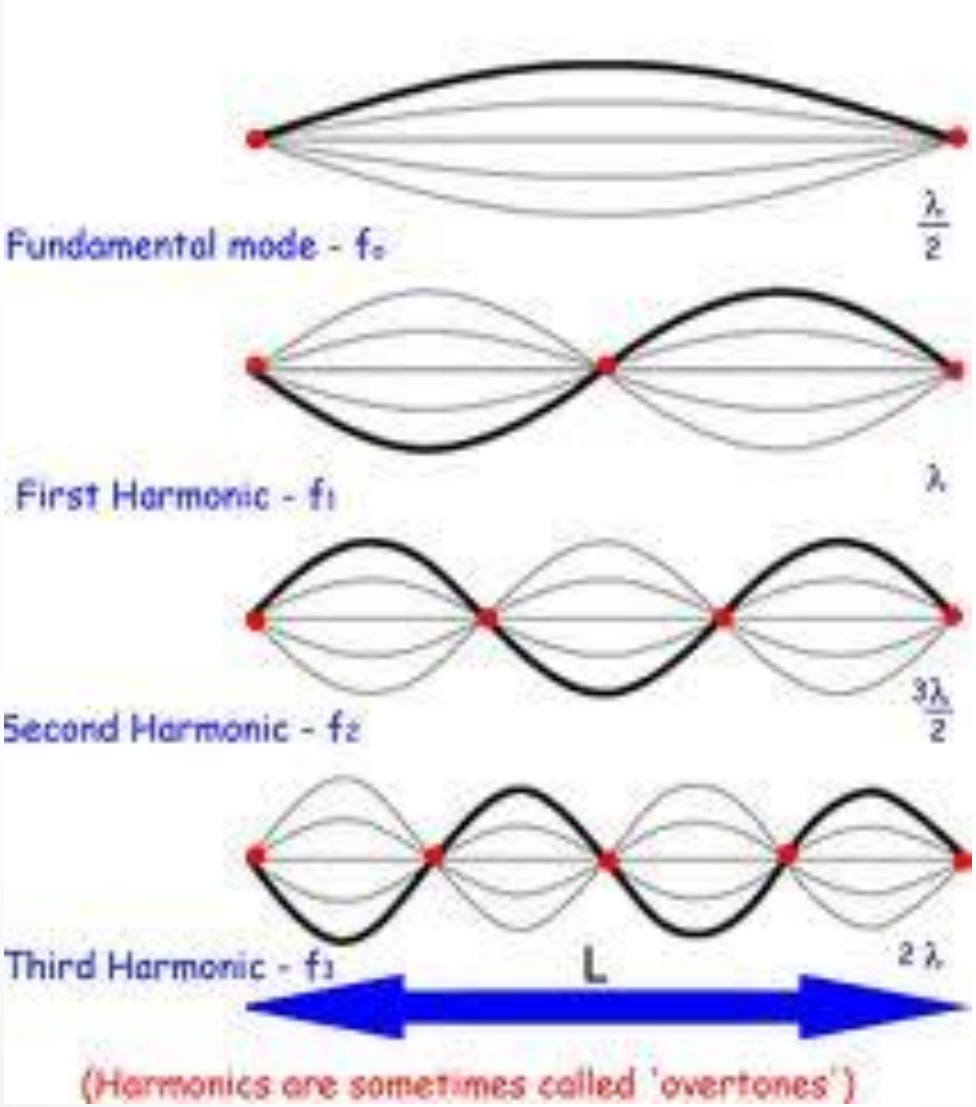
ondas circulares estacionárias

Questão: os raios da figura estão de acordo com o resultado de Bohr?

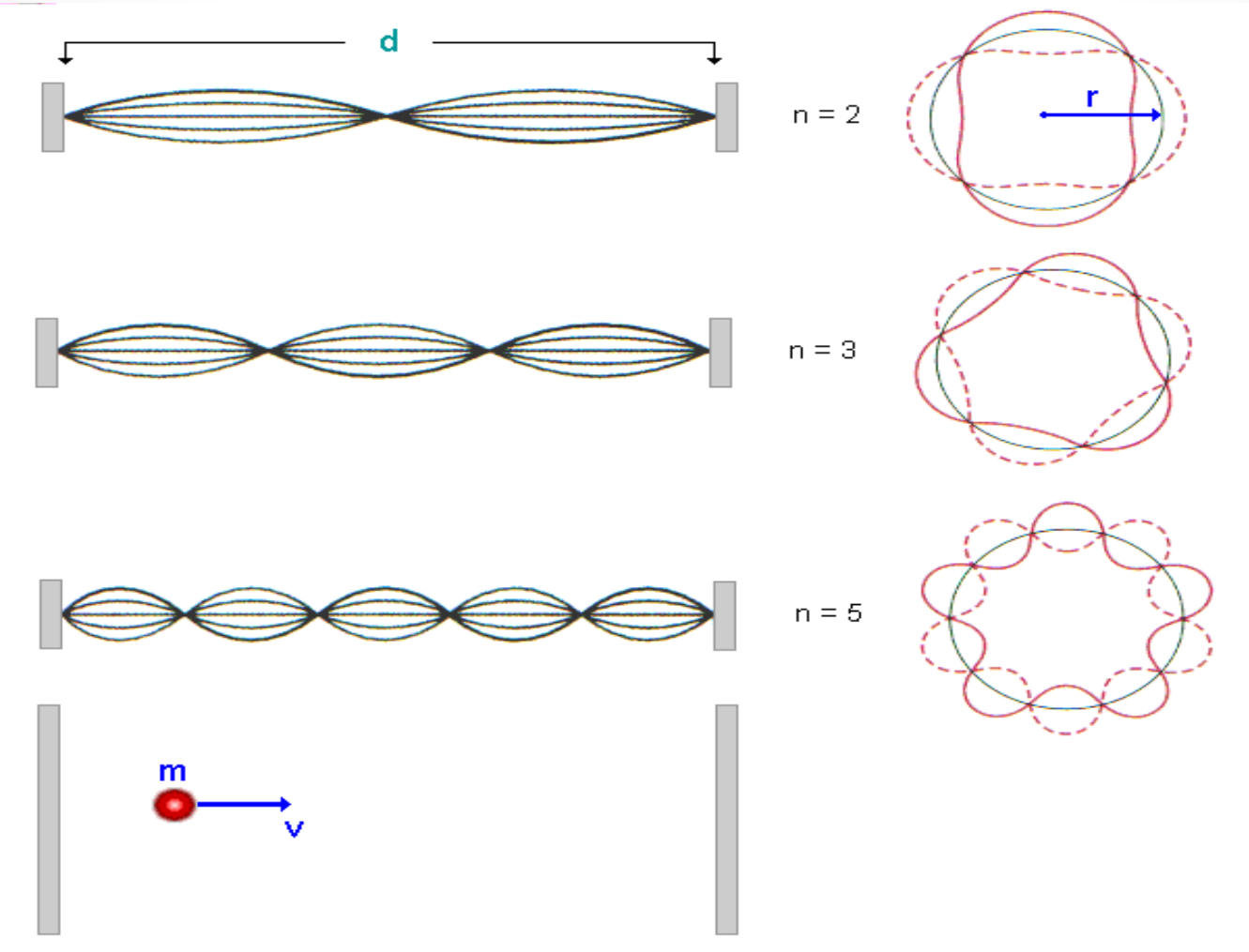
Ilustração das ondas de de Broglie estacionárias, feita para as três primeiras órbitas de Bohr. A posição dos nós pode, evidentemente, ser em qualquer ponto da órbita, desde que seus espaçamentos sejam como mostrado.

Figura do R. Eisberg e R. Resnick

Ondas estacionárias em cordas



De Broglie – possíveis ondas estacionárias de partículas com v=cte



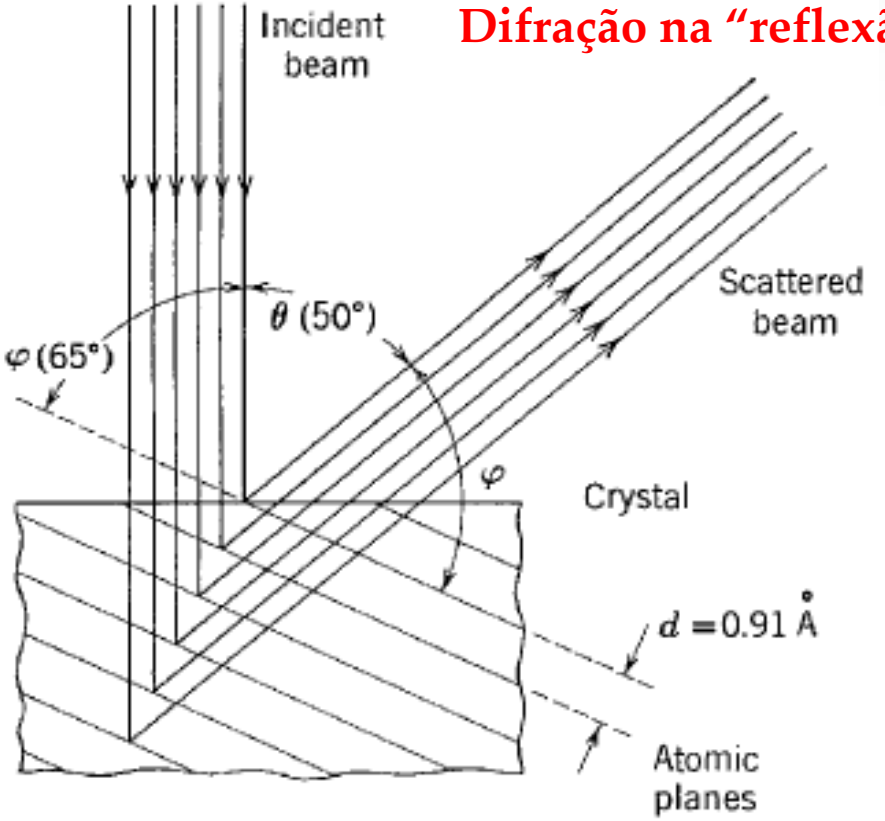
Observando ondas das partículas – breve histórico

- **1924 – *proposta teórica de de Broglie*.**

- **Agosto de 1925** – é publicado breve comentário de Elsasser sobre a possibilidade de observar difração de elétrons por cristais como fizeram Bragg & Bragg com raio X.

- **1925 –** Davidson e Germer trabalhando no Laboratório da Bell (companhia telefônica americana) observam um "estranho" comportamento na "reflexão" dos elétrons de 54eV que incidiam em amostras de Níquel após um acidente com o vácuo (onde estavam elétrons e a amostra de níquel). Estranho porque mudou em relação à observação antes do acidente, e porque pareciam o que se observava com raios-X incidindo em cristais.

Difração na "reflexão" de feixe de elétrons por policristais (folhas finas)



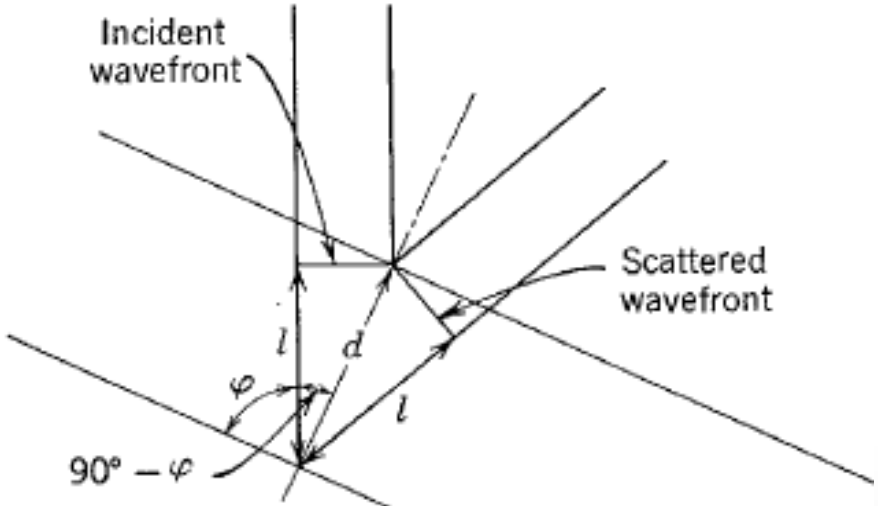


Figure 3-3 *Top:* The strong diffracted beam at $\theta = 50°$ and $V = 54$ V arises from wavelike scattering from the family of atomic planes shown, which have a separation distance $d = 0.91$ Å. The Bragg angle is $\varphi = 65°$. For simplicity, refraction of the scattered wave as it leaves the crystal surface is not indicated. *Bottom:* Derivation of the Bragg relation, showing only two atomic planes and two rays of the incident and scattered beams. If an integral number of wavelengths $n\lambda$ just fit into the distance $2l$ from incident to scattered wave fronts measured along the lower ray, then the contributions along the two rays to the scattered wave front will be in phase and a diffraction maximum will be obtained at the angle φ. Since $l/d = \cos(90° - \varphi) = \sin\varphi$, we have $2l = 2d \sin\varphi$, and so we obtain the Bragg relation $n\lambda = 2d \sin\varphi$. The "first order" diffraction maximum ($n = 1$) is usually most intense.

Relação de Bragg: $2d\cos\theta = m\lambda$

Figura do R. Eisberg e R. Resnick

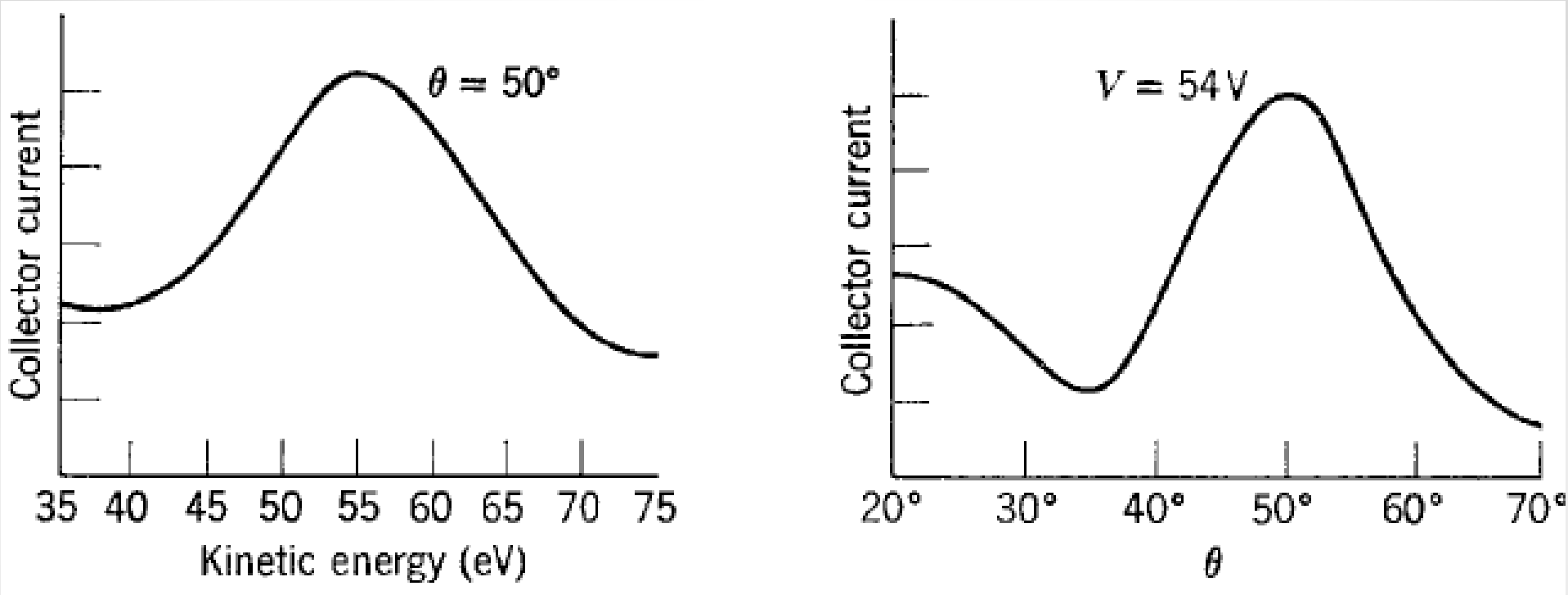


Figure 3-2 *Left:* The collector current in detector *D* of Figure 3-1 as a function of the kinetic energy of the incident electrons, showing a diffraction maximum. The angle θ in Figure 3-1 is adjusted to 50°. If an appreciably smaller or larger value is used, the diffraction maximum disappears. *Right:* The current as a function of detector angle for the fixed value of electron kinetic energy 54 eV.

Acidente na Bell: elétrons de 54eV obedeciam a relação de Bragg $2d\cos\theta = m\lambda$, para θ=50 e d=0,91 angstrons (mesmo d da difração e raios-X).

Figura do R. Eisberg e R. Resnick

Observando ondas das partículas – breve histórico

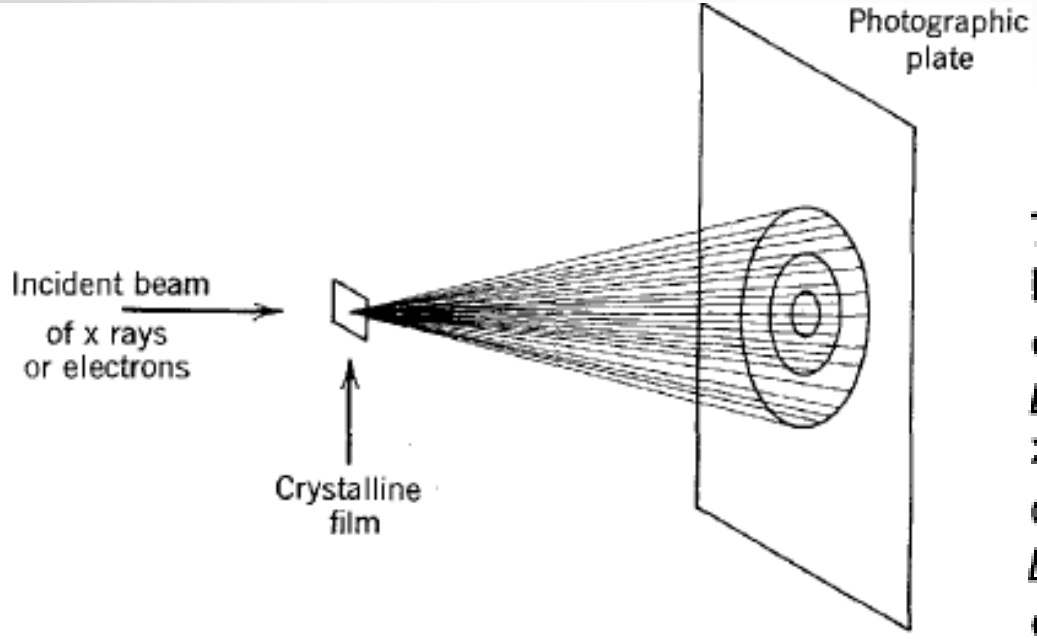
- **Em 1925 Schroedinger faz a mecânica ondulatória da partícula** (o mais usado formalismo da mecânica quântica). **Próximo tópico a se iniciar nos próximos dias**

- **Em 1926** Davidson em Londres toma conhecimento da proposta de de Broglie e é convencido por Bohr, Richardson e Franck que ele teria observado a difração do elétrons de comprimento de onda de 1,67 angstrons por cristais de Níquel formados na amostra no acidente com vácuo .

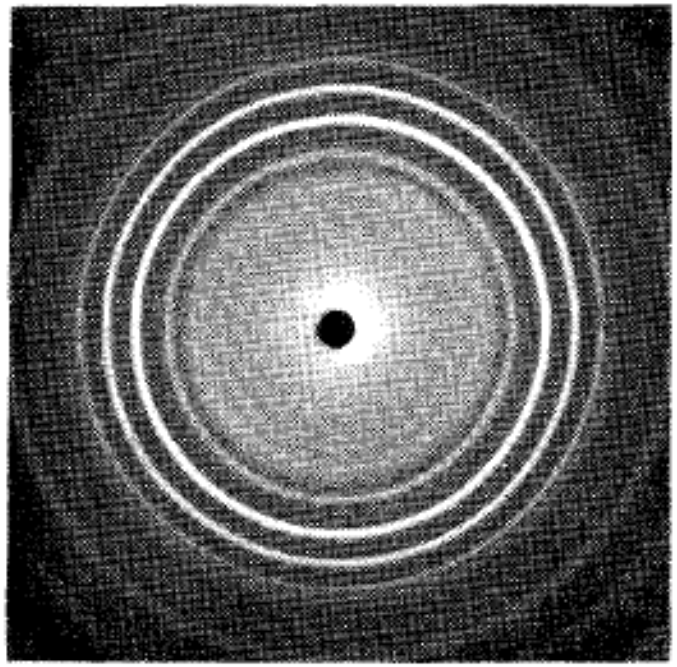
- **Em** 1926 G. P. Thomson (filho do J.J.) observa a **difração de elétrons entre 10 e 40KeV (relativísticos) por transmissão de elétrons** através de finas folhas de sólidos ***(cristais policristalinos com orientação aleatória).***

- **Em 1927 Davidson** estuda sistematicamente **a difração de elétrons com energia cinética entre 40eV e 400eV** (não relativísticos). Confirma os resultados de comprimento de onda de de Broglie.

Difração em experimento de transmissão de feixe de elétrons e de raios X por material policristalino (folhas finas).



Top: The experimental arrangement for Debye-Scherrer diffraction of x rays or electrons by a polycrystalline material. *Bottom left:* Debye-Scherrer pattern of x-ray diffraction by zirconium oxide crystals. *Bottom right:* Debye-Scherrer pattern of electron diffraction by gold crystals.



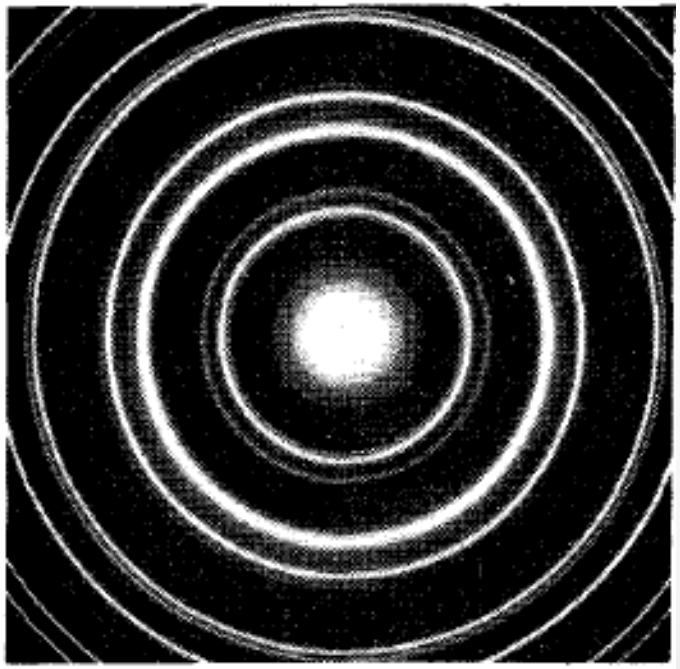


Figura do R. Eisberg e R. Resnick

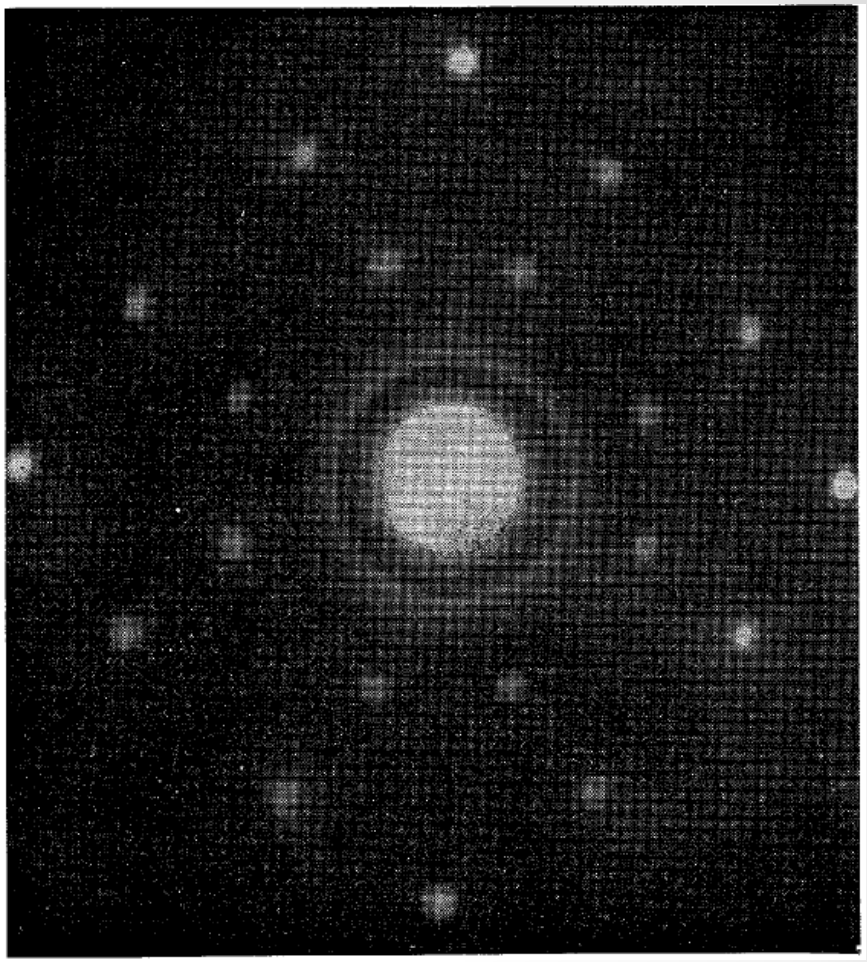
Observando onda das partículas – breve histórico

- **1930** Stern e Estermann **observam difração de He e moléculas de H (partículas neutras) em cristal de flutoreto de Lítio**.

- **1932** o neutron é descoberto por Chadwick e é observada a **difração de neutrons por cristais e comparados com resultados de raios-X** (figura e experimento discutidos em aula). Obs: *Neutrons são neutros. São criados em reatores com velocidades "térmicas" (como as de temperaturas ambiente). Eles tem meia vida de* 885.7(8)s=14,8min *fora dos núcleos.*

- **1937 Davidson e G. P. Thomson ganham o prêmio Nobel de Física** pela observação do **caráter ondulatório das partículas materiais.** ***Boa idéia com resultados experimentais comprovados vira ciência aceita!***

Difração de nêutrons e de raios X em experimentos de transmissão por monocristal de cloreto de sódio



Left Laue pattern of x-ray diffraction by a single sodium choride crystal. *Right* Laue pattern of diffraction of neutrons from a nuclear reactor by a single sodium choride crystal.

Figura do R. Eisberg e R. Resnick

ondas não monocromáticas mas periódicas

1. **A equação de onda é linear.** Assim qualquer **função periódica** que **obedece a equação de onda:**

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\psi(x,t) = \frac{1}{\upsilon^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\psi(x,t)$$

pode ser escrita como uma série infinita de senos e cossenos (série de Fourier):

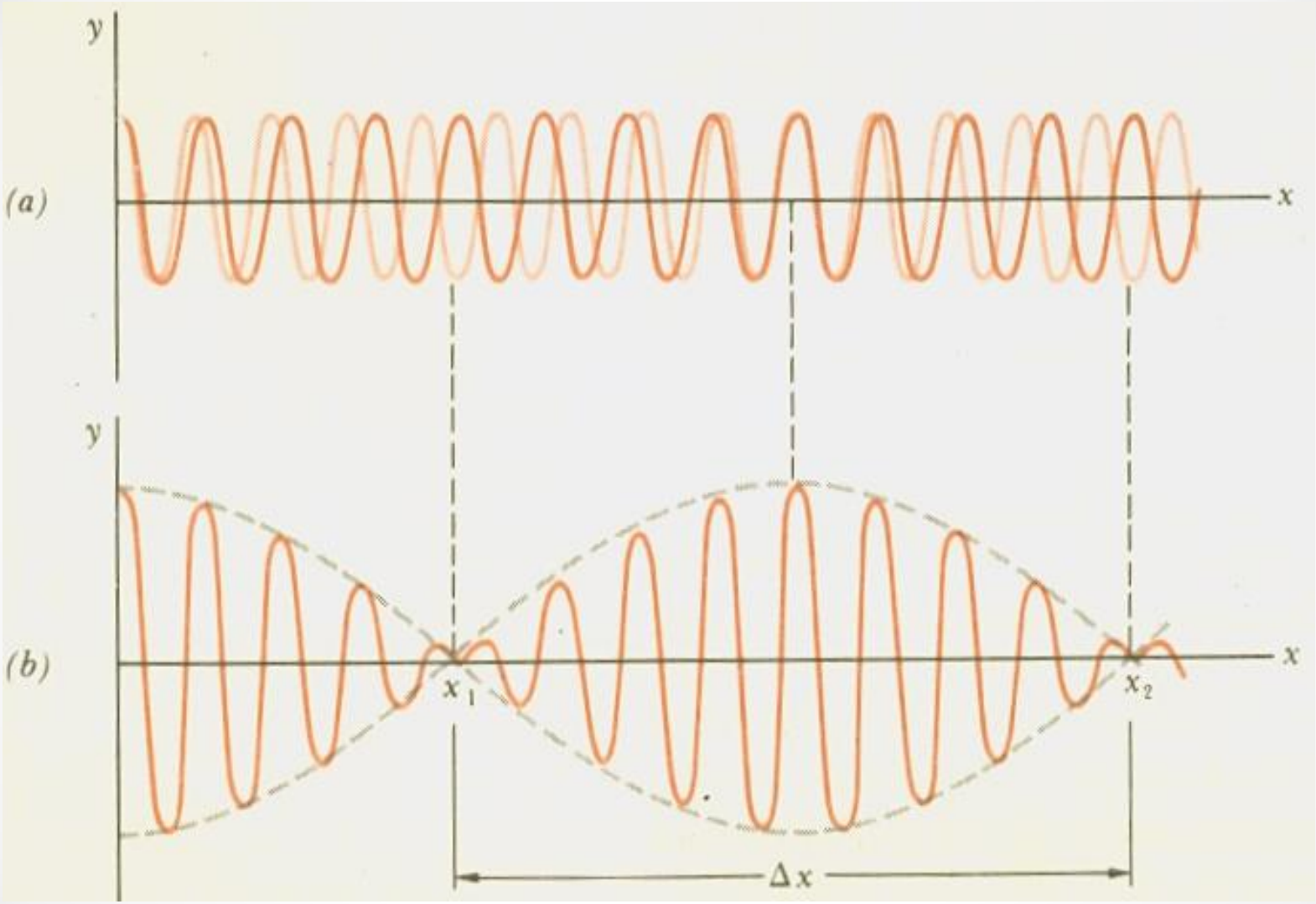
$$\psi(x,t) = \sum_n [a_n \cos(k_n x - w_n t) + b_n sen(k_n x - w_n t)] = \sum_n A_n e^{i(k_n x - w_n t)}$$

Ondas não monocromáticas e não periódicas

2. Qualquer função que obedece a equação de onda, sendo não periódica, obedece a integral de Fourier:

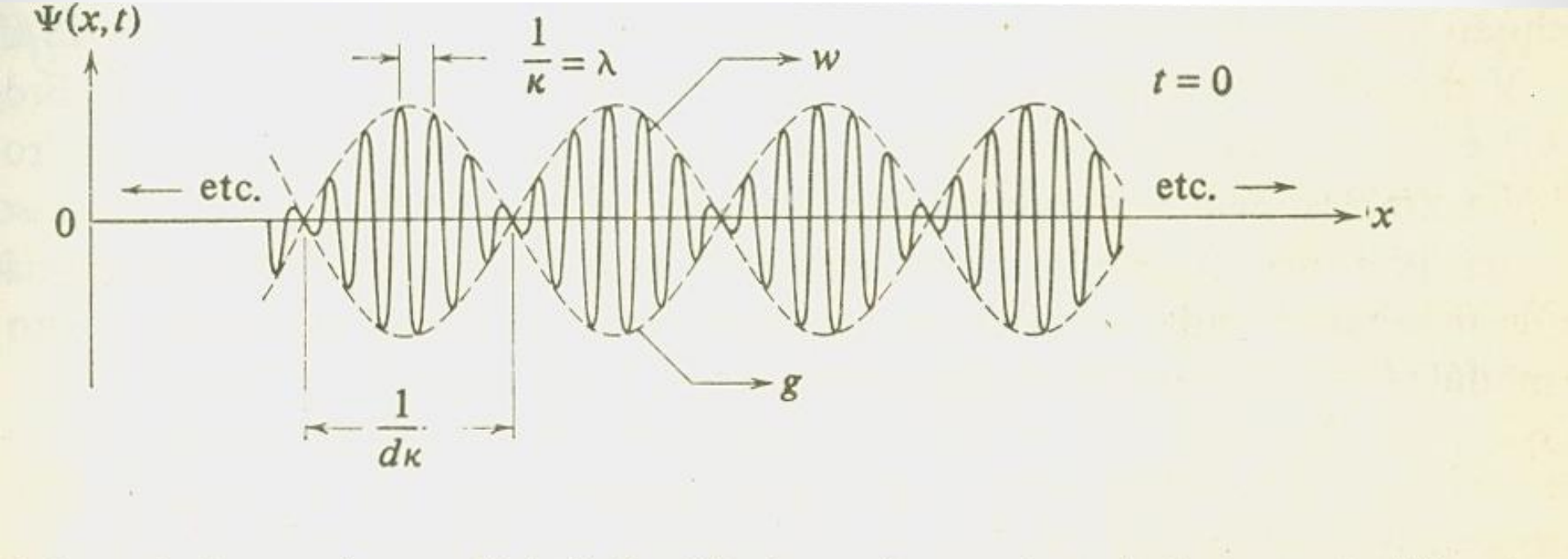
$$\psi(x,t) = \int_0^\infty dw \int_0^\infty dk[a(k,w)\cos(k_n x - w_n t) + b(k,w) sen(k_n x - w_n t)] = \int_0^\infty dw \int_0^\infty dk A(k,w) e^{i(kx - wt)}$$

Batimento – soma de duas monocromáticas



A soma (figura (b)) de duas ondas cosenoidais de mesma amplitude e frequencias e número de onda com diferenças infinitesimais (figura (a)).

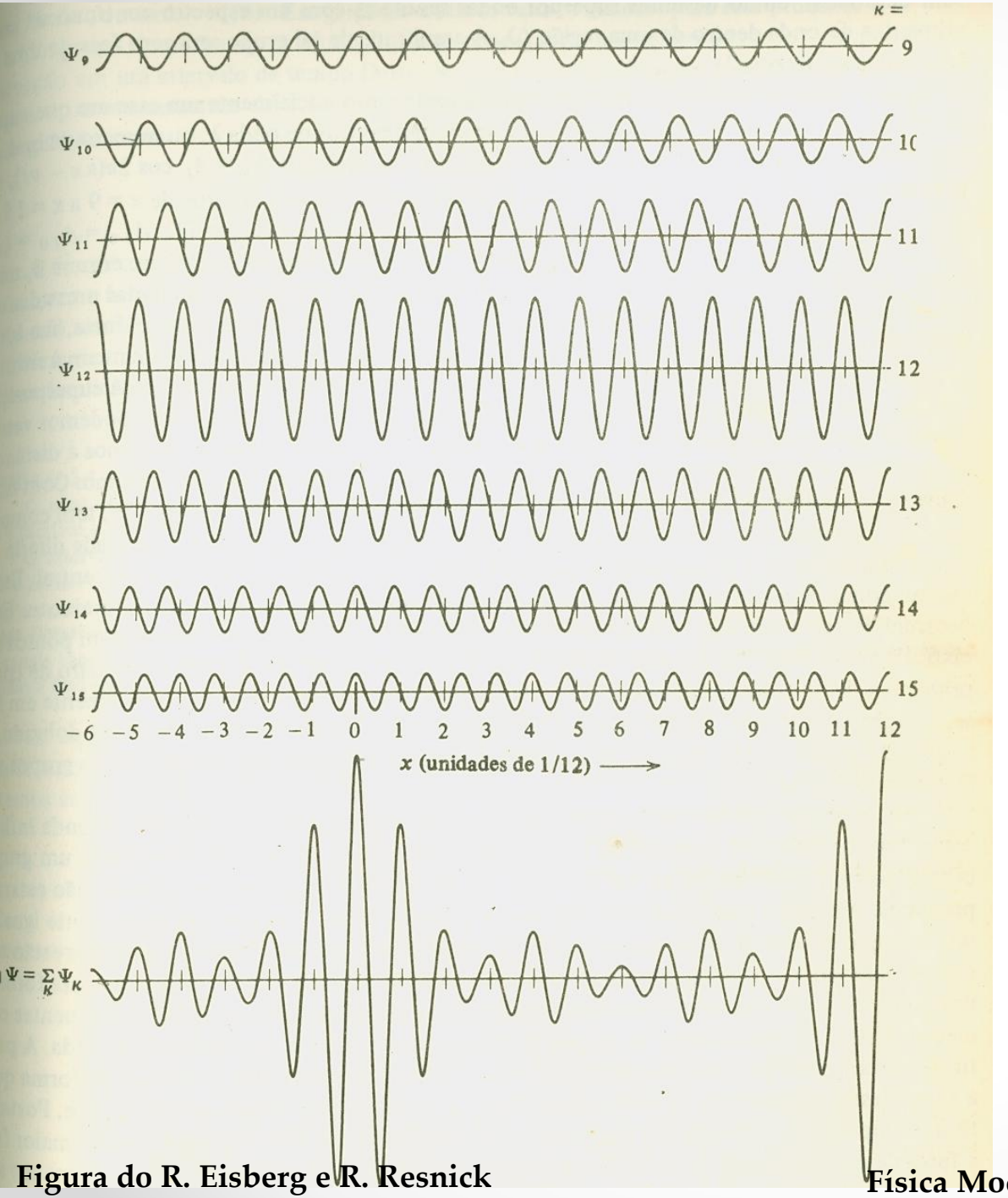
Batimento: os números de onda



A soma de duas ondas senoidais de freqüências e números de onda ligeiramente diferentes.

Dedução das expressões de ψ(x,t) e das relações $\Delta x \Delta k = 2\pi$ e $\Delta\omega\Delta t = 2\pi$ **com discussão de seus significados em sala de aula**

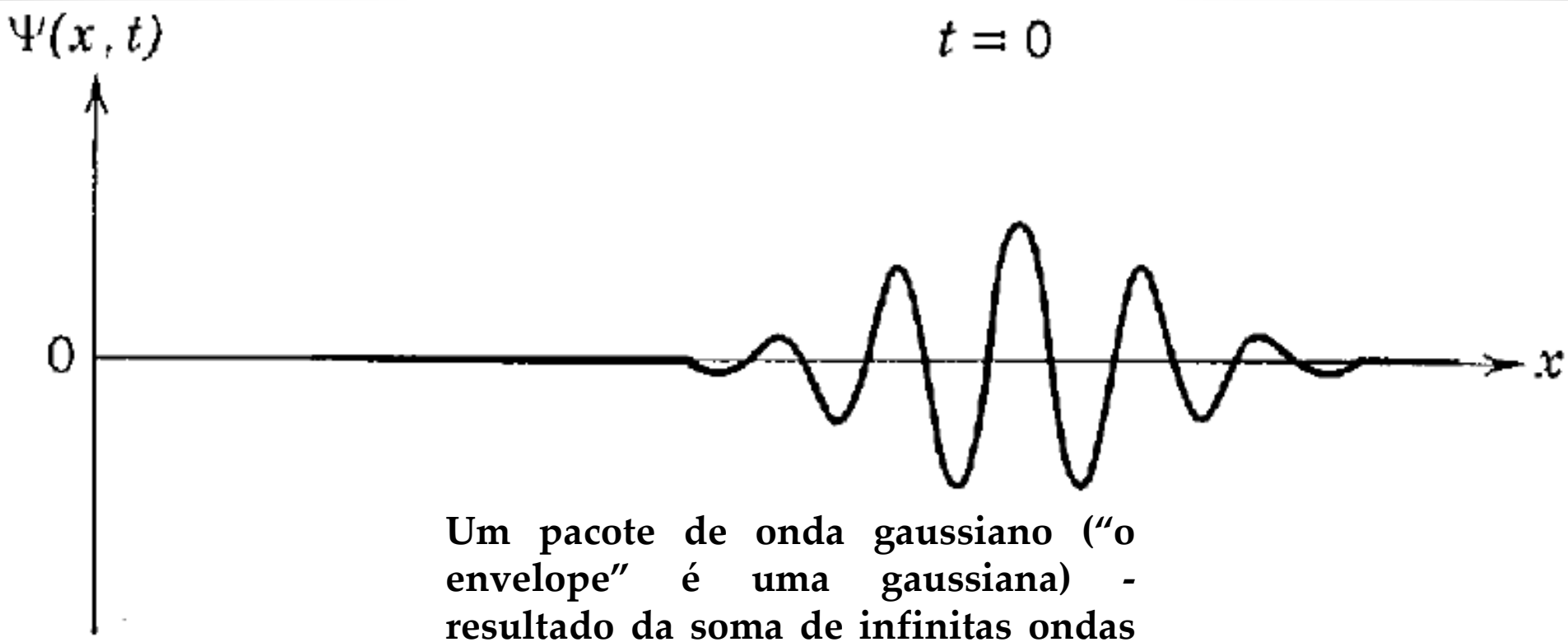
Figura do R. Eisberg e R. Resnick



A onda (abaixo) soma de todas as ondas acima: diferentes amplitudes com diferenças infinitesimais nas fequências: $\Delta\nu$, $2\Delta\nu$, $3\Delta\nu$....

Observe que o "grupo" fica mais distante do outro do que no batimento: combinação de apenas duas ondas de frequencias próximas, e há uma relação numérica: $\Delta x \Delta k = C$ e $\Delta\omega\Delta t = C$, com $C < 2\pi$.

Figura do R. Eisberg, e R. Resnick



Um pacote de onda gaussiano ("o envelope" é uma gaussiana) - resultado da soma de infinitas ondas com frequências com diferenças infinitesimais - a integral de Fourier. Este pacote define as relações de dispersão adotadas: $\Delta x \Delta k = 1/2$ e $\Delta \omega \Delta t = 1/2$

O Princípio de Incerteza ou de Indeterminação de Heinsenberg: relações de de Broglie nas relações de dispersão mínima de onda.

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta p_y \Delta y \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta p_z \Delta z \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Sendo $\Delta x^2 = < x^2 > - < x >^2$