

Instituto de Física USP

Física Moderna I Aula 19

Professora: Mazé Bechara

Aula 19 – Princípio de correspondência de Bohr. O caráter dual da matéria - de Broglie

1. O Princípio de Correspondência de Bohr – enunciado e aplicações.
2. A proposta de caráter dual da matéria por de Broglie: enunciado e as relações de conexão entre as grandezas da onda (frequência e comprimento de onda) e de partícula (energia e momento linear).
3. A velocidade de grupo e a velocidade de fase e as relações de de Broglie para partículas com velocidades não relativísticas e relativísticas.

Princípio de Correspondência

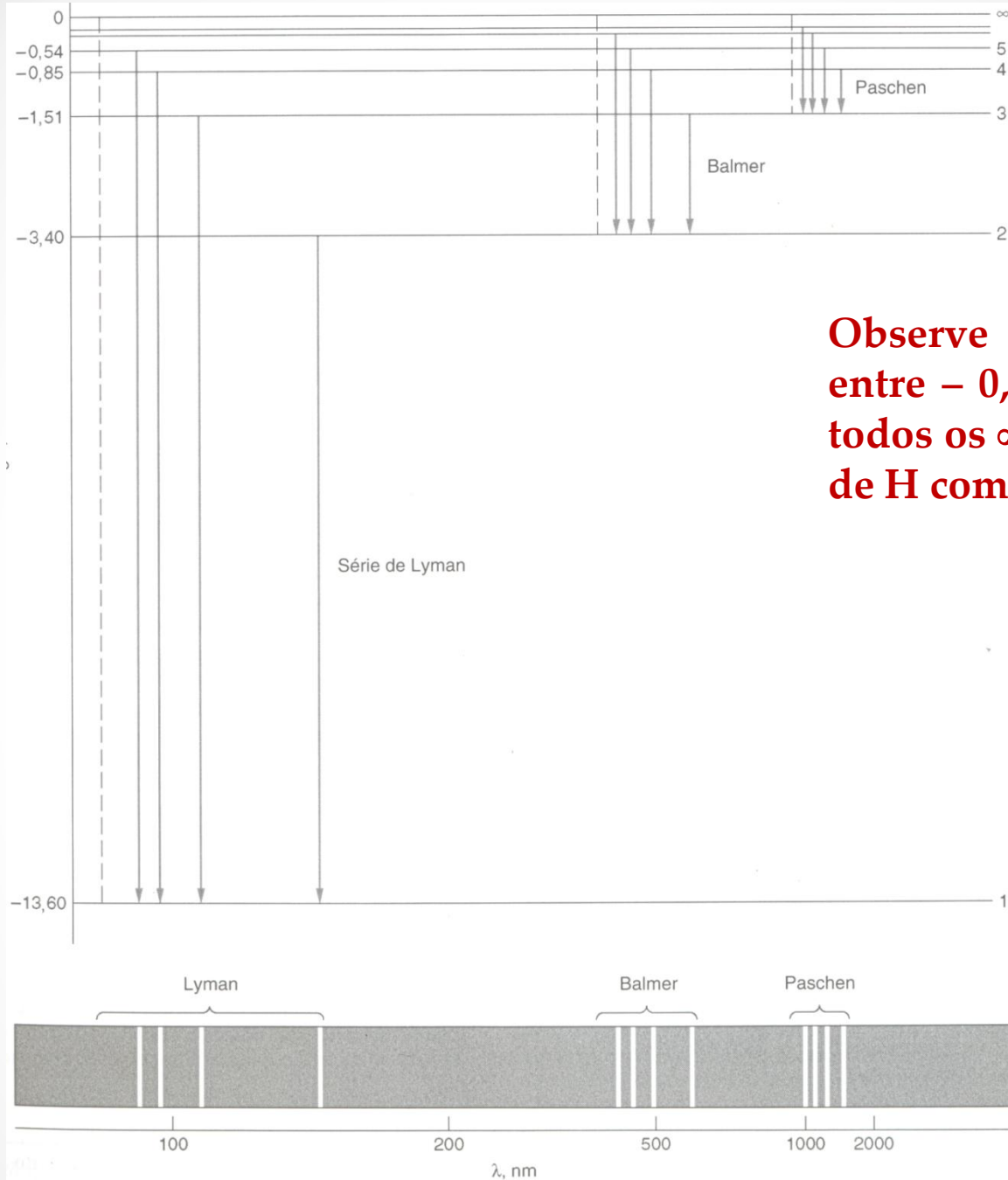
(Estabelecido por Bohr em 1920)

1. A Física Quântica para qualquer sistema e dinâmica deve coincidir com a Física Clássica no limite no qual os números quânticos que especificam o estado do sistema, se tornam muito grandes (números quânticos $\rightarrow \infty$).
2. As regras de seleção são válidas para todos os números quânticos possíveis. Assim, as regras de seleção que são necessárias para obter a coincidência de uma teoria quântica com a clássica quando os números quânticos são grandes, também se aplicam na situação quântica, ou seja, de números quânticos pequenos.

Aplicações do princípio de correspondência

trabalhados em sala de aula

- 1. Os valores dos momentos angulares do átomo de H e de uma bolinha macroscópica em MCU usando a quantização de Bohr para o L.
- 2. O átomo de hidrogênio no modelo de Bohr: energias e frequências emitidas nos estados com $n \rightarrow \infty$ - o entendimento do que é a coincidência do resultado quântico com o clássico.



Observe que com energia entre $-0,54$ eV e zero estão todos os ∞ estados do átomo de H com $n=5,6,\dots\infty$

A frequência ν_0 foi calculada como o inverso do período, como exige a Física Clássica, mas usando os raios e velocidades do modelo de Bohr.

A frequência ν foi calculada como a diferença entre duas energias do modelo de Bohr sobre h , de acordo com uma das hipóteses sobre transições atômicas do modelo.

TABELA 4-2 O Princípio da Correspondência para o Hidrogênio

n	ν_0	ν	Diferença %
5	$5,26 \times 10^{13}$	$7,38 \times 10^{13}$	29
10	$6,57 \times 10^{12}$	$7,72 \times 10^{12}$	14
100	$6,578 \times 10^9$	$6,677 \times 10^9$	1,5
1.000	$6,5779 \times 10^6$	$6,5878 \times 10^6$	0,15
10.000	$6,5779 \times 10^3$	$6,5789 \times 10^3$	0,015

Princípio de de Broglie - 1924

- Como a **radiação eletromagnética** tem caráter dual (**onda-partícula**) e é, juntamente com a **matéria** (partículas com massa de repouso não nula: partícula material) **constituente do universo físico**, então a **simetria da natureza** exige que a **matéria também tenha caráter dual, ou seja, há uma onda associada à partícula material (partícula-onda).**

As relações de conexão partícula-onda

- *As relações de conexão* entre as **grandezas do caráter corpuscular** (E, p) com as **do caráter ondulatório**: (ν, λ) são as mesmas para os constituintes do universo físico - radiação eletromagnética e partículas de matéria.
- Assim valem para fótons e partículas materiais as relações:

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

$$p = \frac{h}{\lambda} = \hbar k$$

- **CUIDADO!**
 - $\lambda\nu = c$ para $m_0 = 0$
 - $\lambda\nu \neq v$ para $m_0 \neq 0$ (demonstrado em aula!)

Velocidades das ondas clássicas

Ondas monocromáticas:

$$v_{onda} = \lambda \nu = \omega / k$$

Ondas não monocromáticas:

$$v_{onda} = v_{grupo} = \frac{d\omega}{dk}$$

A velocidade da partícula-onda

- **Energia da partícula não relativística de velocidade constante:**

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

- **Momento linear e energia da partícula relativística:**

$$p = m v_{part} \quad E = \sqrt{p^2 c^2 + m_o^2 c^4} = mc^2$$

- **A velocidade da onda de fase, $v = \lambda \nu$, e as relações de de Broglie:**

$$\nu_{onda}^{deBroglie} = \nu_{fase} = \lambda \nu = \frac{h}{\lambda} \times \frac{E}{h} = \frac{E}{p}$$

- **Então valeriam as seguintes igualdade:**

$$\nu_{onda}^{deBroglie} = \left[\frac{E}{p} \right]_{class} = \frac{p^2}{2mp} = \frac{v_{part}}{2} !!!!! \quad \nu_{onda}^{deBroglie} = \left[\frac{E}{p} \right]_{relat} = \frac{mc^2}{m v_{part}} = \frac{c^2}{v_{part}} > c !!!!!$$

Conclusão: a partícula, com velocidade clássica ou relativística, e a onda associada não estão de acordo!!!

A velocidade da partícula-onda – cont.

- A velocidade de grupo e as ondas de de Broglie:

$$v_{\text{onda}} = v_{\text{grupo}} = \frac{dw}{dk} = \frac{\frac{dE}{\hbar}}{\frac{dp}{\hbar}} = \frac{dE}{dp}$$

- **Partícula com velocidade não relativística :**

$$v_{\text{grupo}} = \frac{dw}{dk} = \left[\frac{dE}{dp} \right]_{\text{class}} = \frac{2p}{2m} = v_{\text{part}}$$

- **Partícula com velocidade relativística:**

$$v_{\text{grupo}} = \frac{dw}{dk} = \left[\frac{E}{p} \right]_{\text{relat}} = \frac{1}{2} \frac{2pc^2}{\sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}} = \frac{pc^2}{mc^2} = v_{\text{part}}$$

- **Conclusão: O lado partícula e o lado onda estão de acordo sobre as suas velocidades!!! Adote-se a velocidade de grupo para as ondas das partículas!**