Física I - IME 2016

PROVA SUB – (06/12/2017)

Q1: | Q2: | Q3: | Q4: | NOTA:

Aluno: GABARITO	N° USP:	Turma

Avisos:

- ★ Esta prova tem duração de 100 minutos.
- ★ Resolva cada questão na própria folha. Use o verso se necessário.
- ★ Escreva de forma legível.
- ★ É permitido o uso de calculadora, mas NÃO de qualquer outro aparelho eletrônico.
- ★ Justifique TODAS as suas respostas, bem como fórmulas utilizadas fora do formulário.

Formulário:

$$\vec{p}_i = m_i\vec{v}_i$$

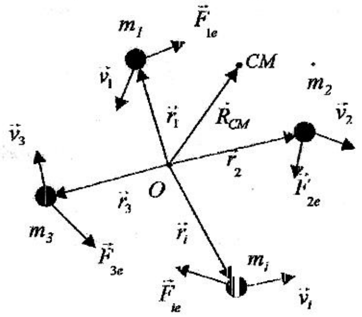
$$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i$$

$$\vec{R}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\vec{r}_i \text{ , onde } M = \sum_i m_i$$

$$\vec{V}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\vec{v}_i \quad ; \quad \vec{P} = M\vec{V}_{CM}$$

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{ext}, \text{ onde } \vec{F}_{ext} = \sum_i \vec{F}_{i,ext}$$

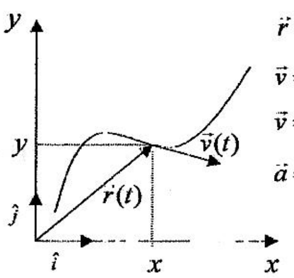
$$M\frac{d\vec{V}_{CM}}{dt} = \vec{F}_{ext} \quad ; \quad M\frac{d^2\vec{R}_{CM}}{dt^2} = \vec{F}_{ext}$$



Cinemática Unidimensional $\rightarrow x(t) \underset{\int + x_0}{\overset{d/dt}{\Leftrightarrow}} v(t) \underset{\int + v_0}{\overset{d/dt}{\Leftrightarrow}} a(t)$

MRUV $\rightarrow x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ (x_0 e v_0 - condições iniciais)

$v(t) = v_0 + at$ (a = constante) $\qquad v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ Torricelli

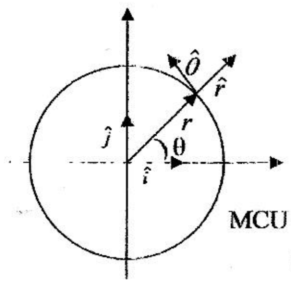


$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j}$$

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$$



$$\vec{r} = r\hat{r}$$

$$\vec{v} = v\hat{\theta}$$

$$\vec{a} = a_r\hat{r} + a_t\hat{\theta}$$

$$a_r = -\frac{v^2}{r} \quad a_t = \frac{dv}{dt}$$

MCU - movimento periódico

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad \omega = \frac{v}{r}$$

Equações vetoriais $\quad \vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2 \qquad \vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t \qquad \vec{F}_{res} = \sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$

Trabalho: $W = \int_{x1}^{x2} F dx =$ Área sob o gráfico de $F \times x$

ou $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$

Impulso de uma força: $\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t)dt = \Delta\vec{p}$

Sistema fechado: $\Delta K + \Delta U = W_{f_{atrito}} + W_{F_{ext}}$

Teorema trabalho-Energia Cinética: $W = \Delta K = \frac{1}{2}m\left(v_f^2 - v_i^2\right)$

Energia potencial gravitacional: $U = mgy$

Energia Potencial de Mola: $U = \frac{1}{2}kx^2$

Teorema dos eixos paralelos $I = I_{CM} + Md^2$

Energia cinética de rotação $K = \frac{1}{2}I\omega^2$.

Dinâmica de rotação

$\tau = I\alpha$, $I = \int_V r^2 dm$ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

Teorema trabalho-Energia Cinética:

$$W = \Delta K = \frac{1}{2}I\left(\omega_f^2 - \omega_i^2\right)$$

$$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$$

Momento angular de uma partícula: $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$, **Momento angular de um corpo rígido:** L=Iω

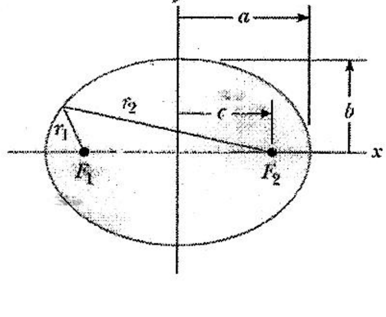
Lei da Gravitação: $F = G\frac{Mm}{r^2}$ $a_g = \frac{GM}{r^2}$

Energia Potencial Gravitacional: $U = -\frac{GMm}{r}$

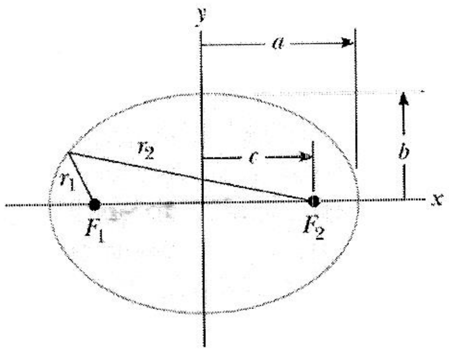
Velocidade de Escape: $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$

Terceira Lei de Kepler: $T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM}\right)r^3$

Equação da Elipse: $a^2 = b^2 + c^2$



Excentricidade da elipse: e= $\frac{c}{a}$



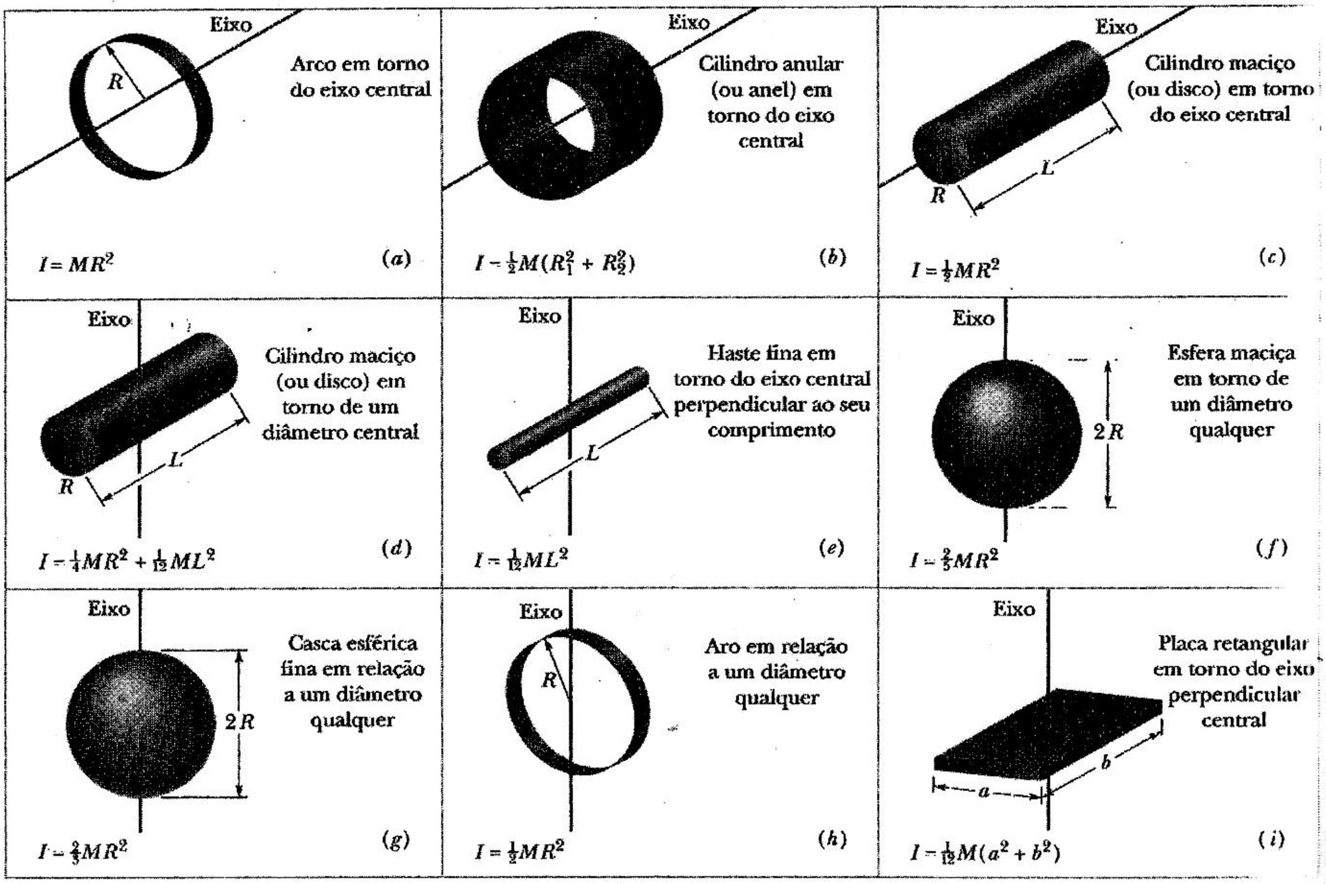
CONSTANTES:

Considere a aceleração da gravidade $g = 10.0$ m/s

Massa do Sol=$1{,}99 \times 10^{30}$ kg

Constante Gravitacional, $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ m^3/(s.kg)

TABELA 10-2 Alguns Momentos de Inércia

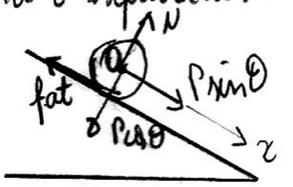


Questão 1 (2.5)

Um esquiador está descendo uma montanha coberta de neve, com inclinação de 30° quando, de repente, ele nota uma grande bola de neve, morro acima, rolando em direção a ele. No momento em que ele nota a bola de neve, ela está somente à cem metros de distância, com uma velocidade de 25 m/s neste instante. Para tentar fugir, o esquiador imprimi a si mesmo, de maneira instantânea, uma velocidade de 10 m/s morro abaixo, descendo com uma aceleração de g sin30°. Considere a origem do sistema de coordenadas, na posição inicial da bola no instante mencionado. Supondo que a bola de neve tem uma aceleração constante, correspondente a de uma esfera de raio R, rolando sem deslizar este plano inclinado, responda:

(1,0): a) Escreva as equações horárias de posição do esquiador e da bola de neve.
(1,0): b) Qual é a força de atrito entre entre a superfície e a bola de neve?
(0,5): c) A bola de neve atingirá o esquiador? Justifique sua resposta.

Para o esquiador: $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}(10\sin 30^\circ)t^2 \Rightarrow \boxed{x = 100 + 10t + 2{,}5t^2}$



$\sum F_x = ma \Rightarrow mg\sin 30^\circ - f_{at} = ma$ (1)

Eixo em O $\sum \tau = I\alpha \Rightarrow f_{at}R = \frac{2}{5}mR^2\frac{a}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow f_{at} = \frac{2}{5}ma$ (2)

Subst (2) em (1), temos: $\frac{\cancel{m}g}{2} - \frac{2}{5}\cancel{m}a = \cancel{m}a \Rightarrow \frac{7}{5}a = \frac{g}{2}$

$a = \frac{5}{14}g$ (3) Subst (3) em (1): $f_{at} = \frac{\cancel{2}}{\cancel{5}}\frac{\cancel{5}}{\cancel{14}}mg$

$\boxed{f_{at} = \frac{mg}{7}}$ (b) Para a bola $\boxed{x = 0 + 25t + \frac{5}{14}t^2}$ (a)

Quando a bola encontrar o esquiador

$100 + 10t + 2{,}5t^2 = 25t + \frac{5}{14}t^2$

$\left(2{,}5 - \frac{5}{14}\right)t^2 - 15t + 100 = 0$

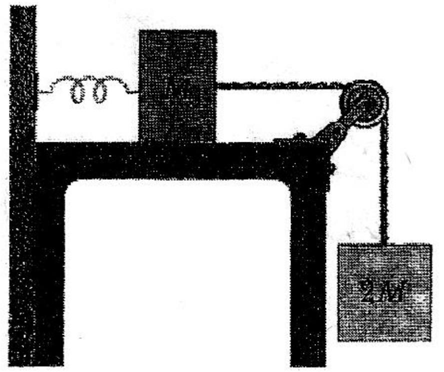
$2{,}321\,t^2 - 15t + 100 = 0$

$\Delta = 15^2 - 4\times 2{,}321\times 100 = 225 - 928{,}4 = -703$

$\Rightarrow \nexists\, t$ real Portanto a bola não alcança o esquiador

Questão 2 (2.5)

Dois blocos de massas M e $2M$ (ver figura) estão conectados a uma mola de constante elástica k=200 N/m que tem uma das extremidades fixa, como mostrado na figura. A superfície horizontal e a polia não possuem atrito e a polia tem massa desprezível. Os blocos são liberados do repouso com a mola em sua posição relaxada. Considere M=2,0 kg.



(1.5): a) Qual é a energia cinética do bloco pendurado após ele ter caído de 0,090 m?

(1.0): b) Qual é a distância máxima que o bloco pendurado cai antes de parar momentaneamente?

$$\Delta U_g + \Delta U_m + \Delta K = 0$$

$$-(2M)gh + \frac{1}{2}kh^2 + \frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}(2M)v^2 = 0$$

$$\frac{3M}{2}v^2 = 2Mgh - \frac{1}{2}kh^2$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{2}{3M}\right)\left(2Mgh - \frac{1}{2}kh^2\right)}$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{2}{3\times2}\right)\left(2\times2\times10\times0{,}09 - \frac{1}{2}200\times0{,}09^2\right)}$$

$$v = \sqrt{\frac{1}{3}(3{,}6 - 0{,}81)} = \sqrt{0{,}93} = 0{,}96\ m/s$$

$$K = \frac{1}{2}(2M)v^2 = Mv^2 = 2\times0{,}93 = 1{,}86\ J \quad (a)$$

$$\Delta U_g + \Delta U_m + \Delta K = 0 \Rightarrow -(2M)gh + \frac{1}{2}kh^2 = 0$$

$$h\left(-2Mg + \frac{1}{2}kh\right) = 0$$

$h = 0$

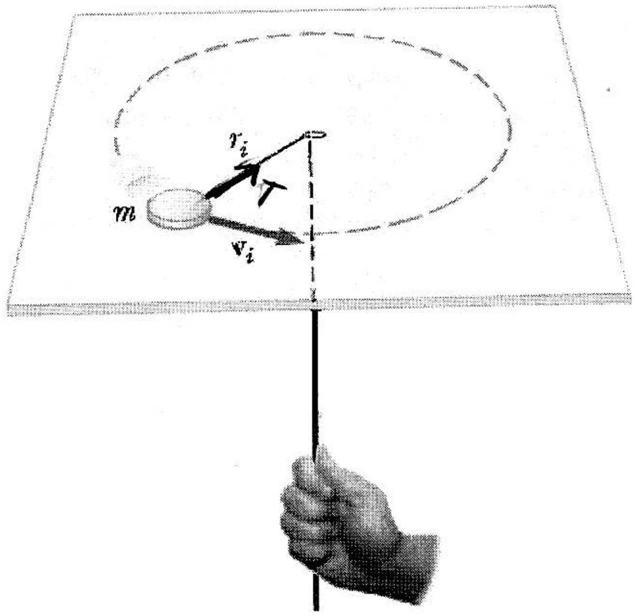
ou

$$2Mg = \frac{1}{2}kh$$

$$h = \frac{4Mg}{k} = \frac{4 \times 2 \times 10}{200} = 0{,}4\ m$$

Questão 4	(2.5)

Um disco de massa m=50,0 g é preso por uma corda passando passando através de um pequeno buraco, deslizando numa superfície horizontal, sem atrito. O disco está inicialmente orbitando com velocidade v_i=1,50 m/s, em um círculo de raio r_i=0,300 m. A corda é então suavemente puxada, decrescendo o raio do círculo para r=0,100 m.



(1,0): a) Qual é a velocidade do disco para este novo raio?
(0,5): b) Qual é a tensão na corda em função de r.
(1,0): c) Qual é o trabalho W que é realizado para mover m de r_i=0,300 m para r=0,100 m?

A tração T é uma força central e portanto não realiza torque.

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{L} = cte$$

$$\cancel{m} r_i v_i \sin 90^\circ = \cancel{m} r v \sin 90^\circ$$

$$v = \frac{r_i v_i}{r} = \frac{0,3 \times 1,50}{0,1} = \boxed{4,5\ m/s}$$

$$T = \frac{mv^2}{r} = \frac{m}{r}\frac{r_i^2 v_i^2}{r^2} = \frac{m r_i^2 v_i^2}{r^3}$$

$$W = \int \vec{T} \cdot d\vec{r} = \int_{r_i}^{r_f} -T\,dr = -m r_i^2 v_i^2 \int_{r_i}^{r} \frac{dr}{r_3} = -\frac{m r_i^2 v_i^2}{(-2)}\left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_i^2}\right)$$

$$W = \frac{0,050 \times 0,3^2 \times 1,5^2}{2}\left(\frac{1}{(0,1)^2} - \frac{1}{(0,3)^2}\right) = 0,0050625 \times (88,8888) = 0,45\ J$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{5d^2}{h} + \frac{100\,h}{5}} = \boxed{\sqrt{\frac{5d^2}{h} + 20h}} \quad (c)$$