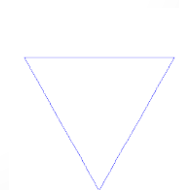


# Modelagem em Engenharia C & A

Aula 14- Fractais – First Blood

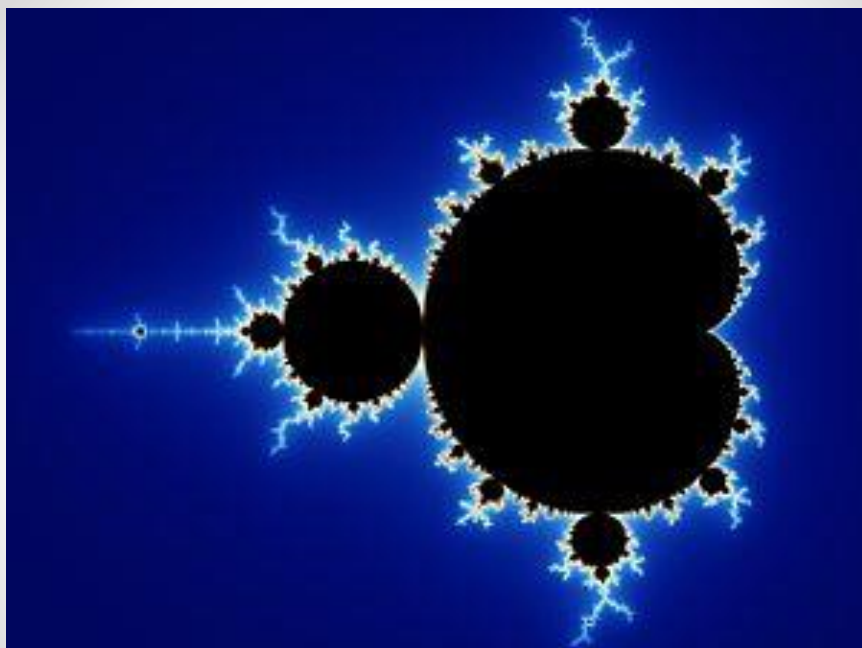
## Objetivos

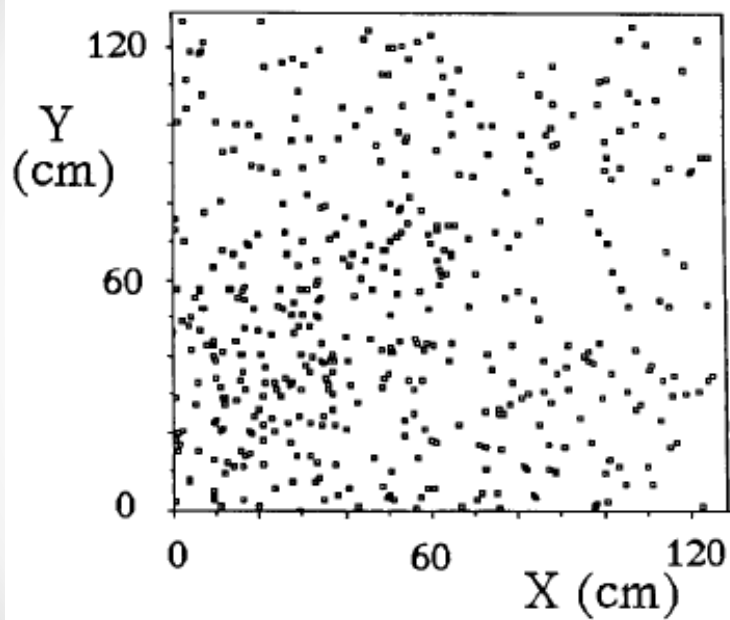
- Conceitos Gerais
- Dimensão Fractal
- Manipulação de números complexos
- Escala de cores na planilha



# O que é fractal

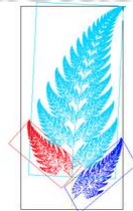
- O termo correto é 'geometria fractal'
- Um fractal é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhante ao objeto original
- Referência principal: Benoît Mandelbrot, matemático francês (engenheiro da École Polytechnique) e Daniel Shertzer (meteorologista da École des Ponts)
- Termo fractal: vem de fractus, que significa fração .
- 



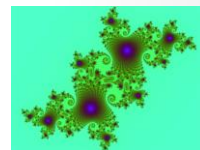


## Tipos de fractais

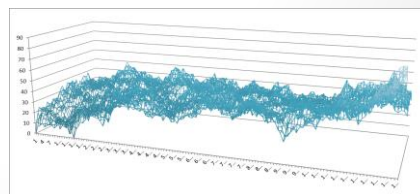
- Funções iteradas : samambaia



- Funções de recorrência:
  - Mandelbrot
  - Julia



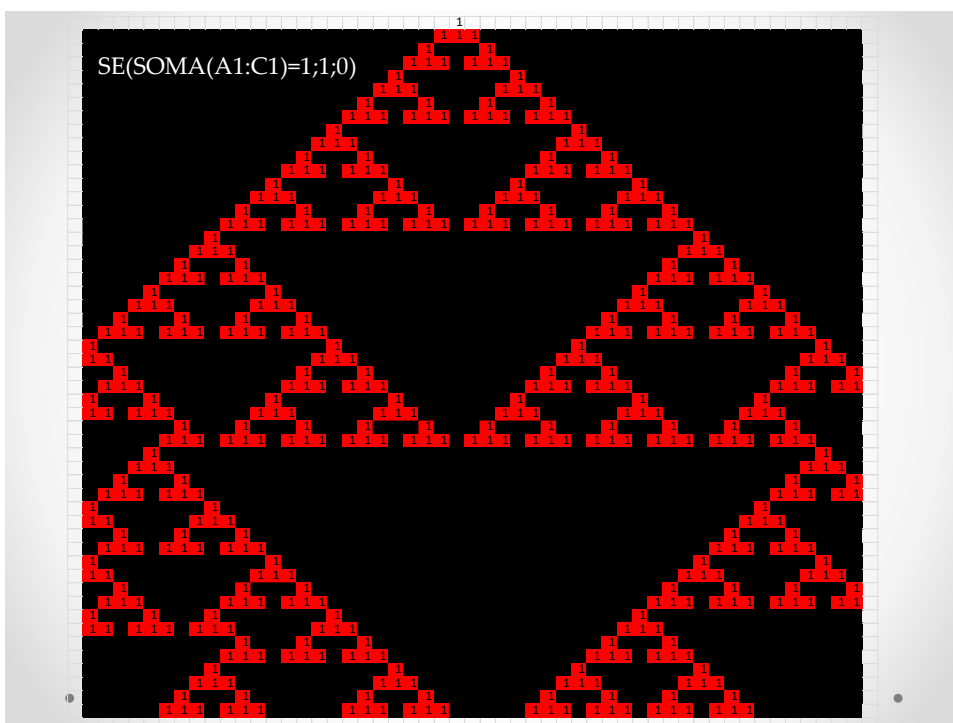
- Funções aleatórias:
  - montanhas



# Fractal simples no Excel

- Utilizar as células como pixel
- Cor de fundo como propriedade na dimensão Z
- `Range("a1").interior.color = RGB(128,128,255)`
- Redimensionar as células para 'parecer' uma tela
- Utilizar a formatação condicional para dar o atributo de cor de fundo

```
Columns("A:BM").Select
Selection.ColumnWidth = 0.2
Rows("1:65").Select
Selection.RowHeight = 2
Range(Cells(1, 1), Cells(65, 65)).Interior.Color = RGB(0, 255, 255)
Range("a1").Select
```



## Aplicações dos Fractais

- Engenharia: simulações aleatórias de séries a partir de fracionamento de intervalos; distribuição espacial de tensões em uma peça, distribuição espacial e temporal de chuva, distribuição de partículas em uma substância química
- Medicina: diagnósticos médicos
- Mercado financeiro: oscilação de commodities, cotação de ações em um pregão

## Dimensão Fractal

- Determina a razão de área ocupada pela figura
- Equivale ao coeficiente angular da correlação entre os pixels ocupados em um conjunto de sub-áreas na figura fractal
- Método de cálculo: algoritmo *box-counting*

## Cálculo da DF (d)

	Dimensão 1	Dimensão 2	Dimensão 3
Dividido por 2			
Cópias	$2^1 = 2$	$2^2 = 4$	$2^3 = 8$
Dividido por 3			
Cópias	$3^1 = 3$	$3^2 = 9$	$3^3 = 27$

$$N = (1/m)^d$$

$N$  = número de cópias auto-similares  
 $m$  = fator de redução  
 tamanho da cópia em relação ao original  
 $d$  = dimensão do objeto

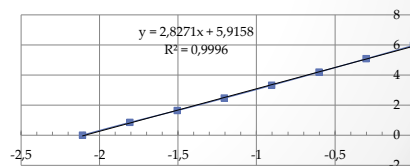
Exemplo: no quadrado de dimensão 2, quando dividido por dois resulta

$$N = (1/(1/2))^2 = 4$$

## Para encontrar a dimensão genérica

$$N = (1/m)^d \Rightarrow \log(N) = \log\left(\left(\frac{1}{m}\right)^d\right) \Rightarrow \log(N) = d \cdot \log\left(\frac{1}{m}\right) \Rightarrow d = \frac{\log(N)}{\log(1/m)}$$

Rotina BoxCounting



# Fractal de Mandelbrot

- Sejam  $z$  e  $c$  números complexos na forma

$$z = (x + ui);$$

$$c = cx + cyi$$

- $F(z) = z^2 + c$

$$z_0 = 0$$

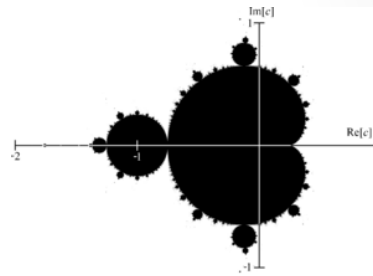
$$z_1 = z_0^2 + c$$

.

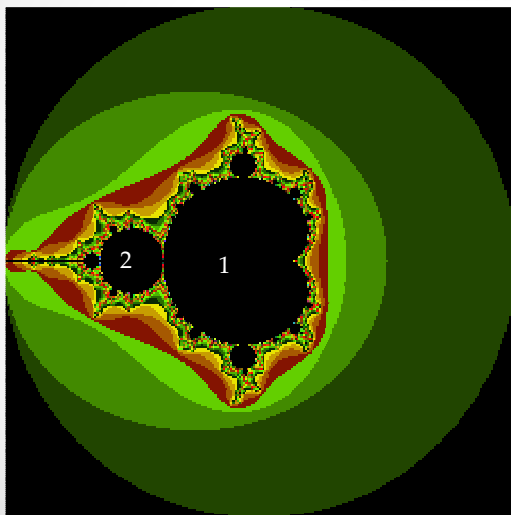
.

$$x_{n+1} = x_n^2 - y_n^2 + cx$$

$$y_{n+1} = 2x_n y_n + cy$$



## Implementando na Planilha



Rotina Mandelbrot