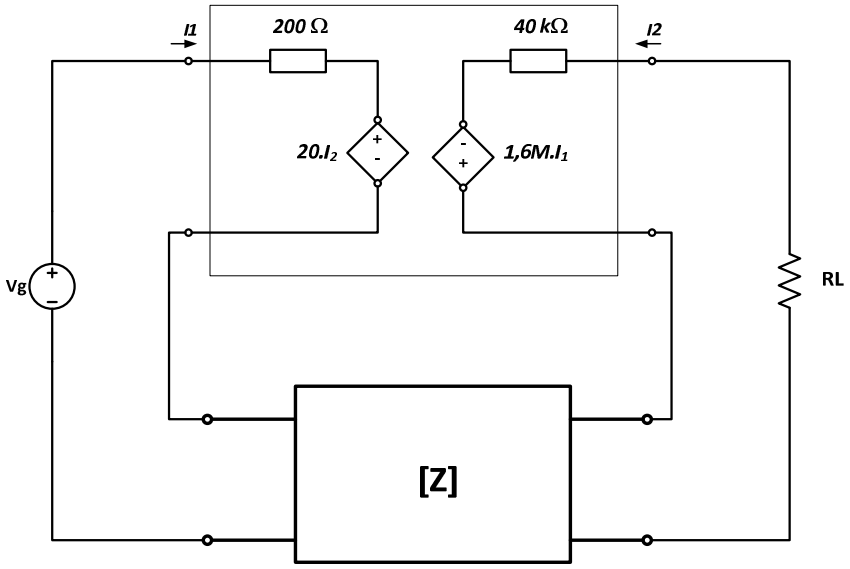
SEL0452 QUINTA AVALIAÇÃO CONTINUADA - RESOLUÇÃO 2016

NOME_____NOTA:_____

Considere o circuito abaixo formado pelo acoplamento de dois quadripolos, onde [Z] é o modelo de impedâncias do segundo quadripolo, dado pela matriz abaixo:

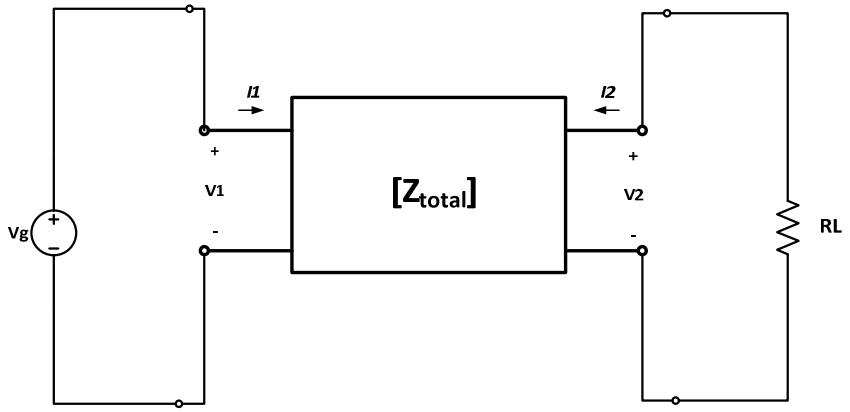
$$[Z]=\begin{bmatrix} 200 & 20 \\ -1{,}6M & 40k \end{bmatrix}\Omega\,.$$

Sabendo-se que a tensão do gerador Vg=100mV, determine o valor da resistência de carga RL para que o circuito transfira a máxima potência para esta carga. Qual é o valor desta potência?



RESOLUÇÃO TIPO 1:

Pode-se observar pela figura que o circuito é formado por dois quadripolos em série. O circuito pode então ser simplificado facilmente substituindo os dois quadripolos em série por um único quadripolo, conforme mostrado na figura abaixo, cujo modelo de impedâncias Z_{total} é igual à soma dos modelos de impedâncias dos dois quadripolos.



Observando-se o primeiro quadripolo verifica-se que o seu circuito corresponde ao próprio modelo Z deste quadripolo dado pela matriz abaixo:

$$[Z_1]=\begin{bmatrix} 200 & 20 \\ -1{,}6M & 40k \end{bmatrix}$$

Sendo assim, o modelo do quadripolo total será:

$$[Z_{total}]=\begin{bmatrix} 200 & 20 \\ -1{,}6M & 40k \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} 200 & 20 \\ -1{,}6M & 40k \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 400 & 40 \\ -3{,}2M & 80k \end{bmatrix}$$

A equação do quadripolo do segundo circuito fica dada por:

$$\begin{bmatrix} V_g \\ V_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 400 & 40 \\ -3{,}2M & 80k \end{bmatrix}.\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

Para se determinar o modelo de Thevenin do circuito, visto dos terminais de saída temos de determinar V_2 de circuito aberto e I_{2cc} (corrente de curto-circuito na saída).

$V_{TH}=V_{2ca}$ – basta fazer $I_2=0$

$$I_1=\frac{V_g}{400}=250\mu A \Rightarrow V_{TH}=V_{2ca}=-3{,}2M\,..I_1=-800V$$

Corrente de curto-circuito I_{2cc} – basta fazer $V_2=0$

$$I_2=-I_{2cc}=\frac{\begin{vmatrix} 400 & V_g \\ -3{,}2M & V_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 400 & 40 \\ -3{,}2M & 80k \end{vmatrix}}=\frac{\begin{vmatrix} 400 & 100m \\ -3{,}2M & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 400 & 40 \\ -3{,}2M & 80k \end{vmatrix}}=\frac{3{,}2M.100m}{400.(80k)+3.2M.40}\cong 2{,}00mA$$

Portanto $I_{2cc} = -I_2 = -2{,}00mA$

A resistência de Thevenin será dada por:

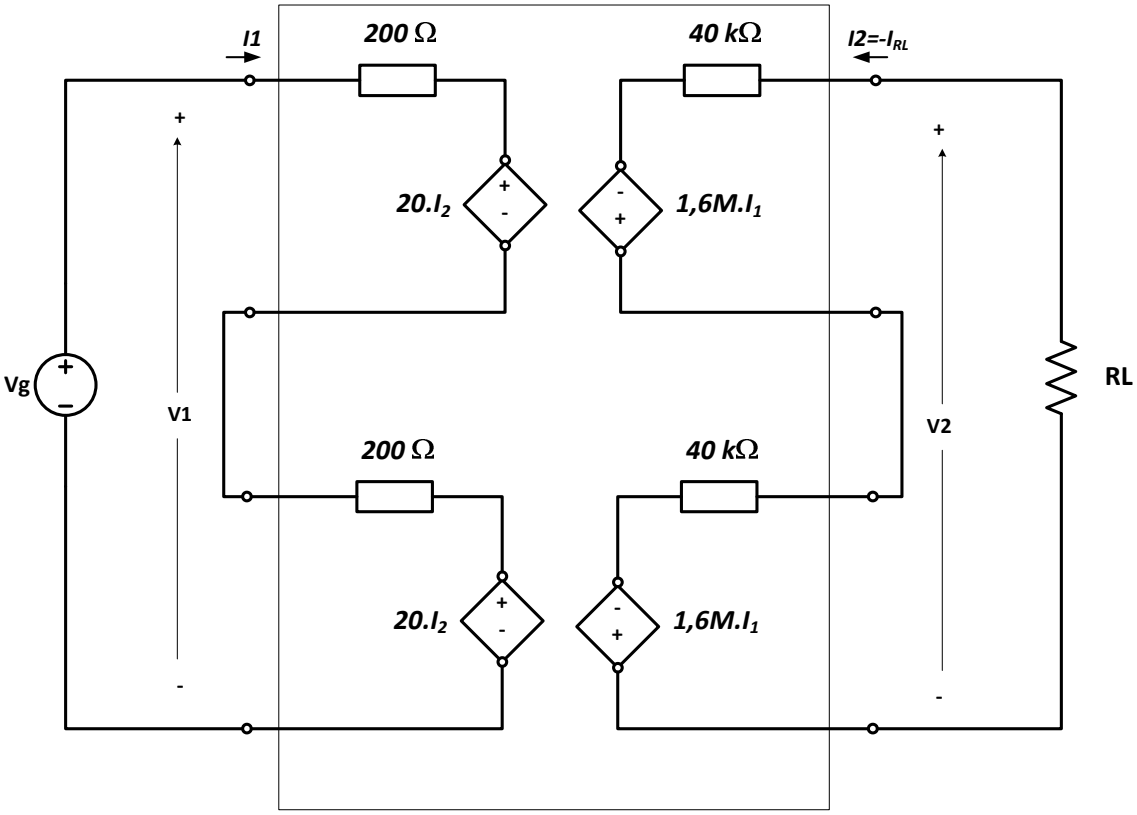
$$R_{TH}=\frac{V_{TH}}{I_{2cc}}=\frac{-800}{-2{,}00m}\cong 400k\Omega$$

Para haver a máxima transferência de potência, a resistência de carga RL deve ser igual à resistência de Thevenin determinada. Sendo assim, a máxima potência transferida para RL será dada por:

$$P_{\max}=\frac{V_{TH}^2}{4R_{TH}}\cong 400mW$$

RESOLUÇÃO TIPO 2:

Pela matriz Z do segundo quadripolo, pode-se observar que o segundo quadripolo é um quadripolo que tem o mesmo circuito equivalente de fontes dependentes ao do primeiro quadripolo. Sendo assim, podemos substituir o segundo quadripolo pelo seu modelo de fontes dependentes no circuito original, conforme mostrado no circuito abaixo:



Para se determinar o modelo de Thevenin do circuito, visto dos terminais de saída temos de determinar V_2 de circuito aberto e I_{2cc} (corrente de curto-circuito na saída).

$V_{TH}=V_{2ca}$ – basta retirar RL, e portanto tem-se $I_{RL}=-I_2=0$

$$I_1 = \frac{V_g}{400} = 250\mu A \Rightarrow V_{TH} = V_{2ca} = -3{,}2M\,..I_1 = -800V$$

Corrente de curto-circuito $I_{2cc}=-I_{RL}$ – basta fazer $V_2=0$

$$I_1 = \frac{V_g - 40.I_2}{400}$$

$$80k.I_2 = 3{,}2M\,.I_1 = 3{,}2M\,\frac{V_g - 40I_2}{400} \Rightarrow I_2 \cong 2{,}0mA$$

Portanto $I_{2cc} = -I_2 = -2{,}0mA$

A resistência de Thevenin será dada por:

$$R_{TH} = \frac{V_{TH}}{I_{2cc}} = \frac{-800}{-2{,}0m} = 400k\Omega$$

Para haver a máxima transferência de potência, a resistência de carga RL deve ser igual à resistência de Thevenin determinada. Sendo assim, a máxima potência transferida para RL será dada por:

$$P_{\max} = \frac{V_{TH}^{2}}{4R_{TH}} = 400mW$$