**Teoria dos Jogos para Ciência Política**

**Graduação – Teoria dos Jogos para Cientistas Sociais (FLP0464)**

**Pós Graduação – Teoria dos Jogos (FLS6363-1)**

Prof. Dr. Glauco Peres Silva

2ª lista de exercícios – 19/10/2016

Esta é a segunda lista de exercícios e deverá ser entregue na próxima aula em classe. É permitido que os alunos discutam a resolução dos exercícios, mas cada um deverá responde-los a sua maneira. A pontuação de cada atividade está assinalada ao lado da questão.

**Questão 1 – 20 pontos**

Encontre todos os equilíbrios de Nash para os jogos abaixo:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Jogador 2 |  |  |
|  |  | Norte | Sul | Leste | Oeste |
|  | Alto | 4, 1 | 5, 2 | 3, 3 | 3, 0 |
| Jogador 1 | Meio | 3, 5 | 2, 1 | 2, 3 | 5, 3 |
|  | Baixo | 5, 3 | 3, 4 | 4, 2 | 1, 2 |

**A ação “Oeste” é nunca melhor resposta para o jogador 2. Em razão disso, o jogador 1 nunca escolhe “Meio”. Em resposta a isso, o jogador 2 nunca escolhe “Norte”.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **Jogador 2** |  |
|  |  | **Sul (q)**  | **Leste (1-q)** |
|  | **Alto (p)** | **5, 2** | **3, 3** |
| **Jogador 1** | **Baixo (1-p)** | **3, 4** | **4, 2** |

**O jogo acima indicado não possui equilíbrio em estratégias puras; apenas em estratégias mistas. Neste equilíbrio p=2/3 e q = 1/3**

2)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | Jogador 2 |  |
|  |  | Esquerda | Centro | Direita |
|  | Alto | 4, 1 | 2, 2 | 3, 1 |
| Jogador 1 | Meio | 3, 2 | 2, 1 | 0, 3 |
|  | Baixo | 1, 3 | 3, 0 | 4, 2 |

**Para o jogador 1, a alternativa “Meio” é nunca melhor resposta. Com isso, o jogador 2 nunca escolhe “Direita”. A matriz final também não possui equilíbrio em estratégias puras; apenas em mistas.**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | **Jogador 2** |  |
|  |  | **Esquerda (q)**  | **Centro (1-q)** |
|  | **Alto (p)** | **4, 1** | **2, 2** |
| **Jogador 1** | **Baixo (1-p)** | **1, 3** | **3, 0** |

**Neste equilíbrio p = 3/4 e q = 1/4**

**Questão 2 – 30 pontos**

Considere o seguinte quadro como a representação estratégica de um jogo de soma zero:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Tenista 2 |  |
|  |  | Tática 1 **(q)** | Tática 2 **(1 - q)** |
| Tenista 1 | Tática 1 **(p)** | 30, 70 | 40, 60 |
|  | Tática 2 **(1 - p)** | 75, 25 | 20, 80 |

1. Encontre o equilíbrio de Nash deste jogo

**p = 11/13 e q = 12/13**

Suponha que a tenista 1 melhore o seu resultado quando aplica a tática 1 e a tenista 2 aplica a tática 2 de 40 para 50.

1. Encontre o novo equilíbrio de Nash

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Tenista 2 |  |
|  |  | Tática 1 **(q)** | Tática 2 **(1 - q)** |
| Tenista 1 | Tática 1 **(p)** | 30, 70 | **50, 50** |
|  | Tática 2 **(1 - p)** | 75, 25 | 20, 80 |

**p = 11/17 e q = 2/5**

1. Compare e interprete os resultados.

**Apesar da tenista 1 melhorar em termos relativos o seu golpe da tática 1, ela passa a usar menos essa alternativa – de 11/13 para 11/17 das vezes. E a tenista 2, ao contrário, passa a usar mais a tática 2, como forma de responder à mudança promovida pela nova matriz de payoffs.**

**Questão 3 – 40 pontos**

Suponha um dilema dos prisioneiros em que o jogador 1 assume que o jogador 2 possa ser de dois tipos: “agressivo” ou “conciliador”, enquanto o jogador 2 não tem dúvidas sobre o comportamento do jogador 1. As recompensas dos dois jogadores estão descritas nas duas tabelas seguintes:

Jogador 2 do tipo conciliador:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Jogador 2 |  |
|  |  | Coopera | Não Coopera |
| Jogador 1 | Coopera | 0, 0 | 4, -2 |
|  | Não coopera | -2, 7 | 5, 5 |

Jogador 2 do tipo agressivo:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Jogador 2 |  |
|  |  | Coopera | Não Coopera |
| Jogador 1 | Coopera | 0, -2 | 4, 0 |
|  | Não coopera | -2, 5 | 5, 7 |

Pede-se para calcular o equilíbrio de Nash bayesiano nesse jogo se a probabilidade de o jogador 2 ser agressivo for de (a) 10% e de (b) 80%.

**O jogador 1 não possui estratégia dominante. Ele joga coopera ou não coopera a depender daquilo que o jogador 2 fará. O payoff esperado pelo jogador 1 não se altera a depender do jogo, mas o payoff do jogador 2, sim. O payoff médio que o jogador 1 assume que o jogador 2 receberá depende da probabilidade do jogador 2 ser de um ou de outro tipo. Ele pode, assim, calcular um payoff médio para as probabilidades diferentes de cada alternativa. Assim, sendo *p* a probabilidade do jogador ser agressivo, temos:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Jogador 2 |  |
|  |  | Coopera | Não Coopera |
| Jogador 1 | Coopera | 0, **-2p + 0\*(1-p)** | 4, **0p - 2\*(1-p)** |
|  | Não coopera | -2, **5p + 7\*(1-p)** | 5, **7p + 5\*(1-p)** |

**Quando *p = 10%*, a matriz fica:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Jogador 2 |  |
|  |  | Coopera | Não Coopera |
| Jogador 1 | Coopera | 0, **-0,2** | 4, **-1,8** |
|  | Não coopera | -2, **6,8** | 5, **5,2** |

**Nesta situação, o jogador 2 tem estratégia dominante de “Cooperar”. Assim, o jogador 1 responde cooperando também.**

**Porém, quando *p = 80%,* a matriz fica:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Jogador 2 |  |
|  |  | Coopera | Não Coopera |
| Jogador 1 | Coopera | 0, **-1,6** | 4, **-0,4** |
|  | Não coopera | -2, **5,4** | 5, **6,6** |

**Nesta situação, o jogador 2 tem estratégia dominante de “Não Cooperar”. Assim, o jogador responde também não cooperando.**

**Questão 4 – 20 pontos**

Para as afirmações abaixo, indique V se ela é verdadeira ou F se falsa. Justifique sua resposta.

1. Se um dilema dos prisioneiros é repetido 100 vezes, e ambos os jogadores sabem quantas repetições esperar, eles estão seguros de atingir o resultado cooperativo.

**Não. Falso. Quando o número de jogadas é finitas, não há garantias de que os jogadores atingirão o equilíbrio cooperativo. Em termos práticos, porém, os jogadores costumam cooperar quando o número de rodadas é grande o suficiente. Mas, a medida que o final se aproxima, o comportamento passa a ser o de não cooperar. Por estas razões, não há segurança de que a cooperação será atingida.**

1. Pode-se argumentar que, em princípio, tanto o tamanho de uma promessa, quanto o valor de uma ameaça possam ser arbitrariamente severos, enquanto forem críveis.

**Sim, em princípio. A severidade da ameaça e o tamanho da promessa afetam a credibilidade. Enquanto forem críveis, podem assumir quaisquer tamanhos.**

1. É racional que os jogadores suponham que uma ameaça muito severa não lhes seja favorável.

**Sim, verdade. Uma ameaça muito severa não é crível para aquele que recebe a ameaça e, portanto, pode não gerar o efeito desejado sobre a ação do outro.**

1. Externalidade é definida como a ação de um indivíduo que afeta a outro, positiva ou negativamente, mas que não teve o efeito desta ação incorporado pelo sistema de preços.

**Sim, verdade. A definição de externalidade se volta aos efeitos gerados por uma ação sobre terceiros, sejam positivos ou negativos, que não estão incorporados por aqueles que tomam a decisão.**

**Questão 5 – 30 pontos**

Dois jogadores, A e B, estão diante do jogo a seguir:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | Jogador B |  |
|  |  | Alto | Baixo |
| Jogador A | Alto | 50, 50 | 120, 20 |
|  | Baixo | 20, 120 | 80, 80 |

Considere que os payoffs estão expressos em valores monetários e indicam os lucros que os jogadores obtém pela combinação de estratégias. Considere ainda que ambos os jogadores adotam a estratégia *tit-for-tat*.

1. Se este jogo for repetido indefinidamente, ambos acreditam que não há razão para o jogo ser interrompido e não há custo intertemporal do dinheiro, os jogadores tendem a cooperar?

**Como um dilema dos prisioneiros, o equilíbrio nesse jogo (Alto, Alto) não atinge o maior payoff individual, o que é possível quando ambos cooperam, jogando Baixo. Dadas as condições indicadas, sim, os jogadores tendem a cooperar.**

1. Considere que o jogador A, muito ressabiado, acredita que haja apenas 60% de probabilidade do jogo continuar. O que deve acontecer nesta situação?

**Sendo:**

$$R=\frac{1-p}{p}$$

**Em que R é a taxa efetiva de retorno e p é a probabilidade do jogo começar.**

**Se o jogador A acredita que o jogo possui 60% de chance de continuar, R = 2/3.**

**O ganho por continuar cooperando indefinidamente é de:**

$$\frac{80-50}{120-20}=30\%$$

**Como R é maior do 30%, o jogador A não cooperará mais.**

1. Se o jogador B mantiver a sua crença de que o jogo será jogado indefinidamente, qual teria de ser a taxa de juros que faça com que ele não coopere? Neste caso, ele não cooperaria apenas uma vez ou nunca cooperaria? Explique.

**Como encontrado no item anterior, dado que o jogo é simétrico, se a taxa de juros for tal que faça com que R > 30%, o jogador B não cooperará nunca mais.**

**Já para a não cooperação por um único período, deve valer a seguinte relação:**

$$R>\frac{80-20}{120-20}-1=60\%$$

**Questão 6 – 30 pontos**

No filme já clássico *Mary Poppins*, as crianças da família Banks são jogadores em jogos estratégicos com um grande número de babás diferentes. Na sua visão do mundo, babás são inerentemente más, e pregar peças nas babás é muito divertido. Isto é, eles se veem diante de um jogo em que as babás jogam primeiro, mostrando-se bravas ou legais, e as crianças jogam em seguida, escolhendo serem malvadas ou obedientes. As babás preferem trabalhar com crianças obedientes, mas ser brava é inerente ao trabalho, e, então, alcançam seu maior payoff igual a 4 com (Brava, Obediente) e seu pior payoff igual a 1 de (Legal, Malvado), com (Legal, Obediente) valendo 3 e (Brava, Malvada) valendo 2. Já as crianças preferem ter uma babá legal e então serem malvadas; eles obtêm seus maiores payoffs quando a babá é Legal (4 se são malvados e 3 se são obedientes) e seus menores payoffs quando a babá é Brava (2, se Malvados e 1 se obedientes).

1. Desenhe a árvore deste jogo e encontre os equilíbrios sem a presença de nenhum movimento estratégico;

**O equilíbrio desse jogo é [Bravo (harsh), Malvado (mischievous)] com payoffs de (2, 2) tanto para a babá quanto para as crianças.**

****

1. No filme, antes da chegada de Mary Poppins, as crianças escrevem seu próprio anúncio no jornal para uma nova babá dizendo: “se você não nos der broncas e não nos dominar, nunca te darem razão para nos odiar; não esconderemos seus óculos, não colocaremos sapos em sua cama, nem pimenta no seu chá”. Caracterize esta afirmação como uma promessa, ameaça ou compromisso. Qual seria o resultado do jogo?

**A inclinação natural das crianças é serem malvadas; mas eles prefeririam que a babá fosse legal. Para obter isso, eles podem prometer algo como “Seremos obedientes se você for legal”. O resultado dessas ações leva a um resultado de (3, 3), o que é melhor para ambos.**

1. Esta ação das crianças (prometer, ameaçar ou assumir um compromisso) é automaticamente crível? Explique.

**Sim é crível porque a ação “malvada” é a resposta natural das crianças para o comportamento Brava da babá.**

1. Como as crianças poderiam tornar a sua ação crível?

**As crianças podem tentar estabelecer credibilidade, por exemplo, ao propor a sua própria punição se não cumprirem com a promessa. Ou eles podem se comprometer com sua promessa em ‘pequenos passos’, sendo comportados um dia por vez como recompensa pelas ações da babá.**

**Questão 7 – 30 pontos**

A avó e a mãe de Juliana conversam:

- Estou preocupada com a Juliana. Faz tempo que ela está na escola de inglês e não aprendeu nada ainda! – Disse a avó, inconformada.

- Se acalme. Eu já falei com ela. Disse seriamente que se ela não alcançar um bom nível de inglês até o final deste ano, ela não ganhará o presente de aniversário que pediu. – Responde a mãe, segura.

Explique, em termos técnicos, esta ação da mãe de Juliana, considerando a) o tipo de ação e b) sua pertinência.

**A mãe de Juliana fez uma ameaça a filha de não entregar um presente conforme combinaram. É um movimento estratégico da mãe. Ela o faz em razão do comportamento da filha, que está caminhando para algo indesejado por ela.**

**O problema de realizar esta ameaça é que a mãe de Juliana está incorrendo no custo de aferir se a filha de fato atingiu o nível de inglês combinado, o que, inclusive, pode ter sido feito de forma vaga (“bom nível” não é claro). Uma situação de promessa reduziria este custo, já que a própria Juliana teria interesse em mostrar a mãe seu sucesso ao aprender inglês. Então, a mãe de Juliana poderia atingir o mesmo resultado, sem o custo de vigiar a filha.**