

Planejamento de Rotas

SSC5955

Slides adaptados de Masahiro Ono - MIT

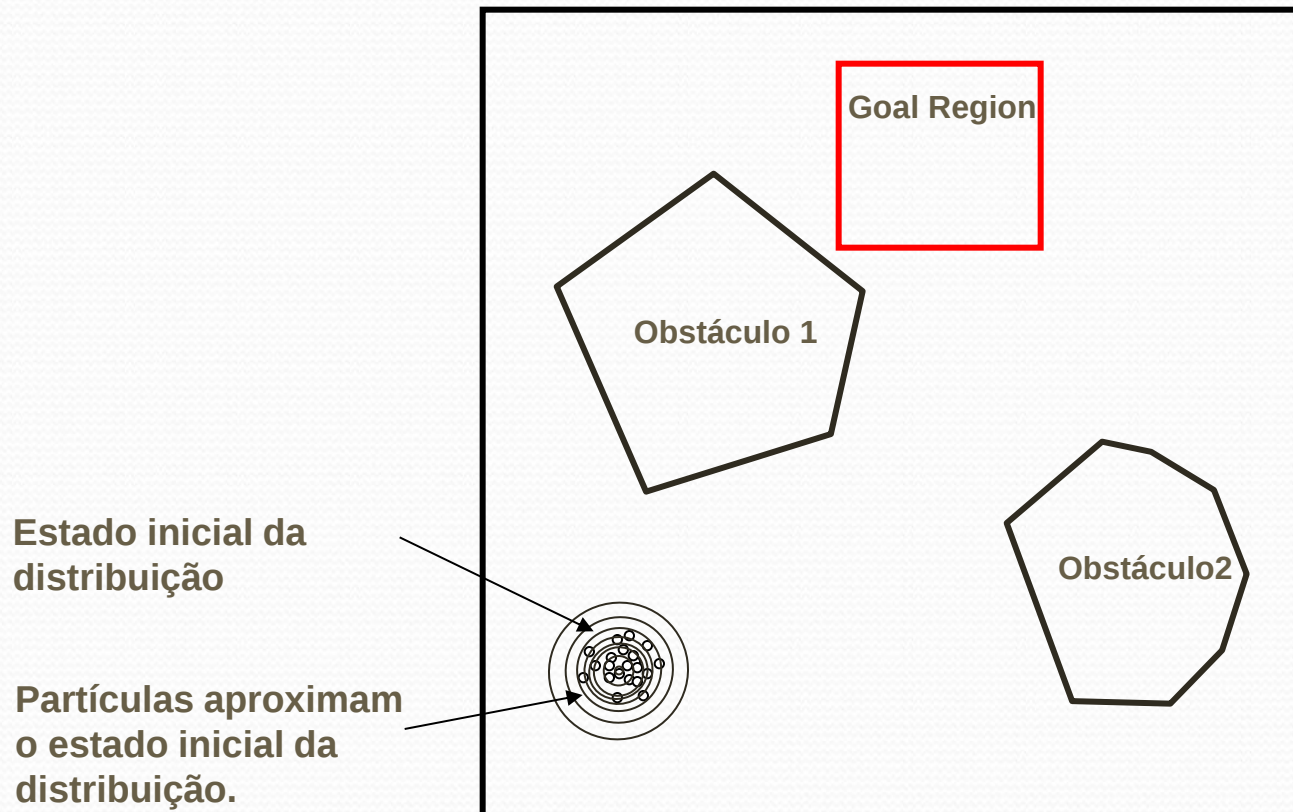
Métodos para Problemas com Chance Constraints

- Sampling based methods
 - Particle control [1]
- Non-sampling-based methods
 - Elliptic approximation [2]
 - Risk allocation [3]

Particle Control

- Utiliza partículas para amostrar as variáveis aleatórias.

$$\mathbf{x}_{c,0}^{(i)} \sim p(\mathbf{x}_{c,0}) \quad v_t^{(i)} \sim p(v_t) \quad i=1\dots N \quad t=0\dots T$$



Particle Control

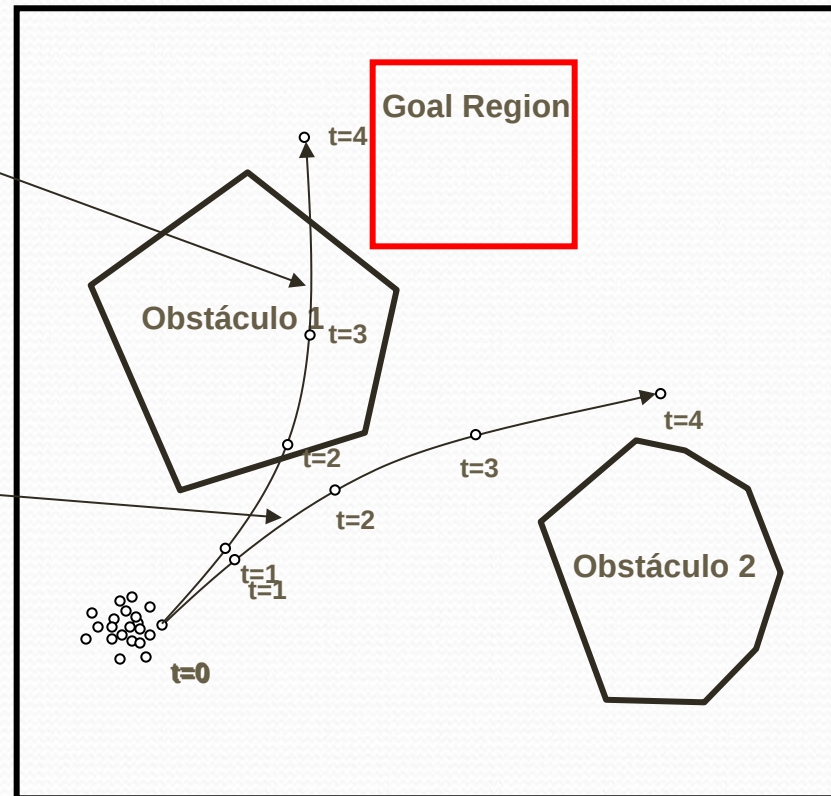
2. Calcula a trajetória dos estados futuros para cada partícula, deixando explícita a dependência dos controles de entrada $\mathbf{u}_{0:T-1}$.

$$\mathbf{x}_t^{(i)} = f_t(\mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{x}_{c,0}^{(i)}, \mathbf{v}_{0:t-1}^{(i)})$$

$$\mathbf{x}_{c,0:T}^{(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{c,0}^{(i)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{c,F}^{(i)} \end{bmatrix}$$

Partícula 1 para $\mathbf{u} = \mathbf{u}_B$

Partícula 1 para $\mathbf{u} = \mathbf{u}_A$

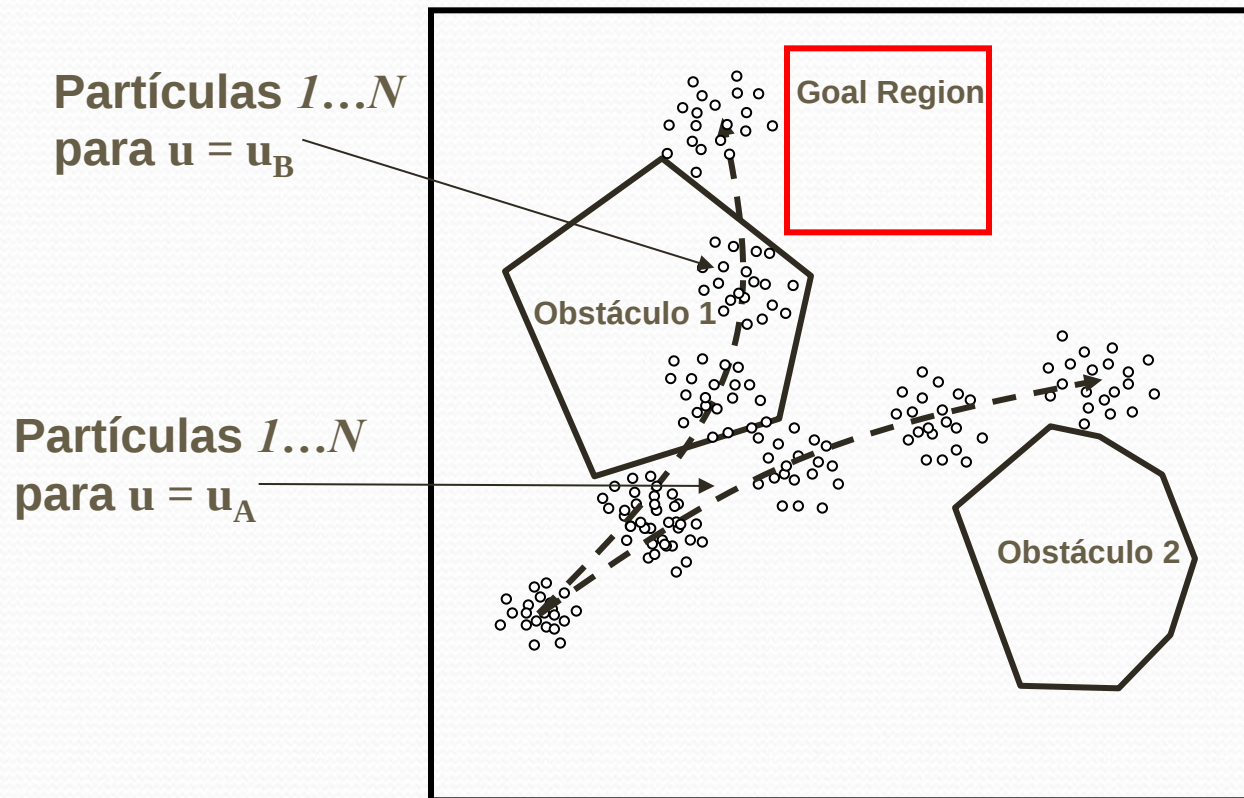


Particle Control

2. Calcula a trajetória dos estados futuros para cada partícula, deixando explícita a dependência dos controles de entrada $\mathbf{u}_{0:T-1}$.

$$\mathbf{x}_t^{(i)} = f_t(\mathbf{u}_{0:t-1}, \mathbf{x}_{c,0}^{(i)}, \nu_{0:t-1}^{(i)})$$

$$\mathbf{x}_{c,0:T}^{(i)} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{c,0}^{(i)} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{c,F}^{(i)} \end{bmatrix}$$

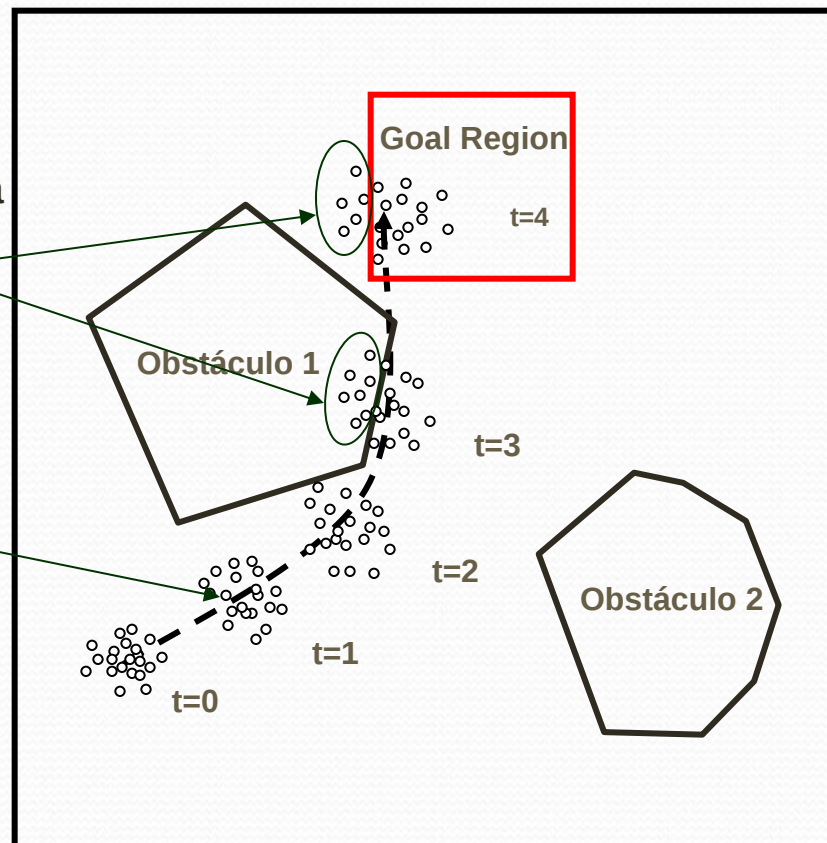


Particle Control

3. Expressa o problema de otimização probabilístico de forma aproximada em termos de partículas.

Probabilidade de falha aproximada pela fração de partículas que falharam.

Amostra média aproxima o estado em média.



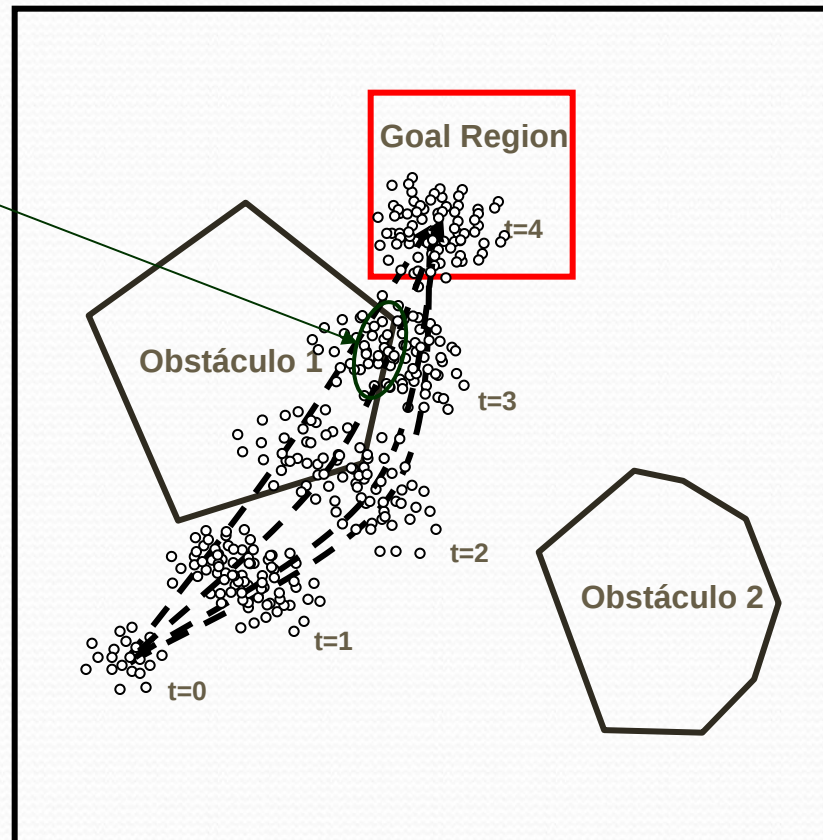
$$E[h(\mathbf{u}_{0:F-1}, \mathbf{x}_{1:F})]$$
$$\gg \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N h(\mathbf{u}_{0:F-1}, \mathbf{x}_{1:F}^{(i)})$$

Particle Control

4. Resolve de forma aproximada problemas de otimização determinísticos para $\mathbf{u}_{0:F-1}$.

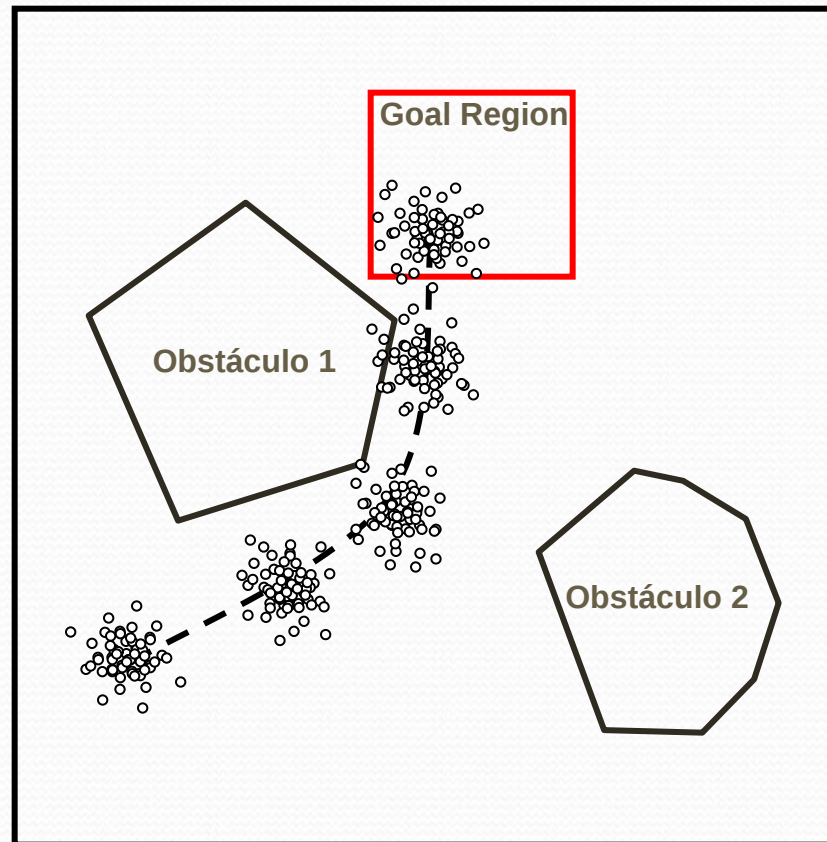
$$\delta = 0.1$$

10% das partículas
falharam na
solução ótima.



Convergência

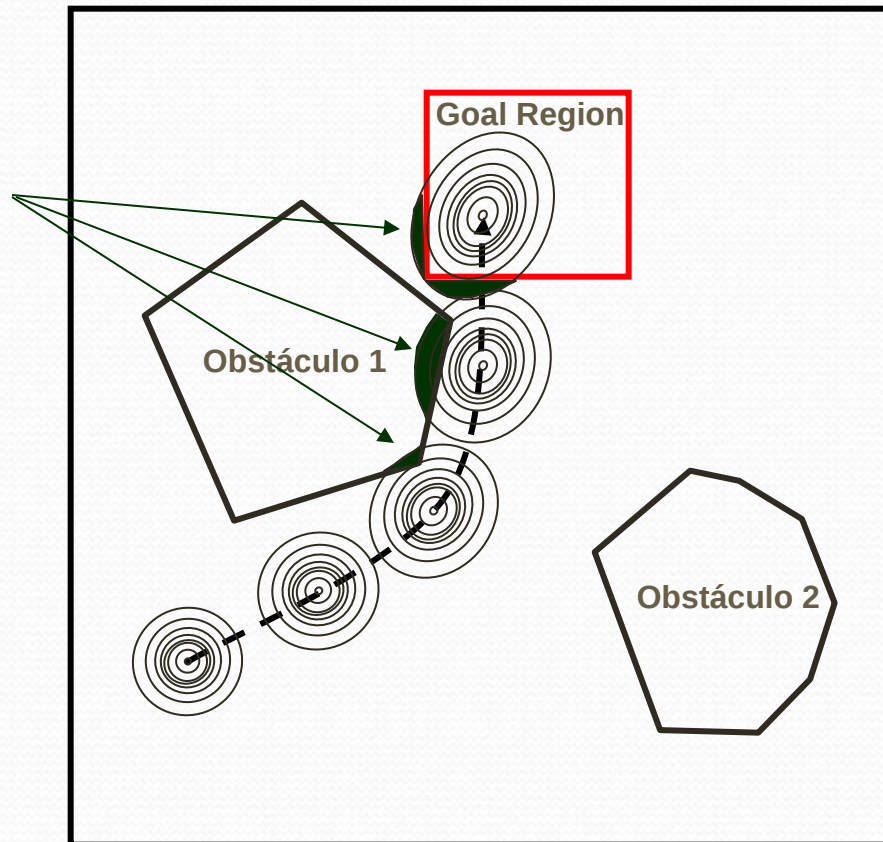
$N \rightarrow \infty$: aproximação se torna exata.



Convergência

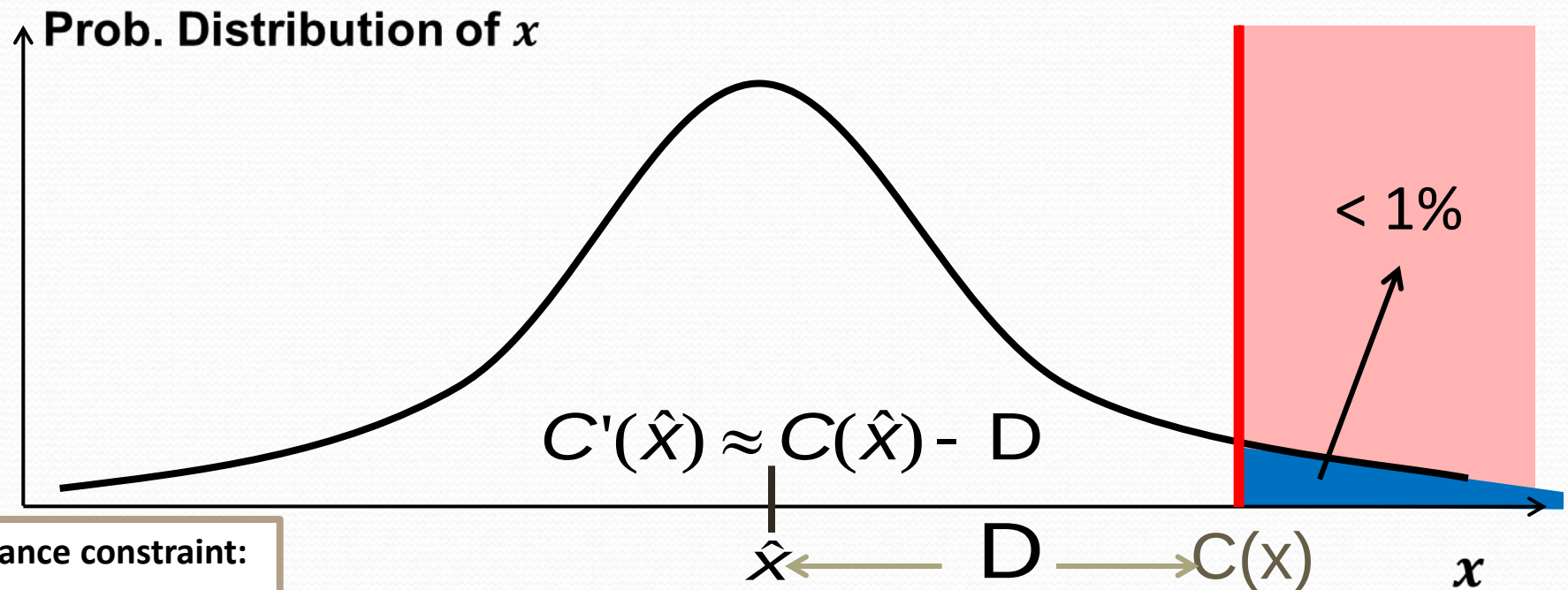
$N \rightarrow \infty$: aproximação se torna exata.

10% de
probabilidade de
falha.



Risk-Allocation Approach

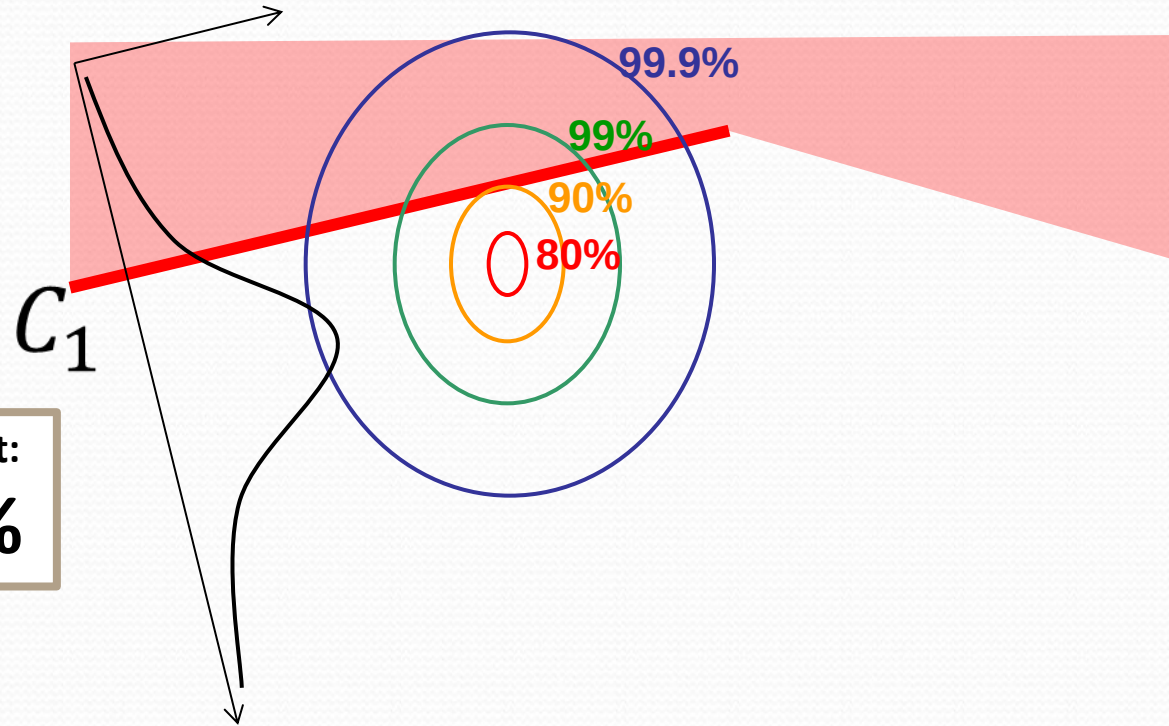
Podemos resolver problemas com restrição de probabilidade usando uma restrição linear C e uma variável aleatório seguindo distribuição normal x , reformulando C como uma restrição determinística C' .



Chance constraint:

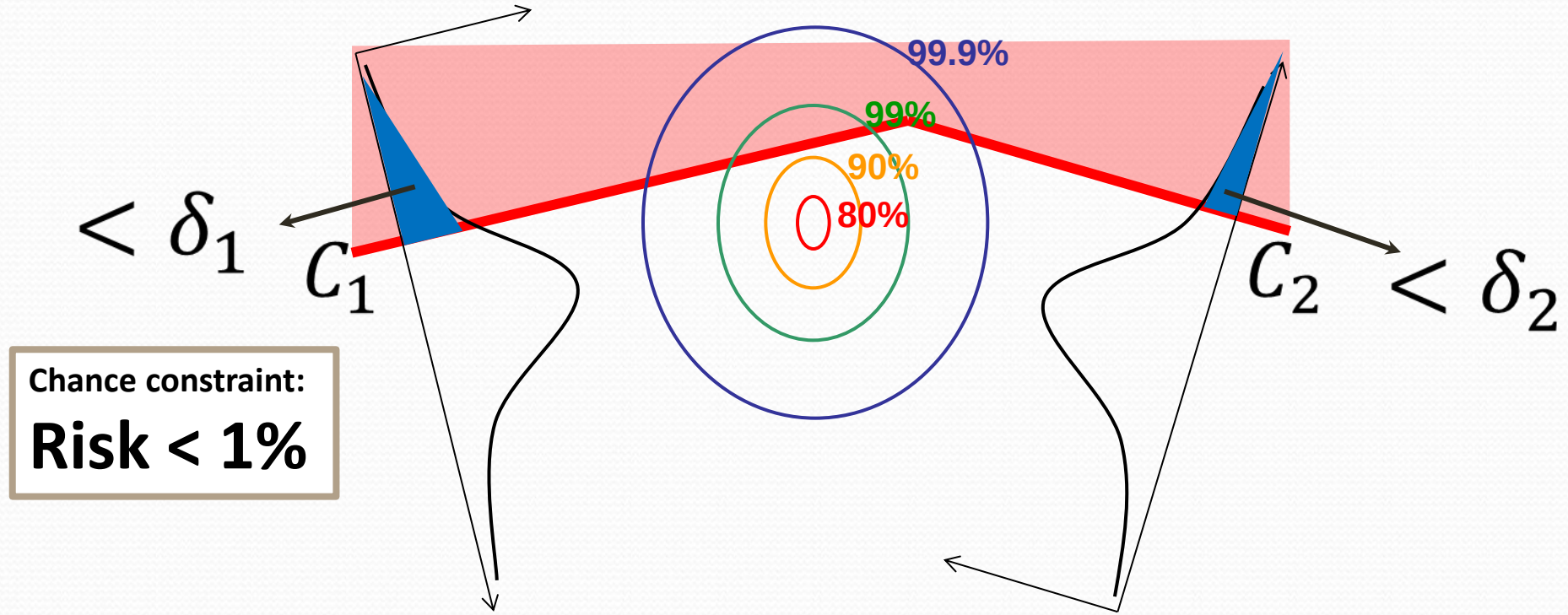
Risk $< 1\%$

Risk-Allocation Approach



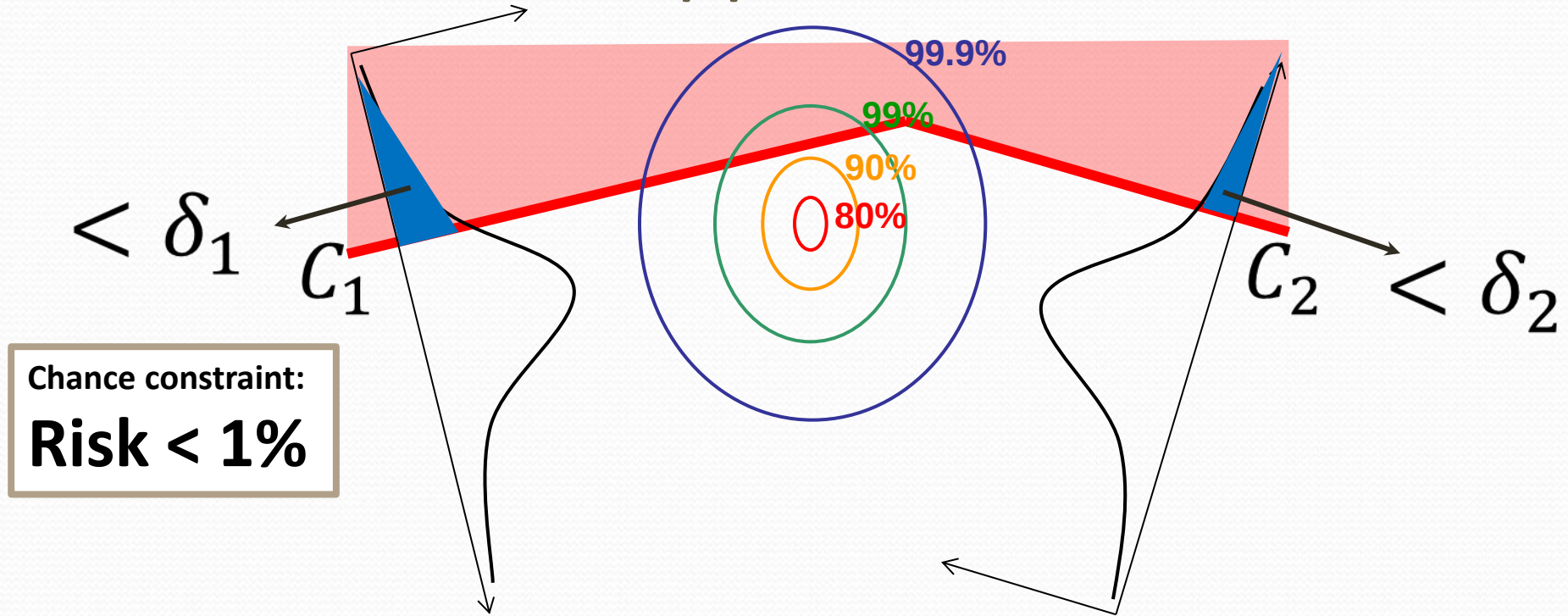
Podemos generalizar para uma variável aleatória N dimensional projetando sua distribuição no eixo perpendicular à fronteira (borda) da restrição.

Risk-Allocation Approach



Generalizar para uma restrição de probabilidade conjunta a partir de multiplas restrições C_1 , C_2 , através da distribuição de risco.

Risk-Allocation Approach

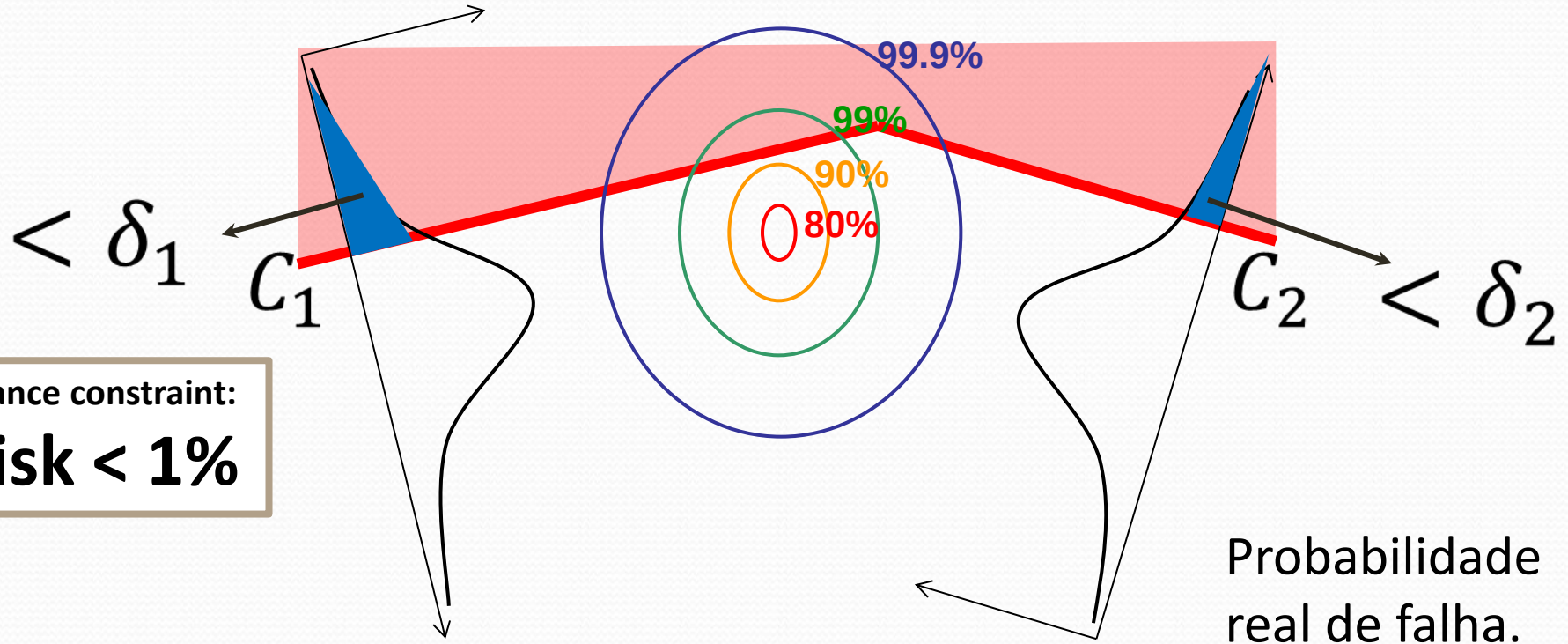


Devemos encontrar uma solução tal que:

1. Cada restrição C_i incorre em um risco menor que δ_i .
2. $\sum_i \delta_i \leq 1\%$

Note: O limite é derivado da desigualdade Booleana.

Risk-Allocation Approach

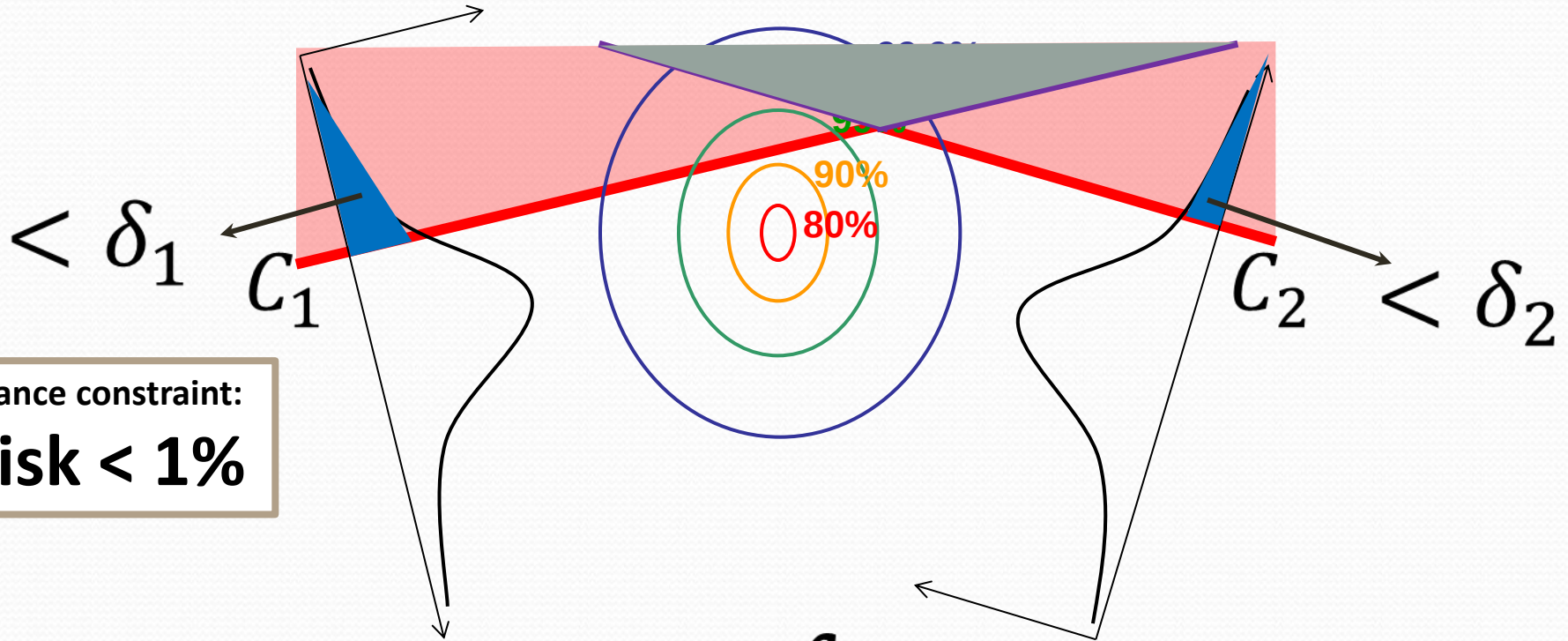


Usando a desigualdade booleana, temos

$$1\% \geq \Pr[F_1] + \Pr[F_2] \geq \Pr[F_1 \cup F_2]$$

Onde F_i é um evento no qual C_i é violado.

Risk-Allocation Approach



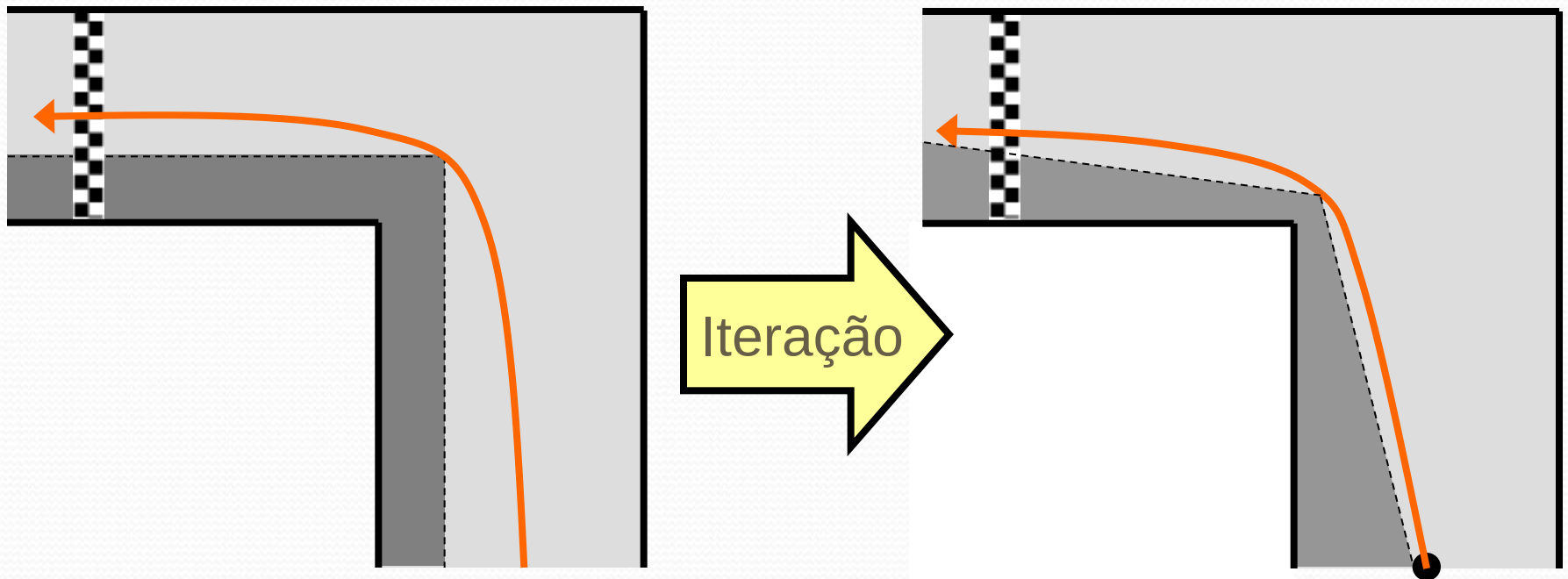
Conservatism = $\int p(x) dx$

Menos conservativo que uma aproximação elíptica, principalmente em um problema num espaço multi dimensional.

Iterative Risk Allocation (IRA) Algoritmo

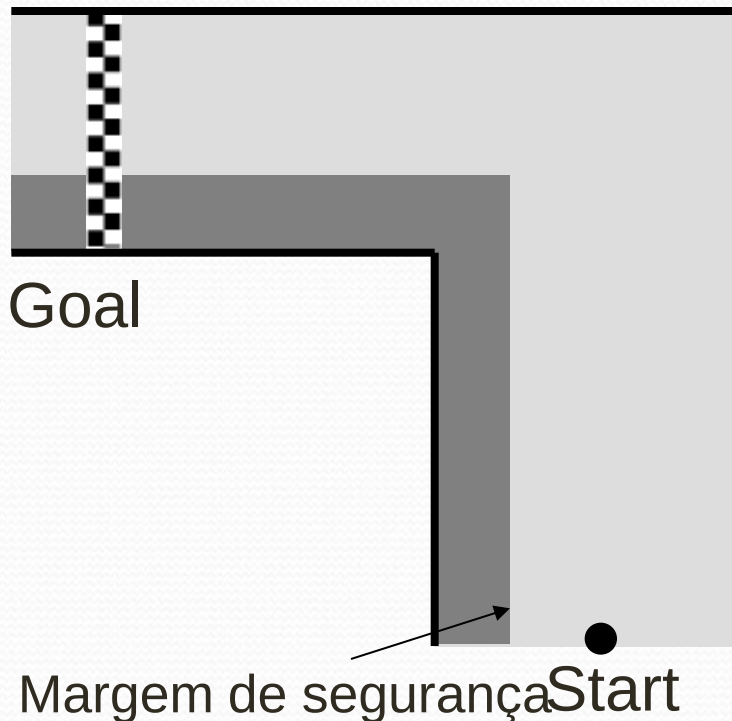
- Algoritmo descendente

$$\bar{J}^*(\delta_0) \geq \bar{J}^*(\delta_1) \geq \bar{J}^*(\delta_2) \dots$$



- Inicial com uma alocação de risco subótima
- Melhora a cada iteração

Iterative Risk Allocation (IRA) Algoritmo

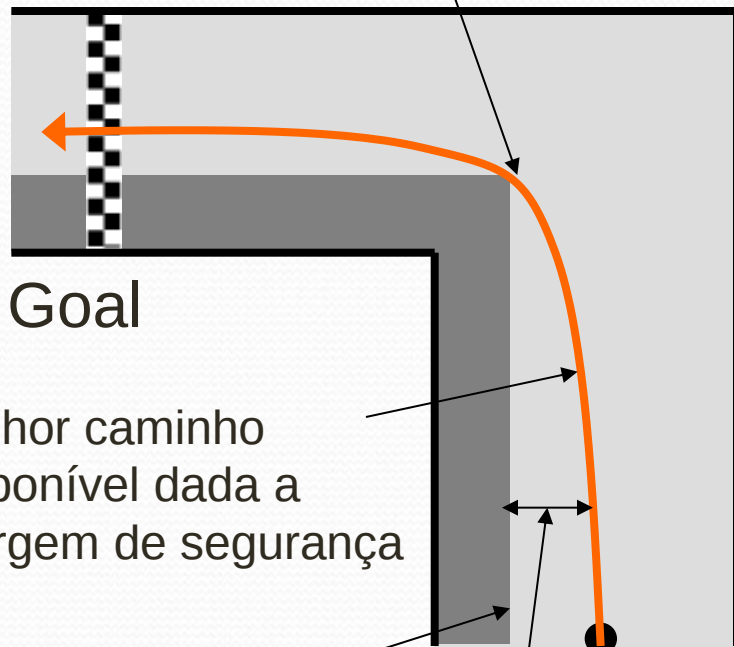


IRA

- 1** Inicialize com uma alocação arbitrária de risco
- 2 Loop
- 3 Calcule o melhor caminho possível dada a alocação de risco atual
- 4 Reduza o risco onde a restrição está inativa
- 5 Aumente o risco onde a restrição é ativa
- 6 End loop

Iterative Risk Allocation Algoritmo

No gap = Restrição está *ativa*



Margem de segurança

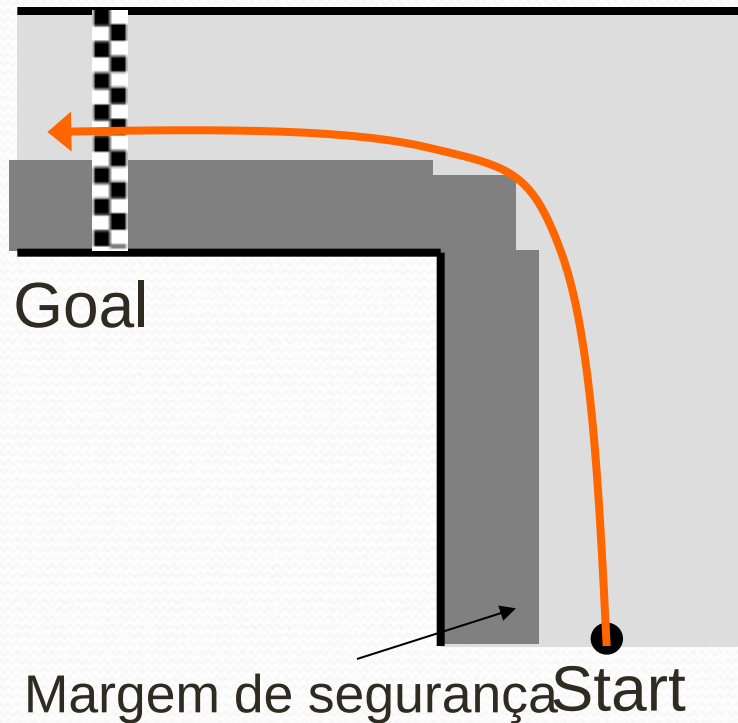
Start

Gap = Restrição está *inativa*

IRA

- 1 Inicialize com uma alocação arbitrária de risco
- 2 Loop
- 3 Calcule o melhor caminho possível dada a alocação de risco atual**
- 4 Reduza o risco onde a restrição está inativa
- 5 Aumente o risco onde a restrição é ativa
- 6 End loop

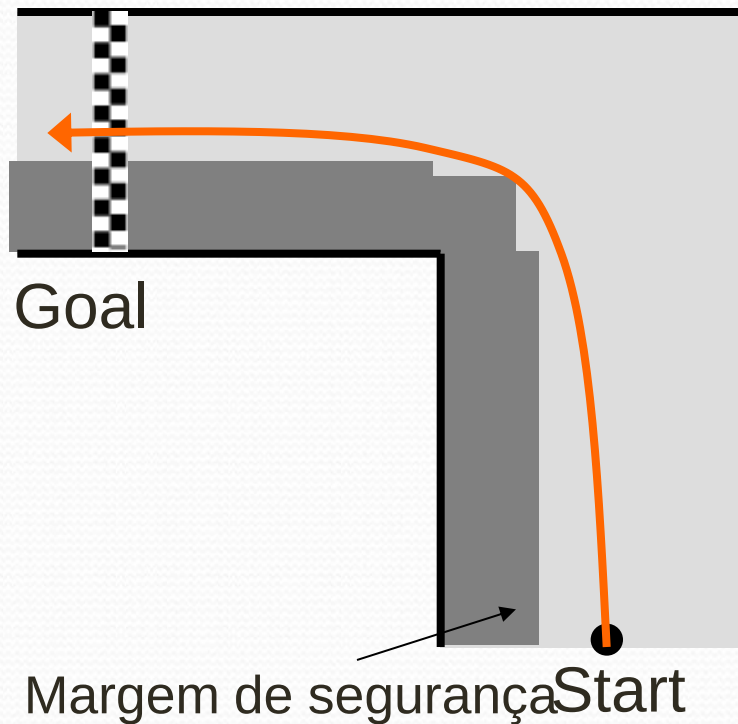
Iterative Risk Allocation Algoritmo



IRA

- 1 Inicialize com uma alocação arbitrária de risco
- 2 Loop
- 3 Calcule o melhor caminho possível dada a alocação de risco atual
- 4 Reduza o risco onde a restrição está inativa**
- 5 Aumente o risco onde a restrição é ativa
- 6 End loop

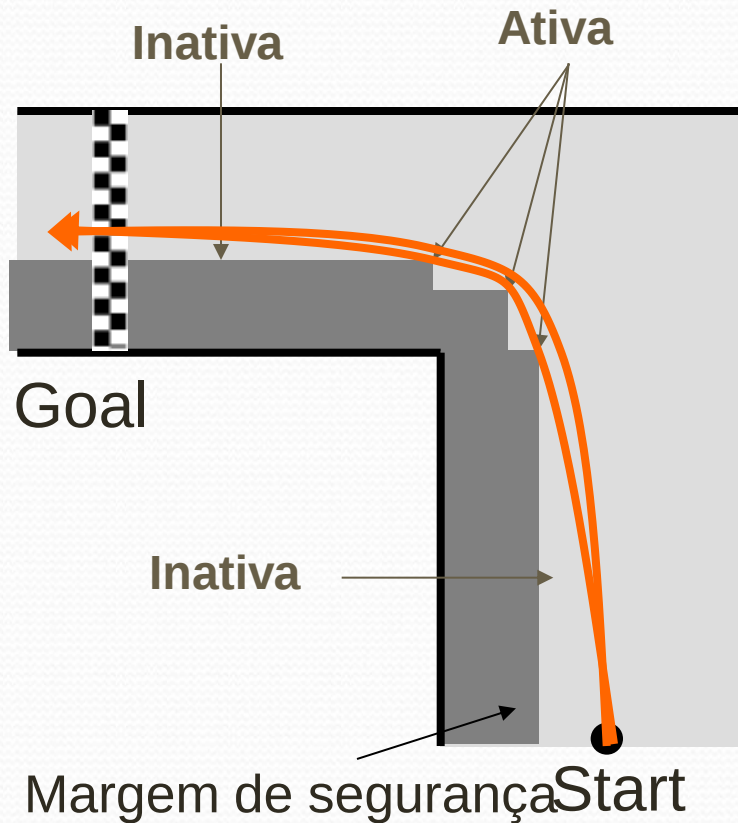
Iterative Risk Allocation Algoritmo



IRA

- 1 Inicialize com uma alocação arbitrária de risco
- 2 Loop
- 3 Calcule o melhor caminho possível dada a alocação de risco atual
- 4 Reduza o risco onde a restrição está inativa
- 5 Aumente o risco onde a restrição é ativa**
- 6 End loop

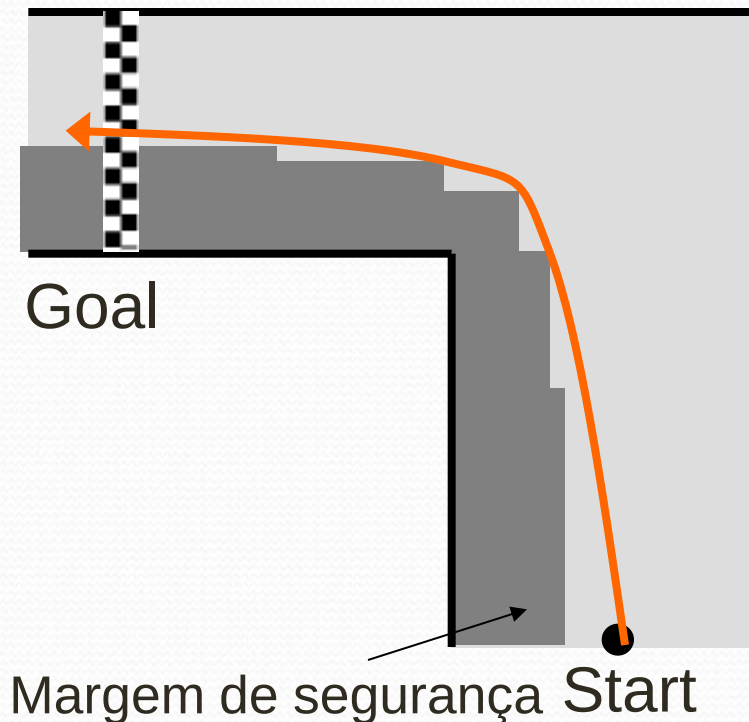
Iterative Risk Allocation Algoritmo



IRA

- 1 Inicialize com uma alocação arbitrária de risco
- 2 Loop
- 3 Calcule o melhor caminho possível dada a alocação de risco atual**
- 4 Reduza o risco onde a restrição está inativa
- 5 Aumente o risco onde a restrição é ativa
- 6 End loop

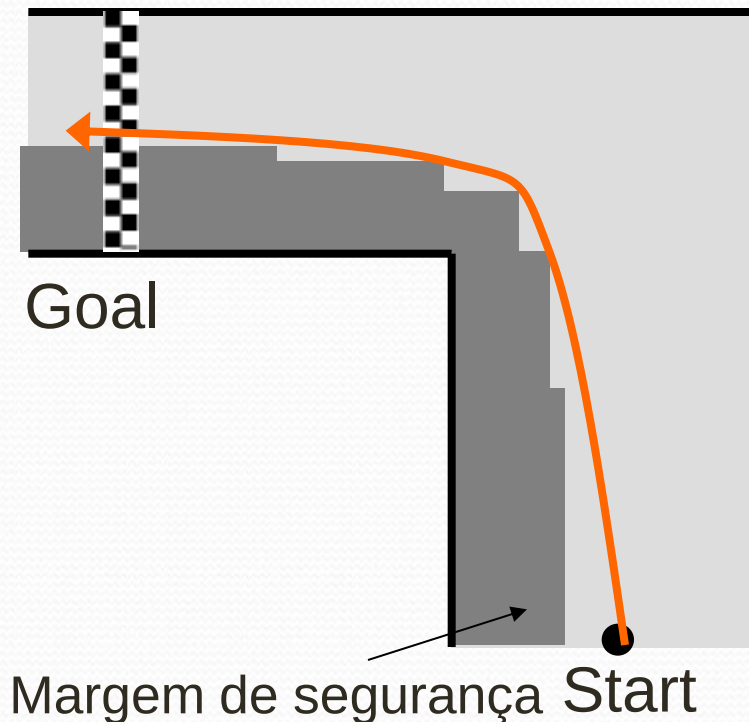
Iterative Risk Allocation Algoritmo



IRA

- 1 Inicialize com uma alocação arbitrária de risco
- 2 Loop
- 3 Calcule o melhor caminho possível dada a alocação de risco atual
- 4 Reduza o risco onde a restrição está inativa**
- 5 Aumente o risco onde a restrição é ativa
- 6 End loop

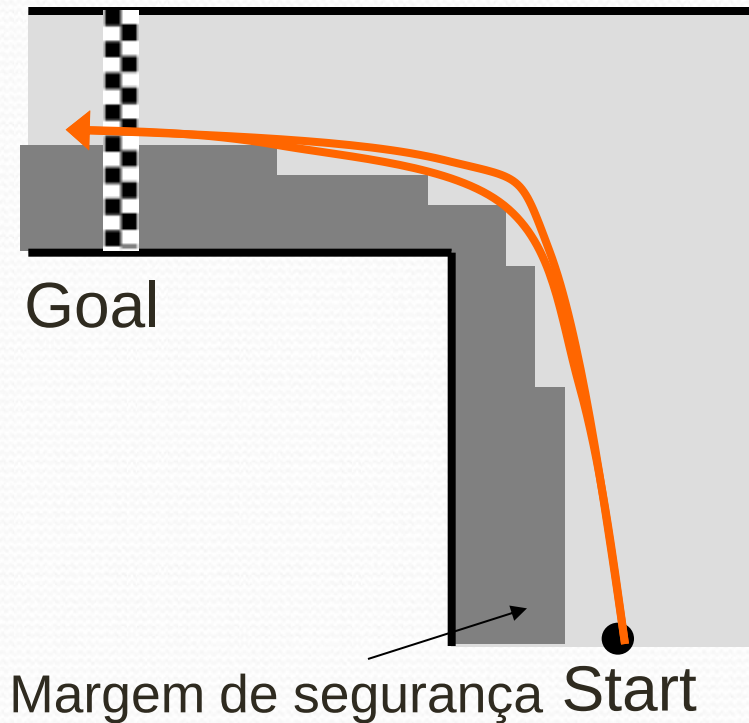
Iterative Risk Allocation Algoritmo



IRA

- 1 Inicialize com uma alocação arbitrária de risco
- 2 Loop
- 3 Calcule o melhor caminho possível dada a alocação de risco atual
- 4 Reduza o risco onde a restrição está inativa
- 5 Aumente o risco onde a restrição é ativa**
- 6 End loop

Iterative Risk Allocation Algoritmo



IRA

- 1 Inicialize com uma alocação arbitrária de risco
- 2 Loop
- 3 Calcule o melhor caminho possível dada a alocação de risco atual**
- 4 Reduza o risco onde a restrição está inativa
- 5 Aumente o risco onde a restrição é ativa
- 6 End loop

Referências

- [1] "A Probabilistic Particle Control Approximation of Chance Constrained Stochastic Predictive Control." L. Blackmore, M. Ono, A. Bektasov and B. C. Williams. IEEE Transactions on Robotics, Vol. 26, No. 3, June 2010.
- [2] D. H. Van and Hessem, "Stochastic inequality constrained closed-loop model predictive control," Ph.D. dissertation, Tech. Univ. Delft, Delft, The Netherlands, 2004
- [3] M. Ono and B. C. Williams, "An efficient motion planning algorithm for stochastic dynamic systems with constraints on probability of failure," in Proc. Conf. Decis. Control, 2008, pp. 1–9