http://www.fisica.ufmg.br/feletromagnetismo/NEMES/capitulo-1.pdf

# Capítulo 1

# Eletrostática

- **Os fenômenos que levaram à descoberta da lei de Coulomb:**

## 1.1 Eletrização por atrito

Os primeiros registros dos quais se tem notícia, relacionados com fenômenos elétricos, foram feitos pelos gregos. O filósofo e matemático Thales de Mileto (séc. VI a.C.) observou que um pedaço de âmbar (pedra amarelada) após atritado com a pele de um animal, adquiria a propriedade de atrair corpos leves como pedaços de palha e sementes de grama.

Cerca de 2000 anos mais tarde o médico inglês W. Gilbert (1544  1603) fez observações sistemáticas de alguns fenômenos elétricos. Sua sistematização baseou-se nas seguintes observações: vários outros corpos ao serem atritados *se comportavam como o âmbar e a atração exercida por eles se manifestava sobre qualquer outro corpo*. Foi Gilbert quem introduziu o termo "eletrizado", "eletrização" e "eletricidade", nomes derivados da palavra grega para âmbar, *elétron*.

### 1.1.1 Qual a *natureza* da eletricidade?

Como explicar o fenômeno da eletrização? O cientista francês François Dufay procurou dar uma explicação ao fenômeno. Com base na observação de que um

corpo ao ser atraído por outro eletrizado era *repelido* após tocá-lo, concluiu que *dois corpos eletrizados sempre se repelem*. Entretanto esta idéia teve de ser modificada devido a novas observações experimentais que a contradiziam: Dufay mesmo, mais tarde, observou que um pedaço de vidro atritado com seda atraia um pedaço de âmbar que tivesse sido previamente atritado com pele, i.e., *a experiência mostrou* que dois corpos eletrizados podem se *atrair*.

Baseando-se num grande número de experiências, lançou então as bases de uma nova hipótese que teve grande aceitação durante todo o século XVIII. Segundo ele existiam dois tipos de eletricidade: *eletricidade vítrea*, aquela que aparece no vidro após ser atritado com seda, e *eletricidade resinosa*, aquela que aparece no âmbar atritado com pele (o âmbar é uma resina). Todos os corpos que possuíssem eletricidade vítrea (ou resinosa) repeliriam uns aos outros. Por outro lado, corpos com eletricidade de nomes contrários, atraíam-se mutuamente.

Sua teoria ficou conhecida como a teoria dos dois fluidos elétricos (o vítreo e o resinoso), a idéia sendo que em um corpo normal esses fluidos se apresentariam na mesma quantidade. Portanto, de acordo com essas idéias, a eletricidade não era criada quando um corpo é atritado, os fluidos elétricos já existiam nos corpos e o que acontecia com o atrito era uma redistribuição destes fluidos.

Como freqüentemente acontece em Física, apareceu uma outra explicação com base nos mesmos fenômenos. É claro que apenas uma delas poderia estar correta. Vamos à segunda teoria: o cientista americano Benjamin Franklin (1736 1806), interessado no assunto, também realizou um grande número de experimentos que contribuiram de forma *decisiva* para a compreensão da natureza da eletricidade.

Foram duas as contribuições fundamentais de B. Franklin: Primeiro formulou a hipótese de um *fluido único*. De acordo com sua teoria os corpos não eletrizados possuem uma quantidade natural de um certo fluido elétrico. Quando um corpo é atritado com outro, um deles perde parte do seu fluido, essa parte é transferida ao outro corpo. Ele dizia que o corpo que *recebia* o fluido elétrico ficava eletrizado *positivamente* e o que o *perdia*, *negativamente*. Essa terminologia é usada até hoje e corresponde aos termos eletricidade vítrea e resinosa de Dufay.

Sua segunda grande contribuição foi a hipótese de que a carga elétrica é conservada: ela já existe nos corpos e se redistribui quando os corpos são atritados.

Como decidir entre as duas teorias? Esta é também uma situação muito

freqüente na Física em geral. Na época, com os dados disponíveis não era possível distinguir entre as duas. Qual foi o ingrediente novo?

A compreensão dos mecanismos responsáveis pela eletrização por atrito sofreu um grande avanço quando a teoria atômica da matéria se estabeleceu em bases razoavelmente firmes, no primeiro quarto do século XX. A imagem simples que fazemos do fenômeno é a seguinte: quando dois corpos se tocam, há muitos pontos em que os átomos de um estão muito próximos dos átomos que compõe o outro e então os elétrons sofrerão forças devidas aos átomos, um do outro. Alguns desses elétrons passam de um átomo para outro, de um corpo para outro. Quando os corpos se movem um em relação ao outro, os átomos que estavam próximos se separam e podem ficar com elétrons a mais ou a menos.

Uma descrição teórica microscópica precisa da eletrização por atrito é muito difícil. Costuma-se portanto colecionar resultados experimentais e compilar resultados em tabelas. Por exemplo, podemos colocar corpos em uma lista tal que atritando um corpo com outro da lista, fica carregado positivamente aquele que aparece antes nessa lista. Uma lista desse tipo é

- Pêlo de gato, vidro, marfim, seda, cristal de rocha, mão, madeira, enxofre, flanela, algodão, gomalaca, borracha, resinas, metais...

Corpos líquidos e gasosos também podem ser eletrizados por atrito: - a eletrização das nuvens de chuva se dá pelo atrito entre as gotículas do ar e da água, na nuvem.

Finalmente, devemos dizer ainda que existem diversos métodos de eletrizar corpos materiais: por incidência de luz em metais, por bombardeamento de substâncias, por radiação nuclear e outros.

**Você seria capaz de usar essas idéias e concluir o que aconteceria em outras situações usando este conhecimento?**

Vamos ver. Primeiro proporemos questões muito simples, puramente conceituais, baseadas no fenômeno da eletrização.

Q1. Duas folhas de um mesmo tipo de papel são atritadas entre si. Elas ficarão eletrizadas? Por quê?

R.: Se os corpos são compostos da mesma substância, ao serem atritados não haverá transferência de elétrons de um corpo para outro e eles permanecerão como estão.

Q2. Quando se atrita enxofre com algodão, que carga terá cada material?

Q3. Você consegue perceber como funcionou o "método científico" proposto por Galileu com relação a este fenômeno? Fale sobre isto.

## 1.2 Cargas Elétricas

O conceito de carga é, na realidade, um conceito básico e fundamental que, no atual nível de nossos conhecimentos não pode ser reduzido a nenhum outro conceito mais simples e mais elementar.

A carga elétrica é a grandeza física que determina a intensidade das interações eletromagnéticas, da mesma forma que a massa determina a intensidade das forças gravitacionais.

### 1.2.1 Aspectos fenomenológicos importantes: Ordens de grandeza

Após muito pesquisar os fenômenos elétricos citados, chegou-se a algumas leis empíricas que os resumiam:

$1^0$) Existem dois tipos de cargas elétricas: positivas e negativas. As cargas elétricas de mesmo sinal se repelem, as de sinal contrário se atraem.

$2^0$) Carga elementar - Existe uma carga mínima. Até hoje nunca foi observado experimentalmente um corpo que tenha carga elétrica menor que a do elétron, representada por $e$. Somente foram observados corpos com cargas que são múltiplos inteiros de $e$.

Esse caráter discreto da carga elétrica se manifesta principalmente em sistemas cuja carga total corresponda a poucas unidades da carga elementar. Portanto a carga elementar não manifesta esse caráter no eletromagnetismo clássico. É fácil entender

porquê. Esta resposta tem a ver com outro aspecto fundamental da compreensão dos fenômenos físicos: as ordens de grandeza.

No Sistema Internacional (SI) a unidade de carga elétrica é 1 Coulomb.

O que significa dizer que um corpo possui uma carga de um Coulomb?

Um Coulomb corresponde a $6.25 \times 10^{18}$ elétrons em excesso (se a carga for negativa) ou em falta (se for positiva). Na eletrostática geralmente lidamos com cargas elétricas muito menores do que um Coulomb. Vamos ver com freqüência as unidades $mC$ ($10^{-3}C$) ou $\mu C$ ($10^{-6}C$). Essas unidades representam ainda um número enorme de cargas elementares. A carga do elétron é

$$e = 1.60 \times 10^{-19}C$$

Por isso faz sentido tratar distribuições de cargas macroscópicas como se fossem *contínuas*, como faremos nos capítulos seguintes. Vamos firmar essa idéia com um exercício?

E1. Quantos elétrons há em uma gota de água de massa $0.03g$? A massa de uma molécula de água é $m_0 = 3 \times 10^{-23}g$.

A molécula de água contém 10 elétrons ($H_2O$) - Uma gota de água contém $m/m_0$ moléculas

$$\frac{m}{m_0} = 10^{21}$$

$$\Longrightarrow 10^{22} \text{ elétrons !}$$

## 1.3 Isolantes, condutores e a localização da carga elétrica

A questão principal envolvida na definição do que é um material condutor ou isolante tem muito a ver com a estrutura microscópica do material. No caso dos condutores metálicos, por exemplo, os materiais são formados por uma estrutura mais ou menos rígida de íons positivos, embebido num gás de elétrons. Esses elétrons, por não estarem presos a átomos determinados, tem liberdade de movimento, e o transporte de elétrons dentro de um metal ocorre com relativa facilidade.

Ao contrário dos condutores, existem sólidos nos quais os elétrons estão firmemente ligados aos respectivos átomos e os elétrons não são livres, i.e, não tem mobilidade, como no caso dos condutores. Nestes materiais, chamados de dielétricos ou isolantes, não será possível o deslocamento da carga elétrica. Exemplos importantes de isolantes são: a borracha, o vidro, a madeira, o plástico, o papel, etc...

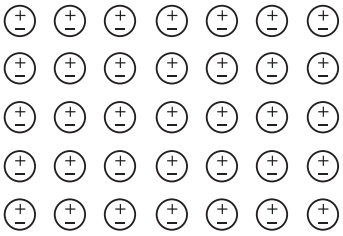


Figura 1.1: Representação esquemática de um isolante

Condições ambientais também podem influir na capacidade de uma substância conduzir ou isolar eletricidade. De maneira geral, em climas úmidos, um corpo eletrizado, mesmo apoiado por isolantes, acaba se descarregando depois de um certo tempo. Embora o ar atmosférico seja isolante, a presença de umidade faz com que ele se torne condutor. Além disto, temos também a influência da temperatura. O aumento da temperatura de um corpo metálico corresponde ao aumento da velocidade média dos íons e elétrons que os constituem, tornando mais difícil o movimento de elétrons no seu interior.

Com relação aos isolantes, a umidade e condições de "pureza" de sua superfície (se existem corpúsculos estranhos ao material que aderiram a ela) são fatores impor-

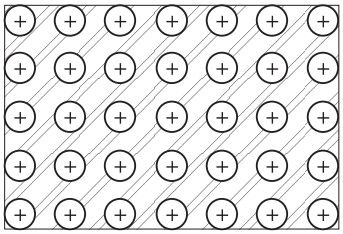


Figura 1.2: Representação esquemática de um condutor

tantes. A razão disto é que a umidade pode dissolver sais existentes na superfície do corpo recobrindo-o com uma solução salina, boa condutora de eletricidade.

### 1.3.1 Distribuição de cargas elétricas adicionadas a isolantes ou condutores

FATO EXPERIMENTAL: Quando adicionamos carga a um condutor, ela se distribui *integralmente* sobre a sua superfície externa. A razão disto é que cargas de mesmo sinal se repelem e cada carga tende a ficar o mais longe possível das outras. Então, mesmo que as cargas sejam colocadas dentro de um condutor *maciço ou oco*, elas tenderão a migrar para a superfície externa.

FATO EXPERIMENTAL: A quantidade de carga por unidade de área na superfície de um condutor em equilíbrio eletrostático não é, em geral, uniforme. Verifica-se que, onde o raio de curvatura do condutor é menor, ou seja, onde ele é mais pontudo, há maior concentração de cargas. Em contrapartida, quanto maior o raio de curvatura, menor a concentração de cargas.

No caso dos dielétricos, cargas podem existir em qualquer ponto do condutor, tanto no interior como na superfície. A concentração de cargas em um dielétrico é mais difícil de ser medida, e pode ser inferida a partir do campo elétrico produzido.

## 1.4 Eletrização por indução e polarização

FATO EXPERIMENTAL: A aproximação de um corpo carregado, como um bastão de vidro, atritado com seda, por exemplo, de um condutor em equilíbrio, provoca uma *separação* de suas cargas, embora o corpo como um todo continue eletricamente neutro, como mostra a figura 1.3. Esta separação de cargas é denominada *indução eletrostática*.

Ao contrário da eletrização por atrito, a eletrização por indução ocorre sem haver contato entre os corpos, por isso, é uma ação a (curta) distância.

É possível eletrizar um material condutor por indução: basta conectar o condutor na figura 1.4 (em presença do bastão), por meio de um fio metálico, à Terra.



Figura 1.3: Corpo carregado próximo a condutor

Essa ligação fará com que os elétrons livres passem do condutor à Terra, deixando o condutor carregado.

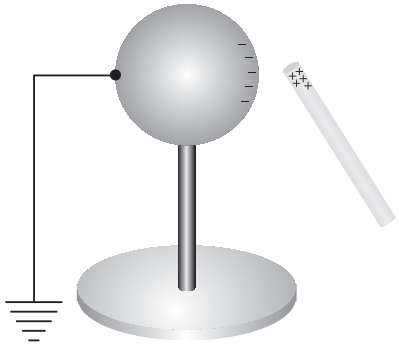


Figura 1.4: Eletrizando um condutor, ligando-o à Terra

Se o bastão for mantido, a distribuição de cargas é como na figura 1.5. Se for retirado, as cargas se redistribuem mais uniformemente, de maneira a minimizar a repulsão.

FATO EXPERIMENTAL: Observa-se uma separação de cargas análoga nos isolantes, embora não seja possível carregá-los pelo mecanismo acima.

Os dielétricos são constituídos por molélulas cuja distribuição interna de cargas pode ser de dois tipos: o centro das cargas positivas e negativas coincidem (moléculas apolares) ou não (moléculas polares). A água é um exemplo bem conhecido deste

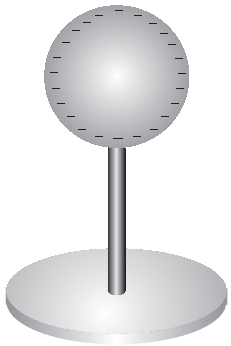


Figura 1.5: Condutor eletrizado

último tipo.

Se um dielétrico polar não estiver eletrizado, as moléculas estarão distribuídas ao acaso como mostra a figura abaixo (ver figura 1.6).

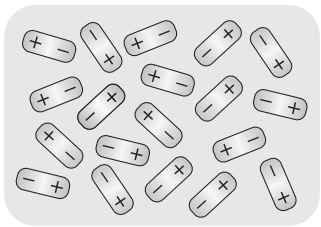


Figura 1.6: Dielétrico não polarizado

Ao aproximarmos desse dielétrico um corpo carregado, isto vai provocar um *alinhamento* nas moléculas do isolante (ver figura 1.7).

Esse efeito é denominado *polarização*. A polarização faz aparecer cargas elétricas de sinais contrários nas extremidades, como no caso do condutor (figura 1.8).

Se as moléculas fossem apolares inicialmente polarizar-se-iam de maneira análoga se houvesse indução eletrostática. O resultado final seria o mesmo.

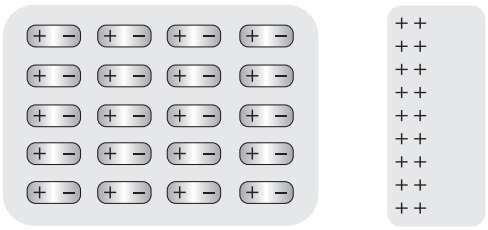


Figura 1.7: Dielétrico polarizado

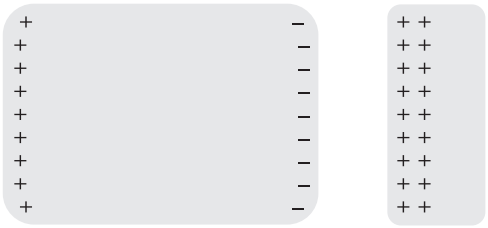


Figura 1.8: Cargas contrárias nas extremidades

## 1.5 Eletroscópios

Um eletroscópio é um dispositivo que nos permite verificar se um corpo está eletrizado. Um tipo comum de eletroscópio é o eletroscópio de folhas. Ele consiste de uma haste condutora tendo, em sua extremidade superior uma esfera metálica e na extremidade inferior, duas folhas metálicas leves, sustentadas de modo que possam se abrir e se fechar livremente (ver figura 1.9).

Se um corpo eletrizado positivamente for aproximado do eletroscópio (sem tocá-lo), vai haver indução eletrostática e os elétrons livres serão atraídos para a esfera, e, dado que a carga total é conservada, um excesso de cargas positivas vai aparecer nas folhas, que tenderão a se repelir. Por isso, as duas folhas tenderão a se separar.

O que aconteceria se o corpo que se aproxima do eletroscópio estiver eletrizado negativamente? É fácil chegar à conclusão de que aconteceria exatamente a *mesma coisa*.

Uma conclusão importante desses fatos é que em ambos os casos ocorre a abertura das folhas. Então *não é possível* determinar o sinal da carga do corpo

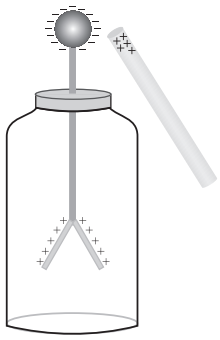


Figura 1.9: Eletroscópio

carregado que se aproximou. Apenas se está ou não carregado.

O fato de que não é possível determinar o sinal da carga nessas condições não significa que não seja possível fazer isso modificando o experimento. Qual seria essa modificação? Você consegue imaginar? Pense um pouco antes de consultar a resposta.

RESPOSTA: Seria necessário, em primeiro lugar, eletrizar o eletroscópio. Isto pode ser feito ou por atrito ou por indução usando os métodos das secções anteriores. *Se o sinal da carga do eletroscópio for conhecido*, o que pode ser facilmente conseguido, podemos descobrir o *sinal* da carga de um corpo eletrizado que se aproxima. (veja a figura 1.10).

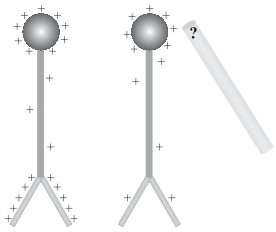



Figura 1.10: Descobrindo o sinal da carga teste

Suponhamos um eletroscópio carregado positivamente, como na figura. Se aproximarmos um corpo eletrizado desse sistema, observamos que as folhas do elet-

roscópio, que estavam abertas, se aproximam ou se afastam. de fato, se o objeto estiver carregado negativamente, elétrons livres da esfera serão repelidos e se deslocarão para as folhas. Esses elétrons neutralizarão parte da carga positiva aí existente e por isso o afastamento entre as folhas diminui. Analogamente, podemos concluir que, se o afastamento das folhas for aumentado pela aproximação do corpo, o sinal da carga nesse corpo será positivo.

**Exercícios Conceituais**: Será que você assimilou os fenômenos físicos, de forma a compreender situações diferentes que envolvem esses mesmos fenômenos?

C - 1) São dadas duas esferas de metal montadas em suporte portátil de material isolante. Descubra um modo de carregá-las com quantidades de cargas iguais e de sinais opostos. Pode-se usar uma barra de vidro ativada com seda, mas estas não podem tocar as esferas. É necessário que as esferas sejam do mesmo tamanho, para o método ser usado?

RC - 1) Em primeiro lugar, do que vimos da eletrização por atrito, sabemos que um bastão de vidro atritado com seda vai ficar carregado positivamente. Se aproximarmos esse bastão de uma das esferas condutoras, teremos a situação da figura 1.11

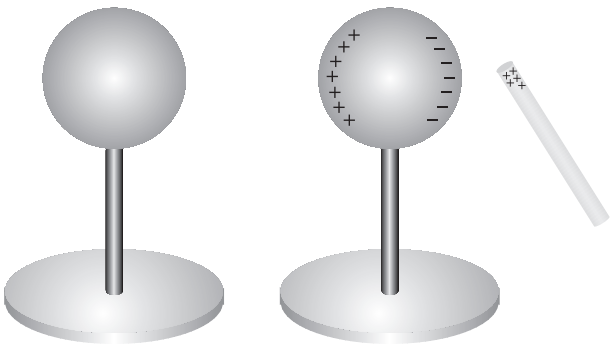


Figura 1.11: Aproximação à uma das esferas

Não podemos tocar as esferas com o bastão. Mas, que tal aproximarmos as esferas até que elas se toquem?

Elétrons da esfera à esquerda vão migrar para a esfera da direita, anulando as cargas positivas. Haverá, então, um excesso de cargas positivas na esfera da

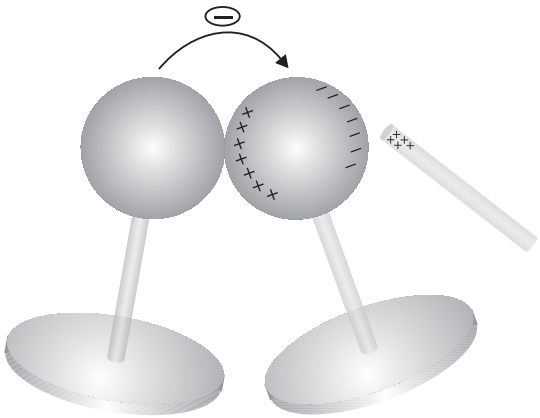


Figura 1.12: Transferência de cargas

esquerda. Afastando-se as esferas e também o bastão, a esfera da direita estará carregada negativamente e a da esquerda, positivamente. A situação final está esquematizada abaixo:

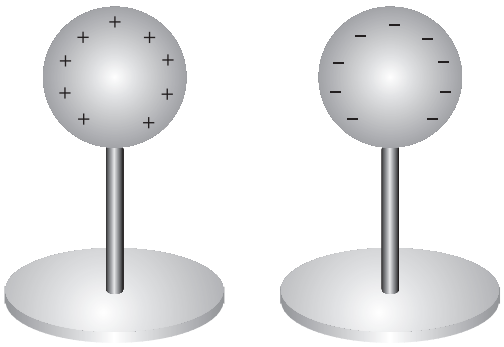


Figura 1.13: Situação final

Fica claro que o tamanho das esferas não tem papel algum no processo.

C2 Na questão anterior, descubra um modo de fornecer, para as esferas, cargas iguais e de sinais opostos. É necessário que as esferas tenham o mesmo tamanho?

RC2 A aproximação do vidro, como antes, provoca a seguinte situação

Neste ponto, usamos um fio terra na esfera à direita e depois afastamos o

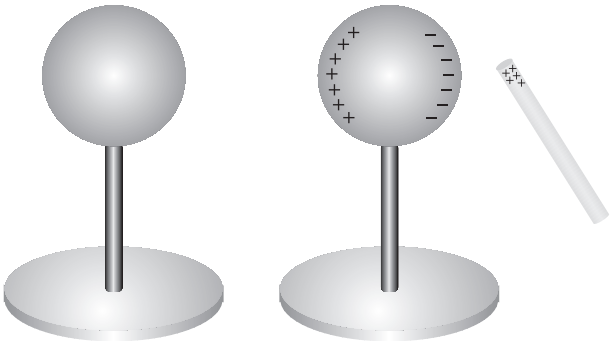


Figura 1.14: Aproximação do vidro

bastão. Teremos

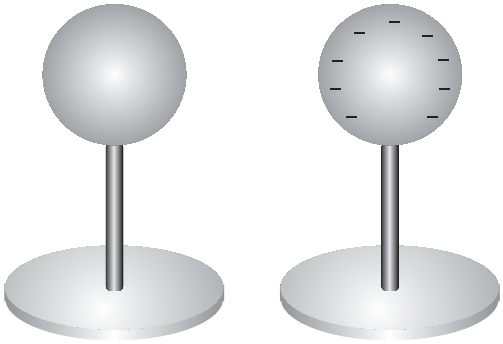


Figura 1.15: Resultado

Agora colocamos as duas esferas em contato. O resultado será o desejado.

C3 Sabe-se que o corpo humano é capaz de conduzir eletricidade. Explique então porque uma pessoa segurando uma barra metálica em suas mãos não consegue eletrizá-la por atrito.

RC3 O corpo humano funciona como um fio terra.

C4 Um ônibus em movimento adquire carga elétrica em virtude do atrito com o ar.

a) Se o clima estiver seco, o ônibus permanecerá eletrizado? Explique.

b) Ao segurar nesse ônibus para subir nele, uma pessoa tomará um choque. Por quê?

c) Esse fato não é comum no Brasil. Por quê?

RC4 a) Sim, pois os pneus são feitos de borracha, que é um isolante e impedem que o ônibus seja descarregado para a Terra.

b) O choque elétrico será causado pelo fato de que nossa mão é um condutor e haverá troca de cargas entre o ônibus e a mão da pessoa.

c) A umidade do nosso clima traz à discussão um novo elemento a água que, como sabemos, é excelente condutor. Devido a isso, os ônibus nunca chegam a reter uma carga apreciável.

C5 Para evitar a formação de centelhas elétricas, os caminhões transportadores de gasolina costumam andar com uma corrente metálica que arrasta no chão. Explique.

RC5 O fato da corrente ser condutora permite o estabelecimento de um contato direto com a Terra. Isso então impede que o caminhão adquira quantidades de carga capazes de provocar centelhas.

C6 Nas indústrias de tecido e papel, estes materiais estão em constante atrito com as peças das máquinas. Para evitar encêndios, o ar ambiente é permanentemente umidecido. Qual a razão desse procedimento.

RC6 A eletricidade desses materiais vai se transferir para as gotículas de água, que conduzirão para a Terra a carga elétrica que se forma por atrito.

## 1.6 Aplicação Tecnológica do Fenômeno Eletrização

A eletrização de corpos por atrito é utilizado nos dispositivos de obtenção de fotocópias (xerox, etc). Por exemplo, o pó negro resinoso é misturado com minúsculas esferas de vidro. Durante esse processo, as esferas adquirem cargas positivas e os grãos de pó, cargas negativas. Devido à força de atração, os grãos de pó cobrem a superfície das esferas, formando uma camada fina.

O texto ou desenho a ser copiado é projetado sobre uma placa fina de selênio, cuja superfície está carregada positivamente. Esta placa dispõe-se sobre uma superfície metálica carregada negativamente. Sob a ação da luz, a placa descarrega e a carga positiva fica apenas nos setores que correspondem aos locais escuros da imagem. Depois disso, a placa é revestida por uma fina camada de esferas de vidro. A atração de cargas de sinais contrários faz com que o pó resinoso se deposite na placa com cargas negativas. Em seguida, as esferas de vidro retiram-se por meio de uma sacudidela. Apertando com força a folha de papel contra a placa, pode-se obter uma boa impressão. Fixa-se, finalmente, esta última por meio de aquecimento.

## 1.7 Lei de Coulomb

No século XVIII, Coulomb realizou uma série de medidas cuidadosas das forças entre duas cargas usando uma balança de torção (semelhante à que Cavendish usou para comprovar a teoria da Gravitação). Através dessas medidas, Coulomb chegou a algumas conclusões (válidas tanto para atração como para repulsão).

Resumimos aqui os fatos experimentais que o levaram a expressá-los matematicamente na forma que hoje conhecemos.

FATO EXPERIMENTAL: a intensidade da força de interação entre cargas puntuais é proporcional ao produto das cargas.

FATO EXPERIMENTAL: a intensidade da força $\mathbf{F}$, $|\mathbf{F}|$ - de atração ou repulsão entre duas cargas que podem ser consideradas puntuais é inversamente proporcional ao quadrado da distância entre elas, $r$.

$$|\mathbf{F}| \propto \frac{1}{r^2}$$

LEI DE COULOMB:

Com base nos fatos experimentais acima, Coulomb concluiu que

$$|\mathbf{F}| \propto \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

Note que a grandeza força tem caráter *vetorial* e portanto é preciso atribuir-lhe também sua direção e sentido. Sua direção é a do suporte que liga as duas cargas, o sentido depende do sinal relativo das cargas como se vê na figura

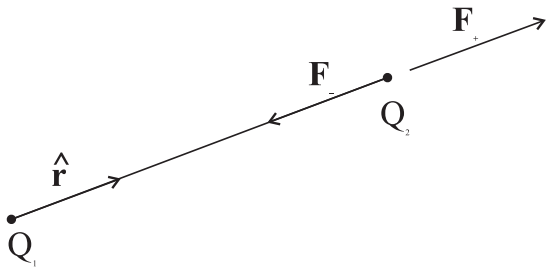



Figura 1.16: Caráter vetorial da força de Coulomb

$\mathbf{F}_+$ se $Q_1$ e $Q_2$ tiverem o mesmo sinal.

$\mathbf{F}_-$ se $Q_1$ e $Q_2$ tiverem sinais opostos.

Finalmente,

$$\mathbf{F} = k_0 \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

No sistema internacional $k_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^3 \frac{Nm^2}{C^2}$, onde $\epsilon_0$ é uma constante que caracteriza a permissividade do vácuo

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{C^2}{Nm^2}$$

### 1.7.1 O que acontece com a lei de Coulomb se o meio não for o vácuo?

Suponhamos agora, que as cargas $Q_1$ e $Q_2$ fossem colocadas no interior de um material dielétrico qualquer.

FATO EXPERIMENTAL: a interação entre as cargas *sofre uma redução*, cuja intensidade depende do meio.

O fator de redução é denotado por $k$ e chamado de constante dielétrica do meio.

Nestes casos $\mathbf{F} = \frac{k_0}{k} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$.

| Meio | $k_{meio}$ |
|---|---|
| Vácuo | 1.0000 |
| Ar | 1.0005 |
| Benzeno | 2.3 |
| Âmbar | 2.7 |
| Vidro | 4.5 |
| Óleo | 4.6 |
| Mica | 5.4 |
| Glicerina | 43 |
| Água | 81 |

### 1.7.2 Interpretação macroscópica da Constante Dielétrica de um meio

Uma maneira de compreender esse fato é considerando uma situação simples. Sejam duas placas condutoras situadas no vácuo, carregadas eletricamente com cargas iguais mas de sinais contrários.

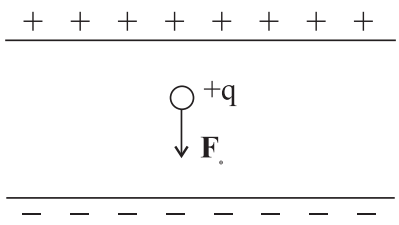



Figura 1.17: Carga entre placas condutoras

Colocando-se uma carga $q$ entre as placas, uma força $\mathbf{F}$ atua sobre essa carga devido às cargas nas placas.

Se essas placas forem preenchidas por um dielétrico, já sabemos que o dielétrico ficará polarizado.

Como discutimos anteriormente, o dielétrico ficará *polarizado* - as cargas que aparecem na superfície do dielétrico são denominadas *cargas de polarização*. Na

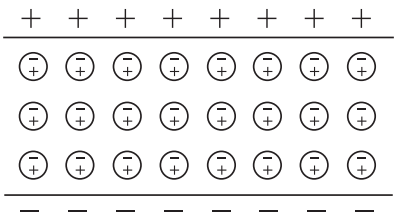


Figura 1.18: Polarização de um dielétrico entre placas

figura acima é fácil perceber que o efeito líquido dessa polarização será neutralizar parcialmente as cargas das duas placas e portanto a força original (no vácuo) $F_0$ vai *diminuir*. O grau de polarização do meio vai nos dizer quantitativamente o tamanho dessa diminuição.

## EXERCÍCIOS

E1) (Vestibular UFMG-1995) Duas bolinhas idênticas pintadas com tinta metálica estão carregadas. Quando estão afastadas de $4.0 \times 10^{-2}m$ atraem-se com uma força de $27 \times 10^5 N$. Encosta-se uma na outra sem tocar-lhes a mão. Afastando-as novamente até a distância de $4.0 \times 10^2 m$ elas se repelem com a força de $9 \times 10^5 N$.

a) Explique porque a força mudou de atrativa para repulsiva.

Vamos começar pensando nos princípios gerais de física que envolvem cargas, Lei de Coulomb e conservação de cargas.

Lei de Coulomb - nos diz que as cargas vão se repelir se estiverem com a mesma carga, atrair se as cargas forem opostas.

Conservação de Carga - a carga total se conserva no processo podendo apenas se redistribuir.

A situação física - duas bolinhas carregadas e suas cargas têm sinais contrários.

O que acontece fisicamente ao serem postas em contato? Elas vão sofrer uma redistribuição graças às forças de atração. Como quantidades iguais de cargas de sinais contrários se cancelam, têm-se, no final, uma carga líquida de mesmo sinal em ambas as bolinhas, causando portanto uma força repulsiva entre elas.

b) E qual a magnitude da força gravitacional entre esses dois fatores?

Usamos a Lei de Newton de gravitação: $|\mathbf{F}| = G\frac{m_p^2}{r^2}$

$$|\mathbf{F}| = \frac{(6.67 \times 10^{-11} Nm^2/Kg^2)(1.67 \times 10^{-27} Kg)^2}{(4.0 \times 10^{-15} m^2)} = 1.2 \times 10^{-35} N$$

Outra vez: o que significa esse número? O que podemos aprender dele pensando no arcabouço global de física que já aprendemos?

Este resultado nos diz que a força gravitacional atrativa é muito pequena para contrabalançar a força eletrostática entre os prótons. É por isso que temos que invocar uma TERCEIRA FORÇA, a força forte que age entre prótons e nêutrons quando estão suficientemente próximos.

Embora a força gravitacional seja muitas vezes mais fraca do que a força eletrostática, ela é muito mais importante em situações de larga escala, porque é SEMPRE ATRATIVA. Isto significa que, ao contrário da força elétrica, ela é capaz (e a responsável) por conseguir colecionar muitos corpos pequenos e formar corpos com massas enormes tais como planetas e estrelas, que serão então capazes de exercer forças gravitacionais apreciáveis.

E2) a) Qual a magnitude da força eletrostática repulsiva entre dois prótons em um núcleo de Ferro, (Raio do núcleo de um átomo de Ferro $= 4.0 \times 10^{15} m$) separados em média por $4.0 \times 10^{15} m$?

Escrevemos imediatamente $|\mathbf{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$

$$|\mathbf{F}| = \frac{(8.89 \times 10^3 Nm^2/C^2)(1.60 \times 10^{-19} C)^2}{(4.0 \times 10^{-15} m^2)} = 14N$$

O que quer dizer esse número? É uma força pequena se a compararmos com o peso médio de um adulto por exemplo, no entanto, é uma força enorme se estiver agindo num próton. Tais forças seriam capazes de explodir o núcleo de qualquer átomo a excessão do hidrogênio, que só possui um próton). Entretanto, isto não acontece, mesmo em núcleos com um número enorme de prótons.

NOTE então que, outra vez, a resposta obtida está revelando muito mais do que simplesmente um valor numérico: ela mostra que deve haver forçosamente uma enorme força atrativa para contrabalançar esta repulsão tão grande: é a força nuclear.

E3) Acabamos de ver que a força gravitacional é muito menor do que a força elétrica. Agora, imaginemos uma situação muito comum em nosso dia-a-dia que é rasgar ao meio um pedaço de papelão. Qual a origem da força responsável por essa ruptura?

São obviamente as forças elétricas que fazem parte da estrutura atômico-molecular do material. É a disruptura desses elementos que leva à ruptura do material e não a força gravitacional que é muito pequena para isso!

E4) (Vestibular UFMG-1983) A figura apresenta cargas elétricas fixas nos vértices de um quadrado

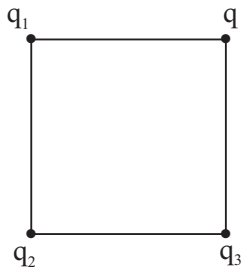



Figura 1.19: Cargas fixas nos vértices de um quadrado

As forças que a carga $q$ exerce sobre $q_1$, $q_2$ e $q_3$ são iguais em módulo. Podemos concluir que:

a) $q_1 = q_3 > q_2$

b) $q_1 = q_2 = q_3$

c) $q_3 > q_2 > q_1$

d) $q_3 < q_2 < q_1$

e) $q_3 = q_1 < q_2$

Neste problema usamos apenas a lei de Coulomb. Sua proporcionalidade direta com as cargas e inversa com o quadrado da distância.

$$|\mathbf{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_i q_j}{r^2}$$

A partir daí, podemos tirar as seguintes conclusões:

$|q_1| = |q_3|$, pois a distância neste caso é a mesma.

A carga $q_2$ está mais afastada de $q$ e o fator distância tende a diminuir a força.

Portanto a intensidade da carga tem que compensar isto para que as forças sejam todas iguais, portanto:

$q_2 > q_1 \longrightarrow$ alternativa E.

E5) (Vestibular UFMG-1984) Duas esferas metálicas de mesmo raio possuem cargas $Q_1 = 10\mu C$ e $Q_2 = 4\mu C$ quando separadas. Quando postas em contato, como ficará a carga de cada uma?

Esta questão ilustra o princípio da conservação das cargas elétricas $\Rightarrow Q_1 = Q_2 = 3\mu C$.

E6) Existe atração gravitacional entre a Terra e a Lua. Será que as forças elétricas não podem ser a causa disso? Como você poderia confirmar ou rejeitar essa hipótese?

A força de Newton nos permite prever uma relação bem definida entre o período de revolução da Lua em torno da Terra. Vamos supor que a Lua execute uma órbita circular em torno da Terra e que possamos considerar os dois corpos como puntiformes. (Veja figura 1.20).

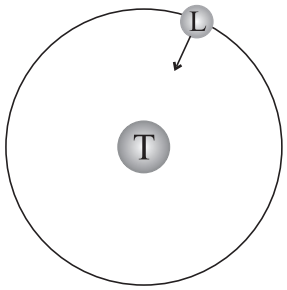



Figura 1.20: Sistema Terra-Lua

A força gravitacional é a responsável pela aceleração centrípeta da Lua, ie,

$$|\mathbf{F}_G| = G\frac{M_T m_L}{R^2} = m_L \omega^2 R$$

Um pouco de álgebra nos leva a

$$T^2 = \frac{4\pi R^2}{GM_T}$$

Se a responsável fosse uma força eletrostática e houvesse sobre a Terra uma carga $Q_T$ e sobre a Lua uma carga $Q_L$, teríamos, de forma análoga

$$|\mathbf{F}_E| = k_0 \frac{Q_T Q_L}{r^2} = m\omega^2 R \longrightarrow T^2 = \frac{4\pi m_L}{k_0 Q_1 Q_2}$$

A última expressão nos diz que o período de revolução da Lua em torno da Terra depende das duas cargas, o que sabemos não ser verdade.

Você consegue imaginar outros argumentos?

E7) Duas pequenas esferas condutoras de massa $m$ estão suspensas por fios de seda de comprimento $L$ e possuem a mesma carga $q$, como é mostrado na figura 1.21. Considerando que o ângulo $\theta$ é tão pequeno que $\tan\theta$ possa ser substituída por $\sin\theta$:

(a) Mostre que para esta aproximação, no equilíbrio, temos

$$x = \left(\frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg}\right)^{1/3}$$

onde $x$ é a distância entre as esferas.

(b) Sendo $L = 120cm$; $m = 10g$ e $x = 5,0cm$, quanto vale $q$? Verifique se, com esses dados, a hipótese de que $\tan\theta \approx \sin\theta$ é válida.

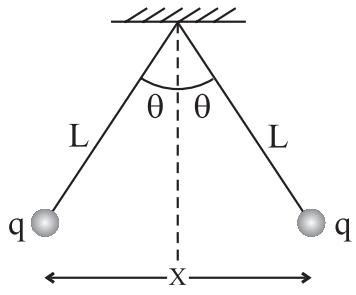



Figura 1.21: Esferas condutoras suspensas

RE7) Vamos estudar as forças que agem nas esferas

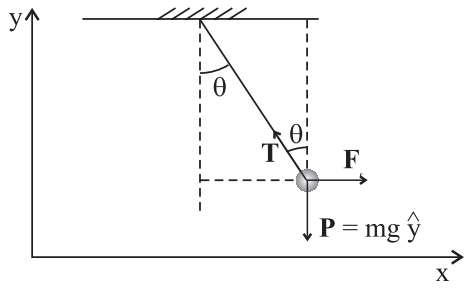



Figura 1.22: Forças que agem nas esferas

Note da figura que a ação da força peso é anulada pela componente vertical da tensão na corda $\mathbf{T}_y$ e a força coulombiana pela sua componente horizontal. Matematicamente, essas condições se expressam da seguinte maneira:

$$T \sin\theta = F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q^2}{x^2}$$
$$T \cos\theta = mg$$

Agora, a melhor estratégia para eliminar a incógnita $T$ é dividir as duas equações. Teremos

$$\tan\theta = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2 mg}$$

Se $\tan\theta = \sin\theta/\cos\theta \approx \sin\theta = x/2L$ (ver figura)

Então

$$\frac{x}{2L} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 x^2 mg} \Longrightarrow x^3 = \frac{q^2 2L}{(4\pi\epsilon_0)mg}$$

Portanto $x = \left(\frac{q^2 L}{2\pi\epsilon_0 mg}\right)^{1/3}$

b) $q = \pm\left(\frac{4\pi\epsilon_0 mg}{2Lx^3}\right)^{1/2} \approx 2.4 \times 10^{-8} C$

$$\sin\theta = \frac{x}{2L} = \frac{5,0}{2 \times 120,0} = \frac{5}{240} \cong 0,02$$

$$\cos\theta = \sqrt{1-(0,02)^2} \cong 0,99979997$$

Portanto a hipótese é verificada.

E8) As esferas do problema anterior são condutoras.

(a) O que acontecerá após uma delas ser descarregada? Explique sua resposta.

(b) Calcule a nova separação de equilíbrio.

RE8) (a) Quando descarregamos uma das esferas, devido à presença da outra, haverá o fenômeno de *indução eletrostática* que vai polarizar a esfera inicialmente descarregada. Isto provocará uma atração entre elas, que levará ao contato. Ao entrarem em contato, elétrons vão se transferir no sentido de anular a carga positiva. Após esse processo, as duas esferas vão conter cargas iguais e portanto vão se repelir.

(b) A nova posição de equilíbrio se calcula da mesma forma que no exercício anterior, alterando apenas o valor da carga, que devido à redistribuição ocorrida durante o contato, reduzir-se-a à metade

$$x = \left(\frac{q^2/4L}{2\pi\epsilon_0 mg}\right)^{1/3}$$

E9) Suponha que o gráfico da figura corresponda a duas bolas de beisebol com cargas positivas iguais. Para cada bola determine o número de elétrons que faltam e estime a fração desses elétrons

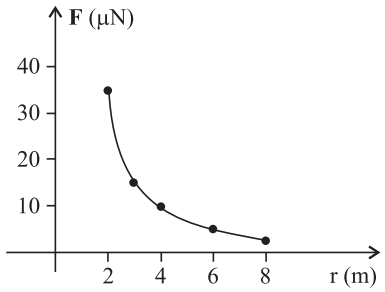



Figura 1.23: Gráfico F versus r

O objetivo desse exercício é mostrar dois fatos importantes: o caráter quantizado da carga dos elétrons não se manifesta em objetos macroscópios, como as bolas de beisebol. E fazer isto entendendo a *ordem de grandeza* do fenômeno. Neste problema o mais importante não é o manuseio das fórmulas, que é muito simples, mas a INTERPRETAÇÃO DO RESULTADO.

Vamos começar calculando a carga $q$, igual em ambas as bolas

$$q = \sqrt{4\pi\epsilon_0 r^2 F}$$

Podemos escolher qualquer ponto na curva para calcular $q$. Por exemplo, $F = 9,0\mu N$ e $r = 4,0m$

$$q = \sqrt{\frac{(4,0m)^2(9,0\mu C)}{9,0 \times 10^9 Nm^2/C^2}}$$

Seja $n$ o número de elétrons que faltam em cada bola.

$$n = \frac{q}{e} = \frac{130nC}{1,6 \times 10^{-19}C} = 7,9 \times 10^{11}\ elétrons$$

Num objeto neutro, o número de elétrons é igual ao número de prótons. A fração dos elétrons que faltam é $n/N_P$ se $N_P$ for o número de prótons.

Considerando que uma bola de beisebol tem massa de cerca de $0,15Kg$ e que metade dessa massa é atribuída aos prótons e metade aos nêutrons. Dividindo então a massa de uma bola de beisebol pela massa de um par próton-neutron, obtemos uma estimativa de $N_P$

$$N_P = \frac{M}{m_p + m_n} = \frac{0,15Kg}{2(1,67 \times 10^{-27}Kg)} = 5 \times 10^{25}\ prótons$$

E a fração de elétrons ausentes, então, é dado por

$$\frac{n}{N_P} = \frac{7,9 \times 10^{11}\ elétrons\ que\ faltam}{5 \times 10^{25}\ prótons} = 2 \times 10^{-14}$$

O que quer dizer esse resultado?

Significa que cerca de *um* em cada $5 \times 10^{13}$ (ou $1/2 \times 10^{-14}$) elétrons está ausente em cada bola.

E este número? Como desenvolver uma intuição sobre os fenômenos eletrostáticos? Vamos tentar entender mais profundamente o que significa esse número,

comparando-o com coisas que conhecemos: a população humana da Terra é cerca de $6 \times 10^9$, de modo que o resultado obtido para os elétrons faltantes é cerca de 10.000 VEZES A POPULAÇÃO HUMANA DA TERRA.