# Aplicações Integrais em Economia

LES 201 – Matemática para Economistas

Márcia A.F. Dias de Moraes

22/11/2016

## Aplicações Economia

Ex 1: Para dada economia sabe-se que a Propensão Marginal a Poupar , que é função da renda, tem a seguinte forma:

$$S'(Y) = 0{,}3 - 0{,}1Y^{-1/2}$$

Sabe-se também que quando a renda agregada *Y é igual a 81*, a poupança agregada é nula. Encontre a função poupança S(Y)

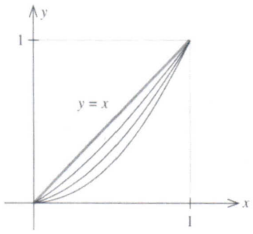
## Aplicações Economia

**Curva de Lorenz e Indice de Gini**

-Método usado para estudar distribuição de renda numa economia: baseado na curva de Lorentz

*f(x)* = proporção da renda recebida pelos *x%* mais pobres da população ($0 \leq x \leq 1$)

*f(0,3) = 0,1*: indica que os 30% mais pobres recebem 10% da renda total




-Reta *y=x:* perfeita igualdade. Ex: 10% da renda recebida pelos 10% mais pobres

- Quanto mais próxima a curva de Lorentz desta reta: mais justa é a distribuição (menor a desigualdade da renda)

Índice de Gini: $\dfrac{\text{Área entre a reta da igualdade perfeita e a curva de Lorentz}}{\text{Área sob a reta da igualdade perfeita}}$

## Aplicações Economia

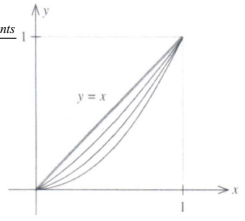
Índice de Gini:

$$\frac{\text{Área entre a reta da igualdade perfeita e a curva de Lorents}}{\text{Área sob a reta da igualdade perfeita}}$$

A área entre a reta *y=x e o eixo x* vale ½ (área do triângulo de base e altura = 1)

$$Gini = 2\int_0^1 [x - f(x)]dx$$

Gini varia de zero (perfeita igualdade) a um (desigualdade perfeita)




Ex: Sabe-se que a distribuição de renda de dentistas e de médicos têm respectivamente as seguintes funções de Lorentz:

$$f(x) = \frac{14}{15}x^2 + \frac{1}{15}x \quad e \quad g(x) = \frac{5}{8}x^4 + \frac{3}{8}x$$

Calcule o índice de Gini para cada curva de Lorentz. Qual das categorias tem uma distribuição de renda mais justa?

## Aplicações Economia

$$f(x) = \frac{14}{15}x^2 + \frac{1}{15}x \quad e \quad g(x) = \frac{5}{8}x^4 + \frac{3}{8}x \qquad Gini = 2\int_0^1 [x - f(x)]dx$$

Cálculo do índice de Gini para a primeira distribuição (dentistas):

Cálculo do índice de Gini para a segunda distribuição (médicos):

## Aplicações em Economia

Investimento e Formação de Capital

- Formação de capital: processo de acrescentar investimento a um dado estoque de capital
- Considerando-se como um processo contínuo ao longo do tempo, o estoque de capital é funçao do tempo: *K(t)*

- *Taxa de formação de capital: dK/dt*

- Mas a taxa de formação de capital em *t* é idêntica à taxa de fluxo de investimento em *t*, que é denotada por *I(t)*

- *Portanto o estoque de capital K e o investimento I estão relacionados da seguinte forma:*

$$\frac{dK}{dt} = I(t)$$

Portanto:

$$K(t) = \int I(t)dt$$

## Investimento e Formação de Capital

Suponha que o fluxo de investimento líquido é descrito pela equação: $I(t)=3t^{1/2}$ e que o estoque de capital inicial é $K(0)$. Qual é a trajetória temporal do capital K?

## Investimento e Formação de Capital

Se ao invés da trajetória temporal, quer achar o montante de formação de capital para certo período:

→ *integral definida*

$$K(t) = \int_a^b I(t)dt = K(t)\Big|_a^b = K(b) - K(a)$$

Se $I(t)=3t^{1/2}$, qual será a formação de capital entre o primeiro e quarto ano?

$$K(t) = \int_1^4 3t^{1/2}dt \qquad K(t) = 2t^{3/2}\Big|_1^4 = 2(4^{3/2} - 1^{3/2}) = 2(8-1) = 14$$

Montante acumulado de capital para o intervalo $(0,t)$:

$$\int_0^t I(t)dt = K(t)\Big|_0^t = K(t) - K(0) \qquad Ou: \quad K(t) = \underbrace{K(0)}_{\substack{\text{K} \\ \text{inicial}}} + \underbrace{\int_0^t I(t)dt}_{\text{Acumulação K}}$$