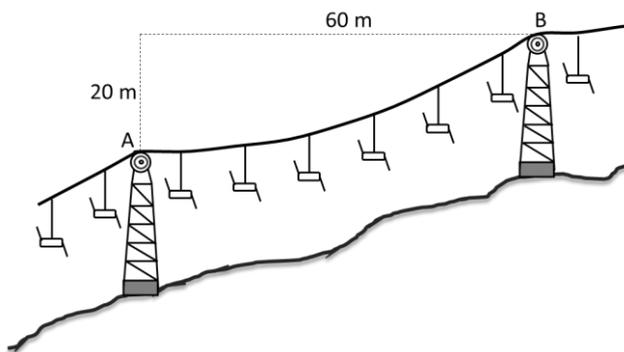


Nome : **Gabarito**

Nº USP: _____

1ª Questão (4,0): O cabo teleférico esquematizado na figura possui uma massa de 10 kg/m e carrega cadeiras de passageiros igualmente espaçadas, as quais conferem uma massa adicional de $(20+n/5)$ kg/m, uniformemente distribuída ao longo do comprimento do cabo, sendo n o penúltimo algarismo não-nulo do seu número USP. O cabo está na horizontal na roda-guia do apoio em A. O funcionamento do sistema é relativamente complicado, devido à existência de motores nos pontos de apoio, mas numa primeira aproximação pode-se tratar o problema como um cabo parabólico ancorado em A e B. Admitindo válida essa hipótese, calcule as forças normais resultantes no cabo em correspondência aos apoios e determine o diâmetro de sua seção transversal (ϕ) considerando a máxima tração a que o cabo fica submetido, sabendo que a tensão de ruptura do material é $\sigma_r = 800\text{MPa}$ e que o sistema deve trabalhar com um coeficiente de segurança $s = 6$. Adote $g=9,81\text{m/s}^2$. Note que a hipótese de o cabo chegar no ponto A com tangência horizontal torna o problema equivalente a um cabo com apoios nivelados e o dobro do vão!



$$g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_r}{s} = \frac{800}{6} = 133.33\text{MPa};$$

$$q = \left(10 + \left(20 + \frac{n}{5} \right) \right) g \quad (\text{em [N/m]}).$$

Admitimos um cabo equivalente com apoio nivelados, vão $L = 120\text{m}$ e flecha $h = 20\text{m}$.

No apoio A, levando em conta a simetria do problema equivalente, $V_A = 0$; $H_A = H = \frac{qL^2}{8h}$ (para a

esquerda). Logo, $N_A = \frac{qL^2}{8h}$.

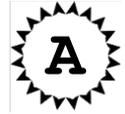
No apoio B, $H_B = H = \frac{qL^2}{8h}$, para a direita e $V_B = \frac{qL}{2}$, para cima. Logo $N_B = \sqrt{H^2 + V_B^2} = N_{\text{max}}$.

Dimensionamento: $\sigma_{\text{max}} = \frac{N_{\text{max}}}{A} = \frac{N_B}{\left(\frac{\pi\phi^2}{4}\right)} \leq \bar{\sigma} = \frac{\sigma_r}{s}$, ou seja $\phi \geq \sqrt{\frac{4sN_B}{\pi\sigma_r}}$

	[kN/m]	[kN]			[m]	[cm]
n	q	$H_A=H_B=H$	V_B	N_B	ϕ	ϕ
1	0.2963	26.7	17.8	32.0	0.017493	1.75
2	0.298.2	26.8	17.9	32.2	0.017551	1.76
3	0.3002	27.0	18.0	32.5	0.017609	1.76
4	0.3021	27.2	18.1	32,7	0.017666	1.77
5	0.3041	27.4	18.2	32.9	0.017723	1.77
6	0.3061	27.5	18.4	33.1	0.01778	1.78
7	0.3080	27.7	18.5	33.3	0.017837	1.78
8	0.3100	27.9	18.6	33.5	0.017894	1.79
9	0.3120	28.1	18.7	33.7	0.017951	1.80

Versão C idem A; versões B e D simétricas à versão A

(ou seja, alternam os resultados dos pontos A e B, resultando no mesmo diâmetro ϕ).



Nome: **Gabarito**

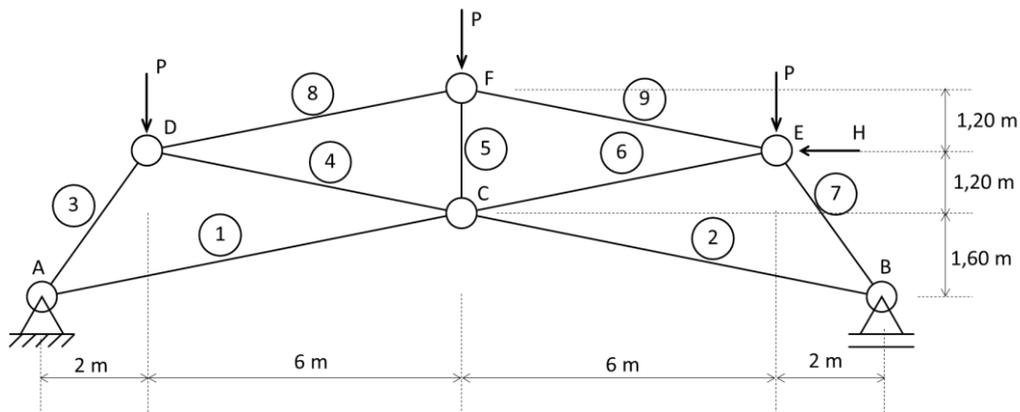
Nº USP: _____

2ª Questão (6,0): A treliça mostrada na figura abaixo está sujeita a um conjunto de cargas verticais e horizontais que valem:

$$P = \begin{cases} 20kN, & \text{se } 1 \leq n \leq 3 \\ 25kN, & \text{se } 4 \leq n \leq 6 \\ 30kN, & \text{se } 7 \leq n \leq 9 \end{cases} \quad H = \begin{cases} 15kN, & \text{se } 1 \leq n \leq 3 \\ 17kN, & \text{se } 4 \leq n \leq 6 \\ 20kN, & \text{se } 7 \leq n \leq 9 \end{cases}$$

(onde n é o penúltimo algarismo não-nulo de seu número USP).

- Calcule as reações de apoio
- Calcule os esforços nas barras da treliça.
- Dimensione o banzo superior da treliça em uma única seção transversal, considerando um coeficiente de segurança $s=1,5$;
- Dimensione o banzo inferior da treliça considerando um coeficiente de segurança $s=2$.



Respostas:

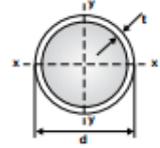
n=		
Esforço	Valor (kN)	Perfil escolhido
V_A		<i>Banzo superior</i>
H_A		
V_B		d = (mm)
N_1		t = (mm)
N_2		A = (cm ²)
N_3		I = (cm ⁴)
N_4		<i>Banzo inferior</i>
N_5		
N_6		d = (mm)
N_7		t = (mm)
N_8		A = (cm ²)
N_9		I = (cm ⁴)



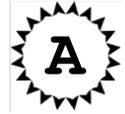
Nome: **Gabrito**

Nº USP: _____

Seção Tubular Circular (TC)



Dimensões externas	Espessura da parede	Massa por Unidade de Comp.	Área da Seção Transversal	Momento de Inércia	Raio de Giração	Módulo de Resistência Elástico	Módulo de Resistência Plástico	Const. Torção	Módulo de Resistência à Torção	Área de superfície por unidade de Comp.
d (mm)	t (mm)	m (kg/m)	A (cm²)	$I_x = I_y$ (cm⁴)	$r_x = r_y$ (cm)	$W_x = W_y$ (cm³)	$Z_x = Z_y$ (cm³)	J (cm⁴)	W_t (cm³)	U (m²/m)
88,9	3,6	7,57	9,65	87,9	3,02	19,8	26,2	176	39,5	0,279
	4,0	8,38	10,7	96,3	3,00	21,7	28,9	193	43,3	
	4,5	9,37	11,9	107	2,99	24,0	32,1	213	47,9	
	5,0	10,3	13,2	116	2,97	26,2	35,2	233	52,4	
	5,6	11,5	14,7	128	2,95	28,7	38,9	255	57,5	
	6,4	13,0	16,6	142	2,93	31,9	43,6	284	63,9	
	7,1	14,3	18,2	154	2,90	34,6	47,6	308	69,2	
	8,0	16,0	20,3	168	2,87	37,8	52,5	336	75,6	
	8,8	17,4	22,1	180	2,85	40,4	56,7	359	80,9	
	10,0	19,5	24,8	196	2,81	44,1	62,6	392	88,2	
	11,0	21,1	26,9	208	2,78	46,9	67,2	417	93,7	
	12,5	23,6	30,0	225	2,74	50,6	73,6	450	101	
101,6	4,0	9,63	12,3	146	3,45	28,8	38,1	293	57,6	0,319
	4,5	10,8	13,7	162	3,44	31,9	42,5	324	63,8	
	5,0	11,9	15,2	177	3,42	34,9	46,7	355	69,9	
	5,6	13,3	16,9	195	3,40	38,4	51,7	390	76,9	
	6,4	15,0	19,1	218	3,37	42,9	58,1	436	85,8	
	7,1	16,5	21,1	237	3,35	46,6	63,5	473	93,2	
	8,0	18,5	23,5	260	3,32	51,1	70,3	519	102	
	8,8	20,1	25,7	279	3,30	54,9	76,0	557	110	
	10,0	22,6	28,8	305	3,26	60,1	84,2	611	120	
	11,0	24,6	31,3	326	3,23	64,2	90,7	652	128	
114,3	4,0	10,9	13,9	211	3,90	36,9	48,7	422	73,9	0,359
	4,5	12,2	15,5	234	3,89	41,0	54,3	469	82,0	
	5,0	13,5	17,2	257	3,87	45,0	59,8	514	89,9	
	5,6	15,0	19,1	283	3,85	49,6	66,2	566	99,1	
	6,4	17,0	21,7	317	3,82	55,4	74,6	634	111	
	7,1	18,8	23,9	345	3,80	60,4	81,7	690	121	
	8,0	21,0	26,7	379	3,77	66,4	90,6	759	133	
	8,8	22,9	29,2	409	3,74	71,5	98,2	817	143	
	10,0	25,7	32,8	450	3,70	78,7	109	899	157	
	11,0	28,0	35,7	482	3,67	84,3	118	963	169	
	12,5	31,4	40,0	526	3,63	92,0	130	1.051	184	
	14,2	35,1	44,7	571	3,57	99,8	143	1.141	200	



Nome: **Gabarito**

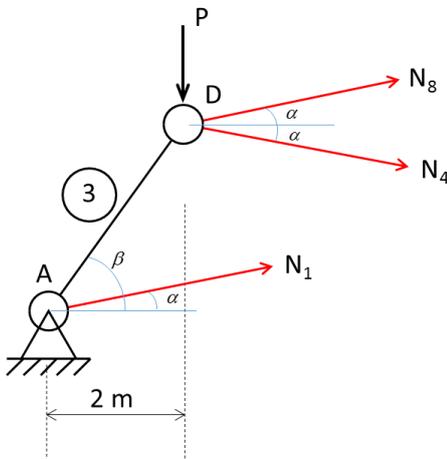
Nº USP: _____

2.a) Determinação das reações e apoio:

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad \therefore H_A = H \quad \leftarrow \\ \sum F_y = 0 & \quad \therefore V_A + V_B = 3P \\ \sum M_A = 0 & \quad \therefore P \times (2 + 8 + 14) - H \times 2,80 - V_B \times 16 = 0 \\ & \quad V_A = 1,5P + 0,175H \\ & \quad V_B = 1,5P - 0,175H\end{aligned}$$

2.b) Cálculo dos esforços nas barras da treliça:

Corte de Ritter nas barras N_1 , N_4 e N_8



Reconhecemos os ângulos:

$$\begin{aligned}\ell_8 &= \sqrt{1,20^2 + 6^2} = 6,12m \\ \sin \alpha &= \frac{1,20}{6,12} = 0,196 \\ \cos \alpha &= \frac{6}{6,12} = 0,98 \\ \ell_3 &= \sqrt{2,80^2 + 2^2} = 3,44m \\ \sin \alpha &= \frac{2,80}{3,44} = 0,814 \\ \cos \alpha &= \frac{2}{3,44} = 0,581\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_D = 0 & \quad \therefore H \times 2,80 + N_1 \cos \alpha \times 2,80 - N_1 \sin \alpha \times 2 - (1,5P + 0,175H) \times 2 = 0 \\ & \quad N_1 = 1,28P - 1,042H\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_C = 0 & \quad \therefore H \times 1,60 + P \times 6 - N_8 \cos \alpha \times 1,20 - N_8 \sin \alpha \times 6 - (1,5P + 0,175H) \times 8 = 0 \\ & \quad N_8 = -2,55P + 0,085H\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad \therefore H + (1,28P - 1,042H) \cos \alpha + N_4 \cos \alpha + (-2,55P + 0,085H) \cos \alpha = 0 \\ & \quad N_4 = 1,296P - 0,0634H\end{aligned}$$

Equilíbrio do nó A

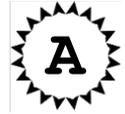
$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad \therefore H + (1,28P - 1,042H) \cos \alpha + N_3 \cos \beta = 0 \\ & \quad N_3 = -2,16P + 0,0364H\end{aligned}$$

Corte de Ritter nas barras N_2 , N_6 e N_9

$$\begin{aligned}\sum M_E = 0 & \quad \therefore N_2 \sin \alpha \times 2 - N_2 \cos \alpha \times 2,8 + (1,5P - 0,175H) \times 2 = 0 \\ & \quad N_2 = 1,28P - 0,1488H\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_C = 0 & \quad \therefore H \times 1,2 - P \times 6 + N_9 \cos \alpha \times 1,20 + N_9 \sin \alpha \times 6 + (1,5P - 0,175H) \times 8 - N_2 \cos \alpha \times 1,60 + N_2 \sin \alpha \times 8 = 0 \\ & \quad N_9 = -2,55P + 0,085H\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum F_x = 0 & \quad \therefore H + (1,28P - 0,1488H) \cos \alpha + N_6 \cos \alpha + (-2,55P + 0,085H) \cos \alpha = 0 \\ & \quad N_6 = 1,28P - 0,95H\end{aligned}$$



Nome: Gabarito

Nº USP: _____

Equilíbrio do nó B

$$\sum F_x = 0 \quad \therefore \quad -(1,28P - 0,1488H) \cos \alpha + N_7 \cos \beta = 0$$

$$N_3 = -2,15P + 0,25H$$

Equilíbrio do nó F

$$\sum F_x = 0 \quad \therefore \quad -(-2,55P + 0,085H) \sin \alpha - (-2,55P + 0,085H) \sin \alpha + N_5 = 0$$

$$N_5 = -0,0332H$$

2.c) Dimensionamento do banzo superior comprimido

Barras 8 e 9

$$\ell_8 = 6,12m$$

Critério 1: Tensão normal máxima

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_e}{s} = \frac{250}{1,5} = 166,67MPa$$

$$\sigma_{\max} \leq \bar{\sigma} \quad \therefore \quad \frac{|N_{\max}|}{A} \leq \bar{\sigma} \quad \therefore \quad A \geq \frac{|N_{\max}|}{\bar{\sigma}}$$

Critério 2: Estabilidade

$$|N_{\max}| \leq \frac{P_{cr}}{s} \quad \therefore \quad |N_{\max}| \leq \frac{1}{s} \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \therefore \quad I \geq \frac{s |N_{\max}| l^2}{\pi^2 E}$$

2.d) Dimensionamento do banzo inferior tracionado comprimido

Barras 2 e 1

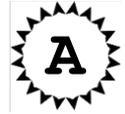
Critério 1: Tensão normal máxima

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_e}{s} = \frac{250}{2} = 125MPa$$

$$\sigma_{\max} \leq \bar{\sigma} \quad \therefore \quad \frac{|N_{\max}|}{A} \leq \bar{\sigma} \quad \therefore \quad A \geq \frac{|N_{\max}|}{\bar{\sigma}}$$

Sendo que P e H valem:

$$P = \begin{cases} 20kN, & \text{se } 1 \leq n \leq 3 \\ 25kN, & \text{se } 4 \leq n \leq 6 \\ 30kN, & \text{se } 7 \leq n \leq 9 \end{cases} \quad H = \begin{cases} 15kN, & \text{se } 1 \leq n \leq 3 \\ 17kN, & \text{se } 4 \leq n \leq 6 \\ 20kN, & \text{se } 7 \leq n \leq 9 \end{cases}$$



Nome : **Gabarito**

Nº USP: _____

$1 \leq n \leq 3$		
Esforço	Valor (kN)	Perfil escolhido
V_A	32,6	<i>Banzo superior</i>
H_A	15	
V_B	27,4	d = 88,9 (mm)
N_1	9,9	t = 4,0 (mm)
N_2	23,3	A = 10,7 (cm ²)
N_3	-42,5	I = 96,3 (cm ⁴)
N_4	24,5	<i>Banzo inferior</i>
N_5	-0,5	
N_6	11,2	d = 88,9 (mm)
N_7	-39,2	t = 3,6 (mm)
N_8	-49,7	A = 9,65 (cm ²)
N_9	-49,7	I = 87,9 (cm ⁴)

Banzo superior

$$N_8 = N_9 = |N_{\max}| = -49,7 \text{ kN}$$

Critério 1: Tensão normal máxima

$$A \geq \frac{49,7 \times 10^3}{166,67 \times 10^6}$$

$$A \geq 2,98 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 2,98 \text{ cm}^2$$

Critério 2: Estabilidade

$$I \geq \frac{1,5 \times 49,7 \times 10^3 \times (6,12)^2}{\pi^2 \times 210 \times 10^9}$$

$$I \geq 8,98 \times 10^{-7} \text{ m}^4 = 89,8 \text{ cm}^4$$

Banzo inferior

$$N_1 = N_2 = |N_{\max}| = 23,3 \text{ kN}$$

Tensão normal máxima

$$A \geq \frac{23,3 \times 10^3}{125 \times 10^6}$$

$$A \geq 1,86 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 1,86 \text{ cm}^2$$

$4 \leq n \leq 6$		
Esforço	Valor (kN)	Perfil escolhido
V_A	40,5	<i>Banzo superior</i>
H_A	17	
V_B	34,5	d = 101,6 (mm)
N_1	14,2	t = 5,0 (mm)
N_2	29,3	A = 15,2 (cm ²)
N_3	-53,2	I = 177 (cm ⁴)
N_4	30,8	<i>Banzo inferior</i>
N_5	-0,6	
N_6	15,6	d = 88,9 (mm)
N_7	-49,5	t = 3,6 (mm)
N_8	-62,3	A = 9,65 (cm ²)
N_9	-62,3	I = 87,9 (cm ⁴)

Banzo superior

$$N_8 = N_9 = |N_{\max}| = -62,3 \text{ kN}$$

Critério 1: Tensão normal máxima

$$A \geq \frac{62,3 \times 10^3}{166,67 \times 10^6}$$

$$A \geq 3,74 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 3,74 \text{ cm}^2$$

Critério 2: Estabilidade

$$I \geq \frac{1,5 \times 62,3 \times 10^3 \times (6,12)^2}{\pi^2 \times 210 \times 10^9}$$

$$I \geq 1,688 \times 10^{-6} \text{ m}^4 = 168,8 \text{ cm}^4$$

Banzo inferior

$$N_1 = N_2 = |N_{\max}| = 29,3 \text{ kN}$$

Tensão normal máxima

$$A \geq \frac{29,3 \times 10^3}{125 \times 10^6}$$

$$A \geq 2,34 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 2,34 \text{ cm}^2$$

$7 \leq n \leq 9$		
Esforço	Valor (kN)	Perfil escolhido
V_A	48,5	<i>Banzo superior</i>
H_A	20	
V_B	41,5	d = 114,3 (mm)
N_1	17,4	t = 4,0 (mm)
N_2	35,3	A = 13,9 (cm ²)
N_3	-63,8	I = 211 (cm ⁴)
N_4	37	<i>Banzo inferior</i>
N_5	-0,7	
N_6	19,1	d = 88,9 (mm)
N_7	-59,5	t = 3,6 (mm)
N_8	-74,8	A = 9,65 (cm ²)
N_9	-74,8	I = 87,9 (cm ⁴)

Banzo superior

$$N_8 = N_9 = |N_{\max}| = -74,8 \text{ kN}$$

Critério 1: Tensão normal máxima

$$A \geq \frac{74,8 \times 10^3}{166,67 \times 10^6}$$

$$A \geq 4,49 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 4,49 \text{ cm}^2$$

Critério 2: Estabilidade

$$I \geq \frac{1,5 \times 74,8 \times 10^3 \times (6,12)^2}{\pi^2 \times 210 \times 10^9}$$

$$I \geq 2,02 \times 10^{-6} \text{ m}^4 = 202 \text{ cm}^4$$

Banzo inferior

$$N_1 = N_2 = |N_{\max}| = 35,3 \text{ kN}$$

Tensão normal máxima

$$A \geq \frac{35,3 \times 10^3}{125 \times 10^6}$$

$$A \geq 2,82 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 2,82 \text{ cm}^2$$