Planejamento de Rotas – Parte II

SSC5955

Slides adaptados de Masahiro Ono - MIT

Sumário

- Revisão Aula 1
- Kinodynamic path planning

- Abordagem para Planejamento de Rota
  - Programação Linear (PL)
  - Programação Inteira (PI)
  - Programação Linear Inteira Mista (PLIM)

- Exemplo

- Receding Horizon Control

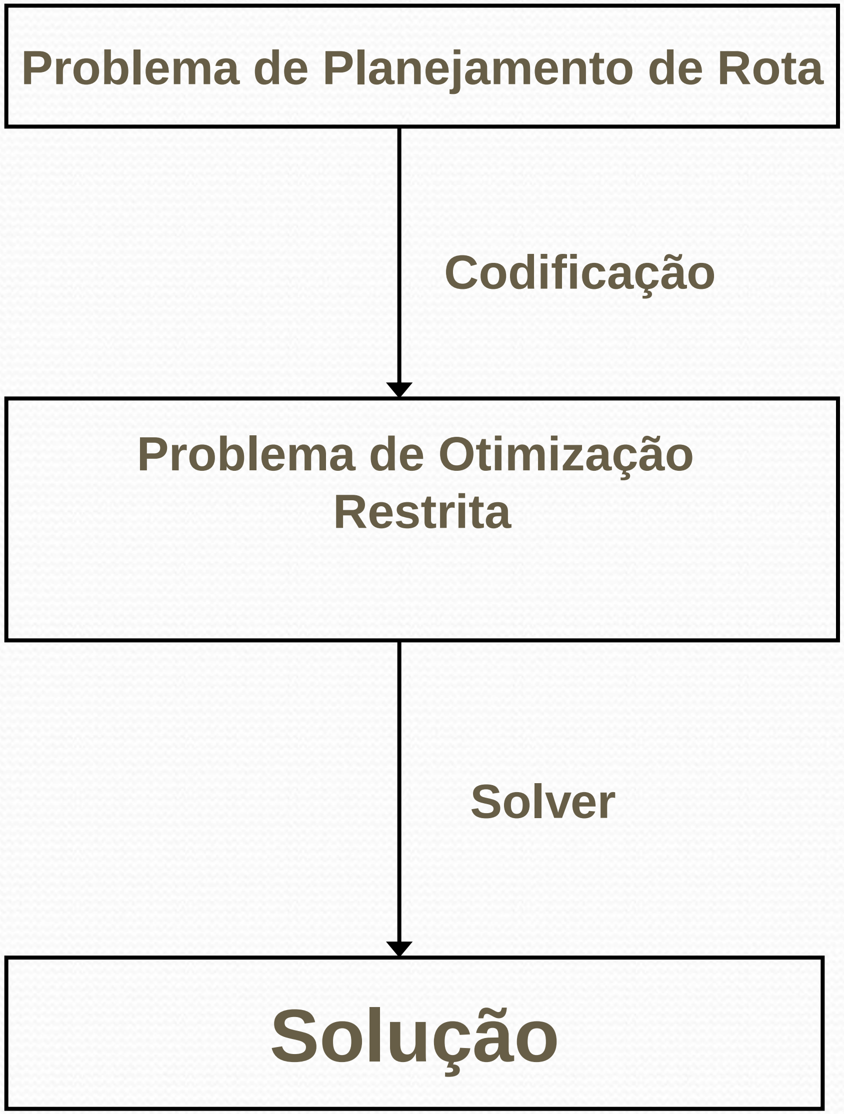
- **MPC** (model-predictive control)

Kinodynamic Path Planning

- Veículos que executem uma trajetória em alta velocidade podem ter dificuldade para seguir a trajetória estabelecida.

- A dinâmica do veículo precisa ser explicitamente considerada. Isso caracteriza o chamado *Kinodynamic path planning*.

Abordagem para Planejamento de Rota



Abordagem para Planejamento de Rota

Problema de Otimização

- Otimização Convexa
  - Programação geométrica
  - Otimização Canônica
    - Programação Linear
    - Programação Quadrática
    - …
  - Programação Não linear
- Otimização Não Converxa
  - Programação Inteira
  - Programação Inteira Mista
    - Programação Linear Inteira Mista
    - ….

Exemplo

- Veículo autônomo em um cenário bidimensional

Dinâmicas

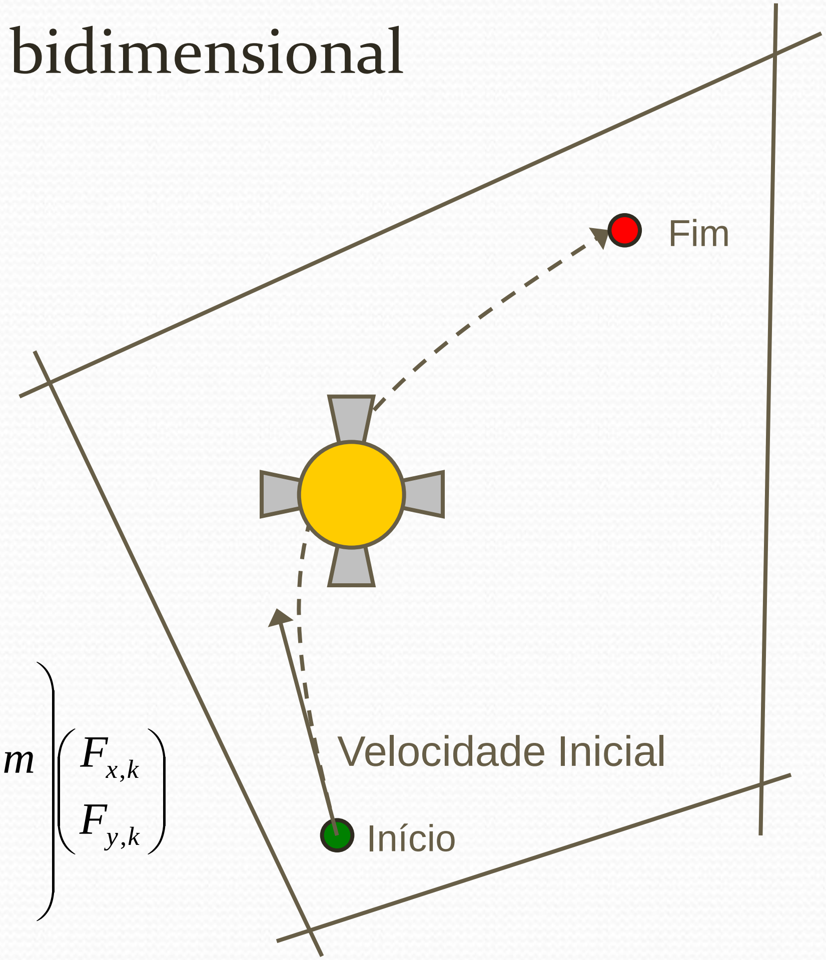
$$m\begin{pmatrix}\ddot{x}\\ \ddot{y}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}F_x\\ F_y\end{pmatrix}$$

$$|F_x| \le F_{\max}, |F_y| \le F_{\max}$$ (Thrust limits)

Dinâmica discreta no tempo

$$\begin{pmatrix}x_{k+1}\\ y_{k+1}\\ \dot{x}_{k+1}\\ \dot{y}_{k+1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & \Delta t & 0\\ 0 & 1 & 0 & \Delta t\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x_k\\ y_k\\ \dot{x}_k\\ \dot{y}_k\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0.5\Delta t^2/m & 0\\ 0 & 0.5\Delta t^2/m\\ \Delta t/m & 0\\ 0 & \Delta t/m\end{pmatrix}\begin{pmatrix}F_{x,k}\\ F_{y,k}\end{pmatrix}$$

$$\boxed{\mathbf{x}_{t+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_t + \mathbf{B}\mathbf{u}_t}$$



Exemplo

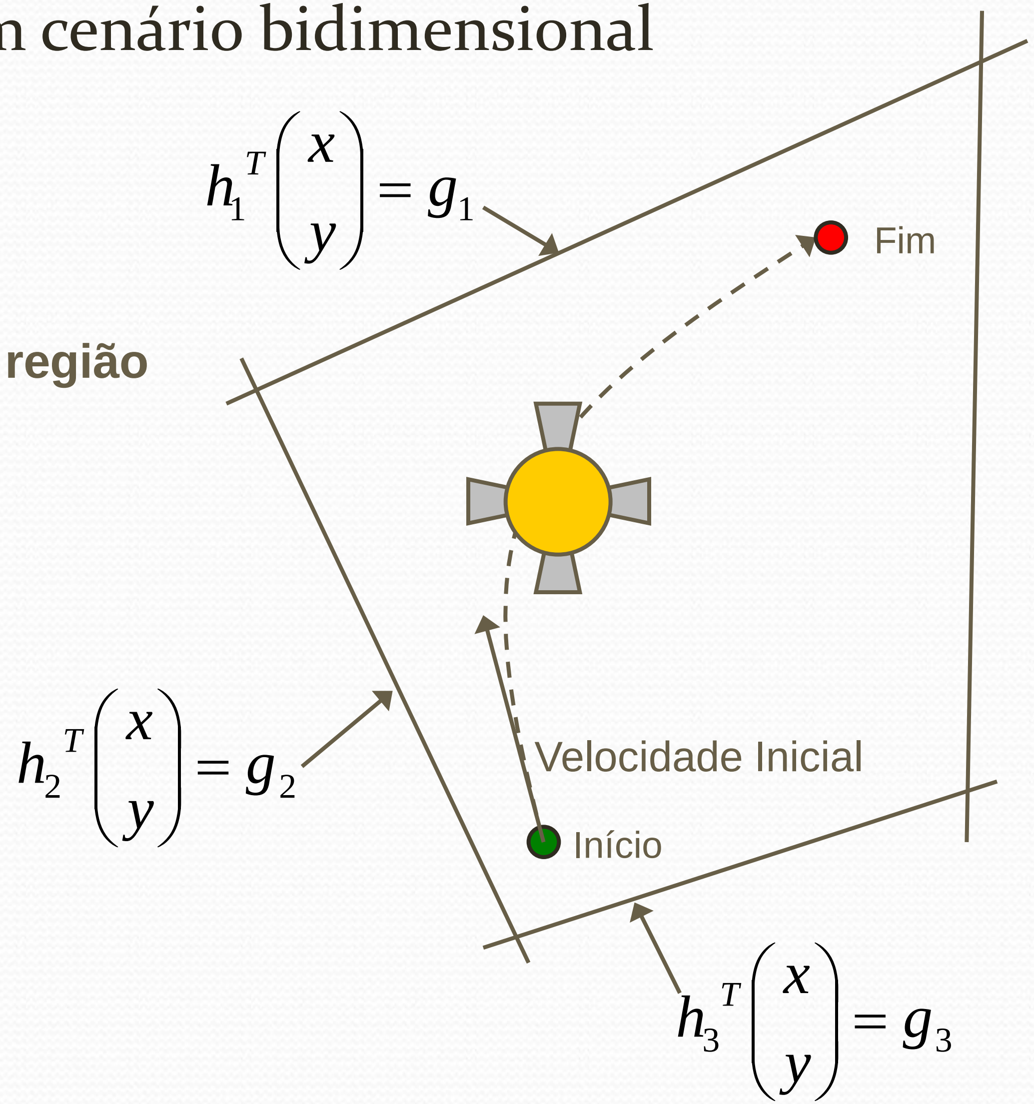
- Veículo autônomo em um cenário bidimensional

Restrições espaciais:
Veículo precisa estar dentro da região

$$\bigwedge_{n=1}^{4} h_n^T \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \le g_n$$

$$or$$

$$\mathbf{Hx} \le \mathbf{g}$$



Exemplo

- Formulação usando Programação Linear (LP)

$$\min_{\mathbf{x}_{1:N},\mathbf{u}_{1:N}} C(\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_N, \mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_N)$$

Custo

$$s.t.$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k \quad (k = 0,1,\cdots N-1)$$

Dinâmicas

$$\mathbf{H}\mathbf{x}_\mathbf{k} \le \mathbf{g} \quad (k = 0,1,\cdots N)$$

Restrições espaciais

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_{\text{start}}$$

Posição inicial

$$\mathbf{x}_N = \mathbf{x}_{\text{goal}}$$

Posição final

$$-\mathbf{u}_{\max} \le \mathbf{u}_k \le \mathbf{u}_{\max} \quad (k = 0,1,\cdots N-1)$$

Limites de empuxo

$$\mathbf{x}_k \equiv \begin{pmatrix} x_k & y_k & \dot{x}_k & \dot{y}_k \end{pmatrix}^T, \quad \mathbf{u}_k \equiv \begin{pmatrix} F_{x,k} & F_{y,k} \end{pmatrix}^T$$

RHC - Formulação Matemática

$$\min_{\mathbf{x}_{1:N},\mathbf{u}_{1:N}} C(\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_N, \mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_N) \underline{+ f(\mathbf{x}_N)}$$ **Custo**

Custo para chegar ao fim

$s.t.$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k \quad (k = 0,1,\cdots N-1)$$ **Dinâmica**

$$\mathbf{H}\mathbf{x}_\mathbf{k} \le \mathbf{g} \quad (k = 0,1,\cdots N)$$ **Restrições espaciais**

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}_{\text{start}}$$ **Posição e velocidade iniciais**

$$\cancel{\mathbf{x}_N = \mathbf{x}_{\text{goal}}}$$ **Posição e velocidade finais**

$$-\mathbf{u}_{\max} \le \mathbf{u}_k \le \mathbf{u}_{\max} \quad (k = 0,1,\cdots N-1)$$ **Limites de empuxo**

$$\mathbf{x}_k \equiv \begin{pmatrix} x_k & y_k & \dot{x}_k & \dot{y}_k \end{pmatrix}^T, \quad \mathbf{u}_k \equiv \begin{pmatrix} F_{x,k} & F_{y,k} \end{pmatrix}^T$$

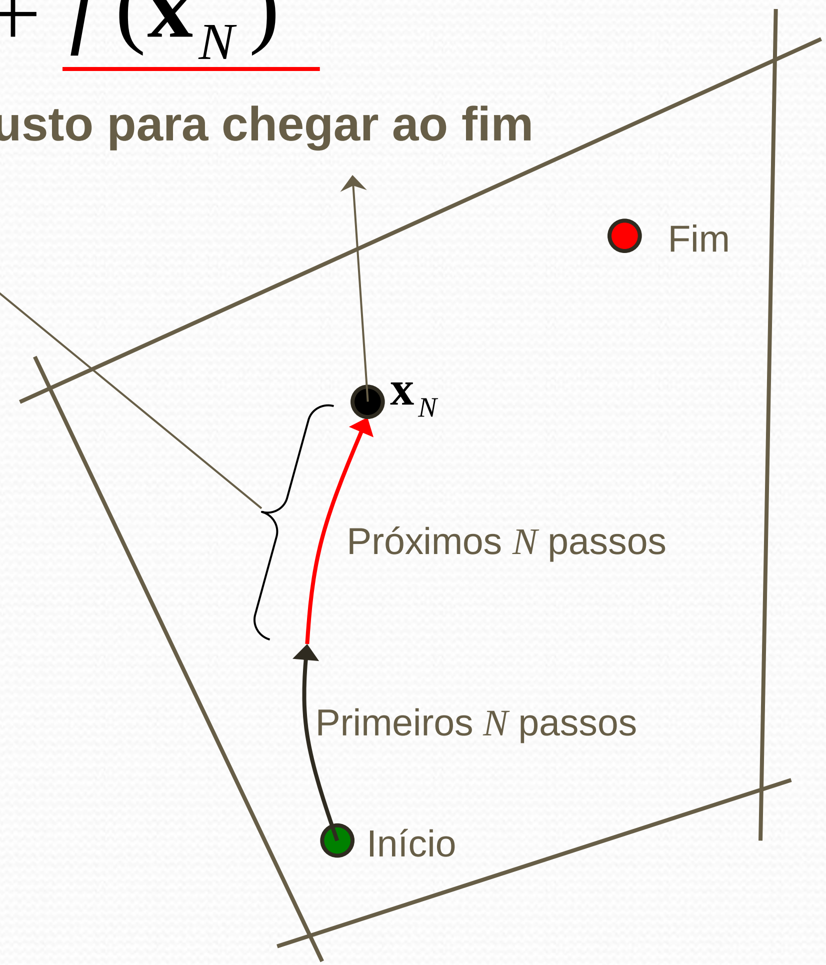
RHC - Custo para chegar ao fim

Estimativa do custo do estado final ao Fim

$$\min_{\mathbf{x}_{1:N},\mathbf{u}_{1:N}} J(\mathbf{x}_1 \cdots \mathbf{x}_N, \mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_N) + f(\mathbf{x}_N)$$

Função de custo
= custo do segmento de rota atual

Custo para chegar ao fim



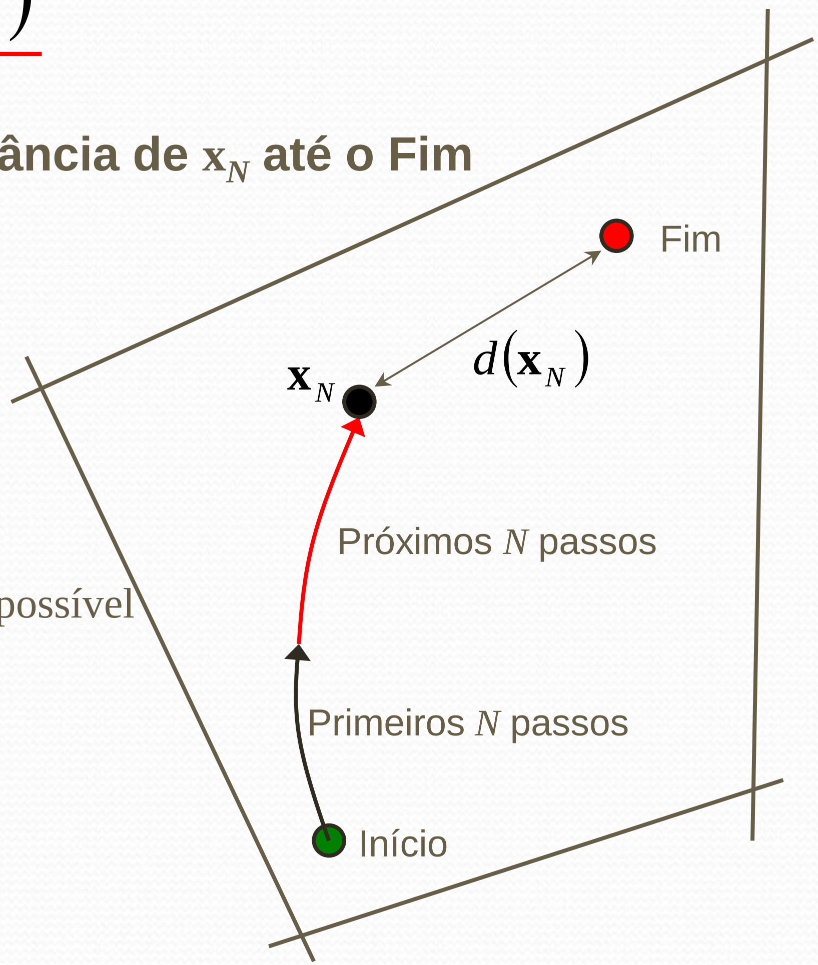
- Custo para chegar ao fim guia a rota até o fim.
- Similar a função heurística do algoritmos A*.

RHC - Custo para chegar ao fim

$$\min_{\mathbf{x}_{1:N},\mathbf{u}_{1:N}} \underbrace{\sum_{k=1}^{N-1} \begin{pmatrix}1 & 1\end{pmatrix}^T \left|\mathbf{u}_k\right|}_{\text{Esforço de controle ao longo da rota}} + c \cdot \underbrace{d\left(\mathbf{x}_N\right)}_{\text{Distância de } \mathbf{x}_N \text{ até o Fim}}$$

Distância de x_N até o Fim

Esforço de controle ao longo da rota



c: peso relativo entre esforço de controle e distância

c=0 : veículo não se move

c=+infinity : veículo se direciona ao Fim o mais rápido possível

RHC - Aproximação do Cálculo da Distância

- Problema:

$$d(\mathbf{x}_N) = \sqrt{(x_N - x_{Goal})^2 + (y_N - y_{Goal})^2} \longleftarrow$$

Não Linear!!!

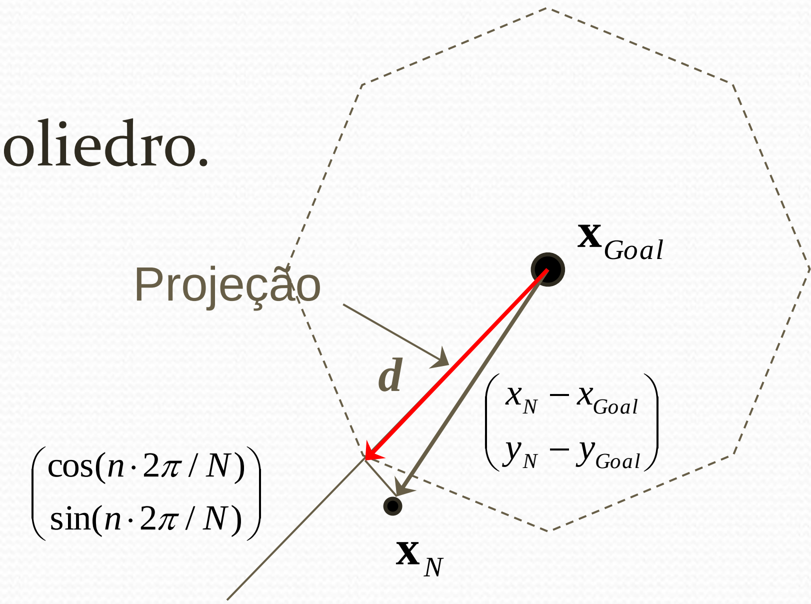
- Truque.
  - Ideia: aproximar o círculo pelo poliedro.

$$\min \sqrt{(x_N - x_{Goal})^2 + (y_N - y_{Goal})^2}$$

Aproximação

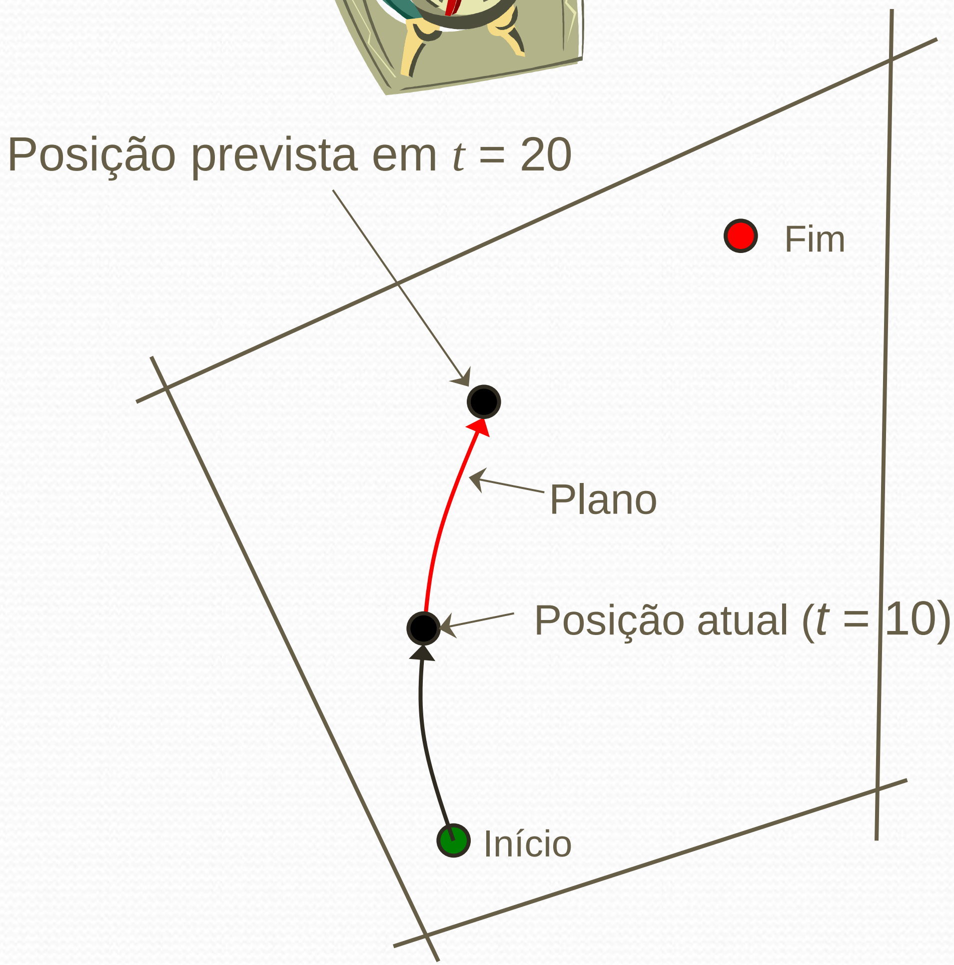
$$\min d$$

$$d \geq \begin{pmatrix} \cos(n \cdot 2\pi / N) \\ \sin(n \cdot 2\pi / N) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} x_N - x_{Goal} \\ y_N - y_{Goal} \end{pmatrix} \qquad (n = 1, 2, \cdots N)$$



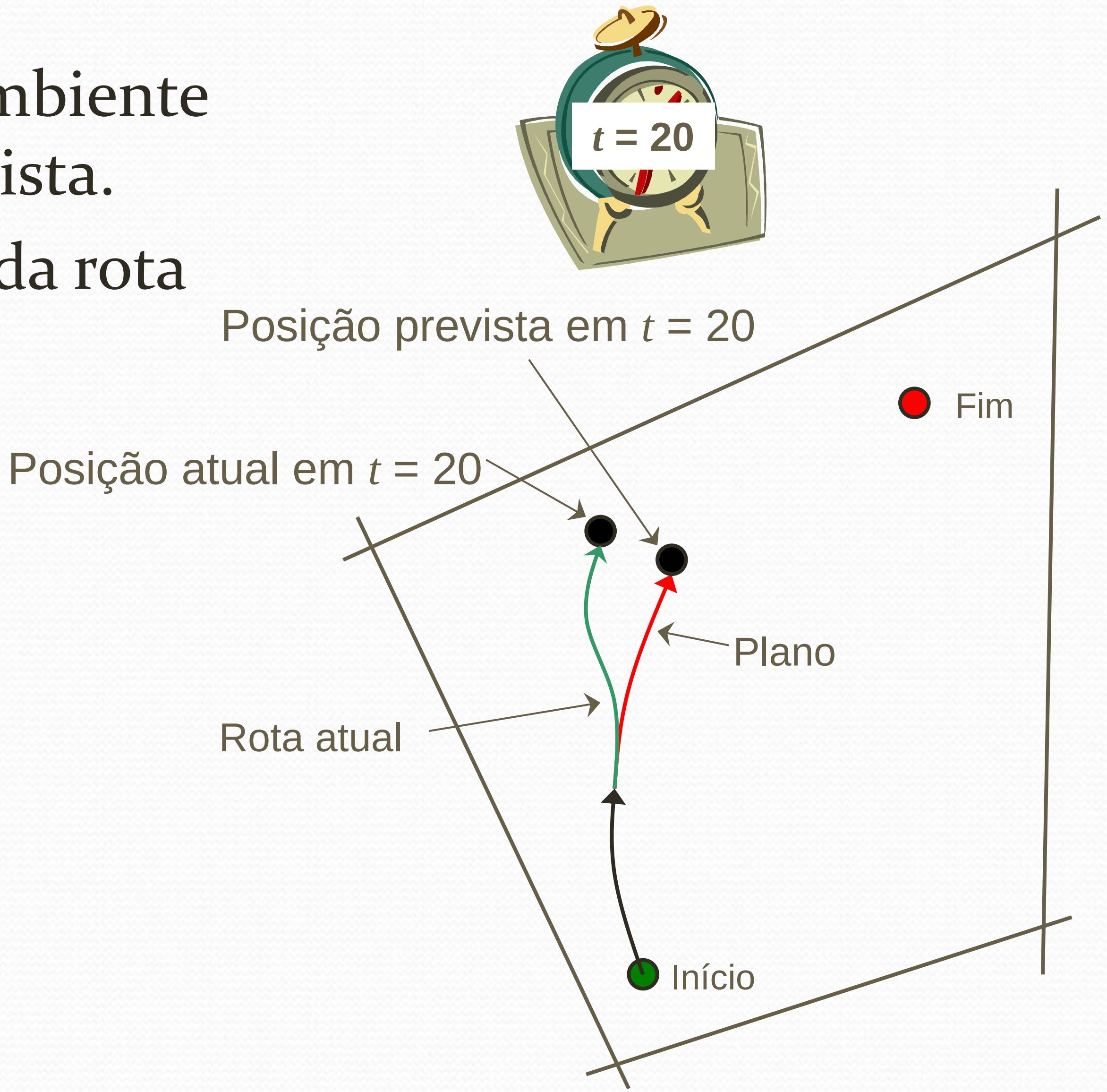
Exemplo RHC

- 10 segundos depois....



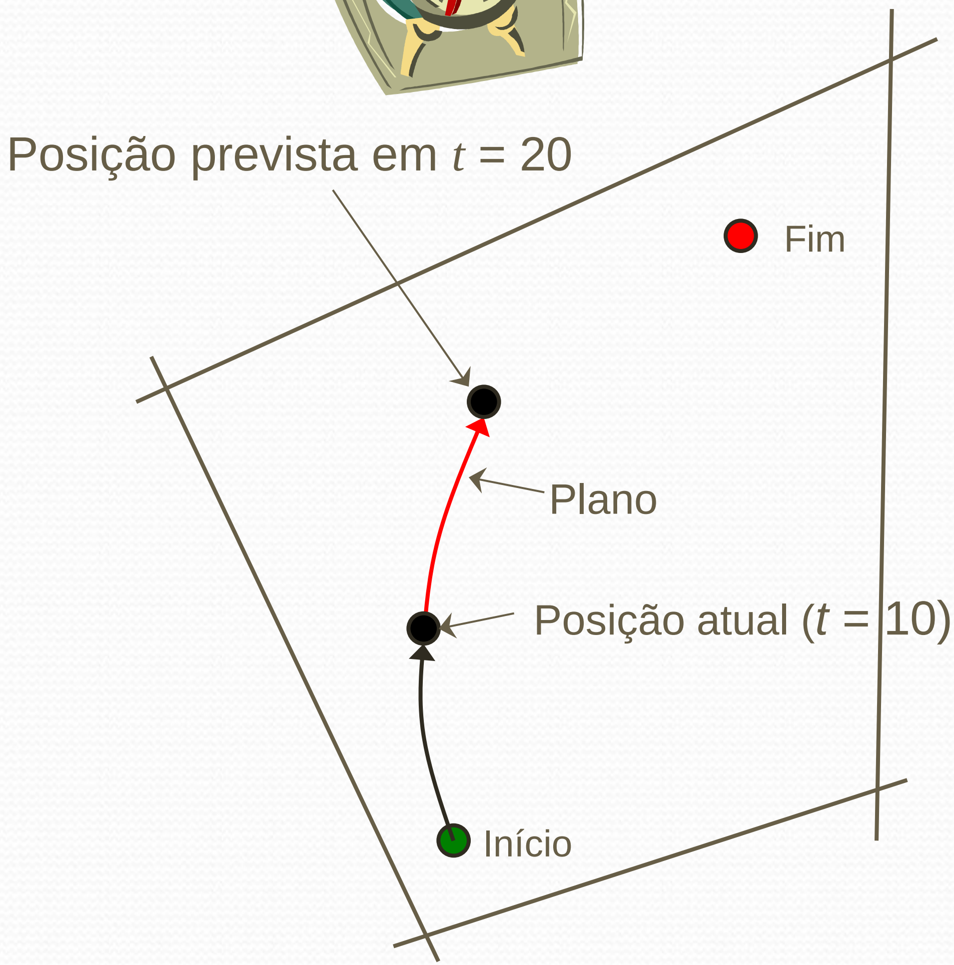
Exemplo RHC

- As incertezas do ambiente alteram a rota prevista.
- A rota atual difere da rota planejada

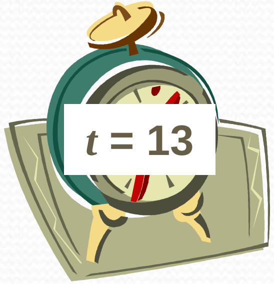


Horizonte de Planejamento > Horizonte de Execução

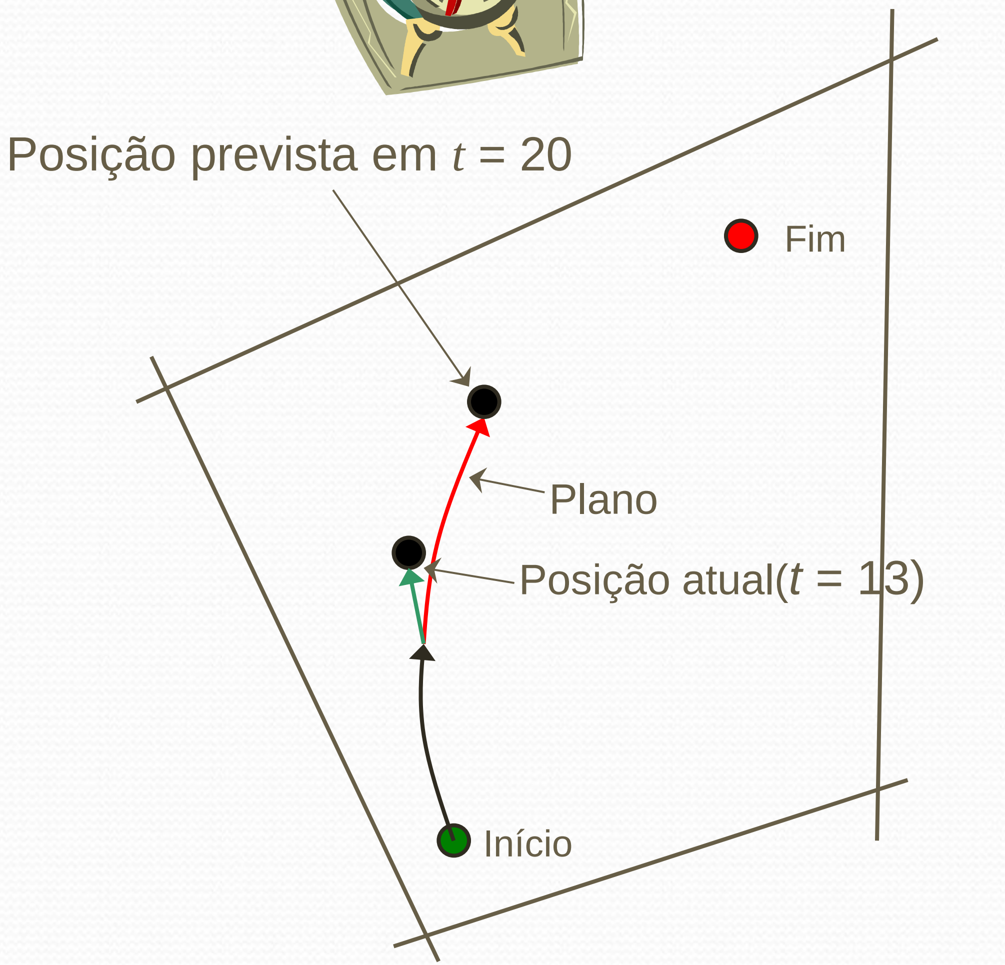
- 3 segundos mais tarde....



Horizonte de Planejamento > Horizonte de Execução

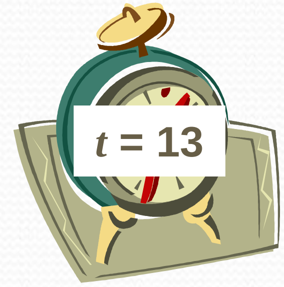


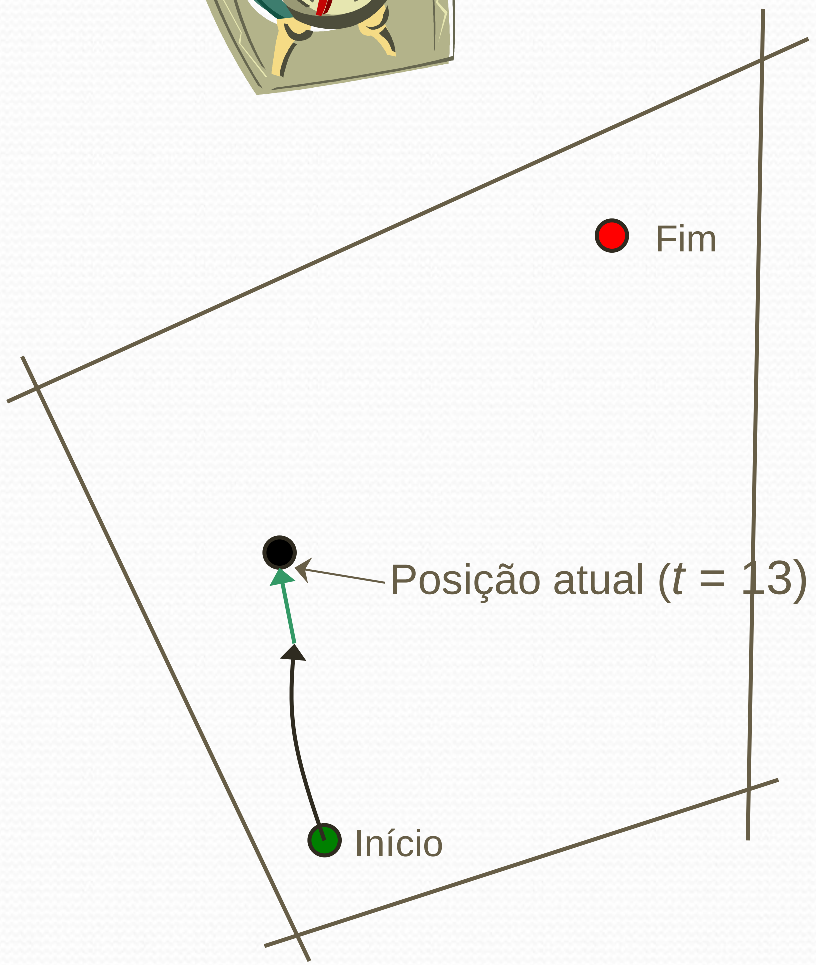
- 3 segundos mais tarde....
- Um pouco distante da rota planejada



Horizonte de Planejamento > Horizonte de Execução

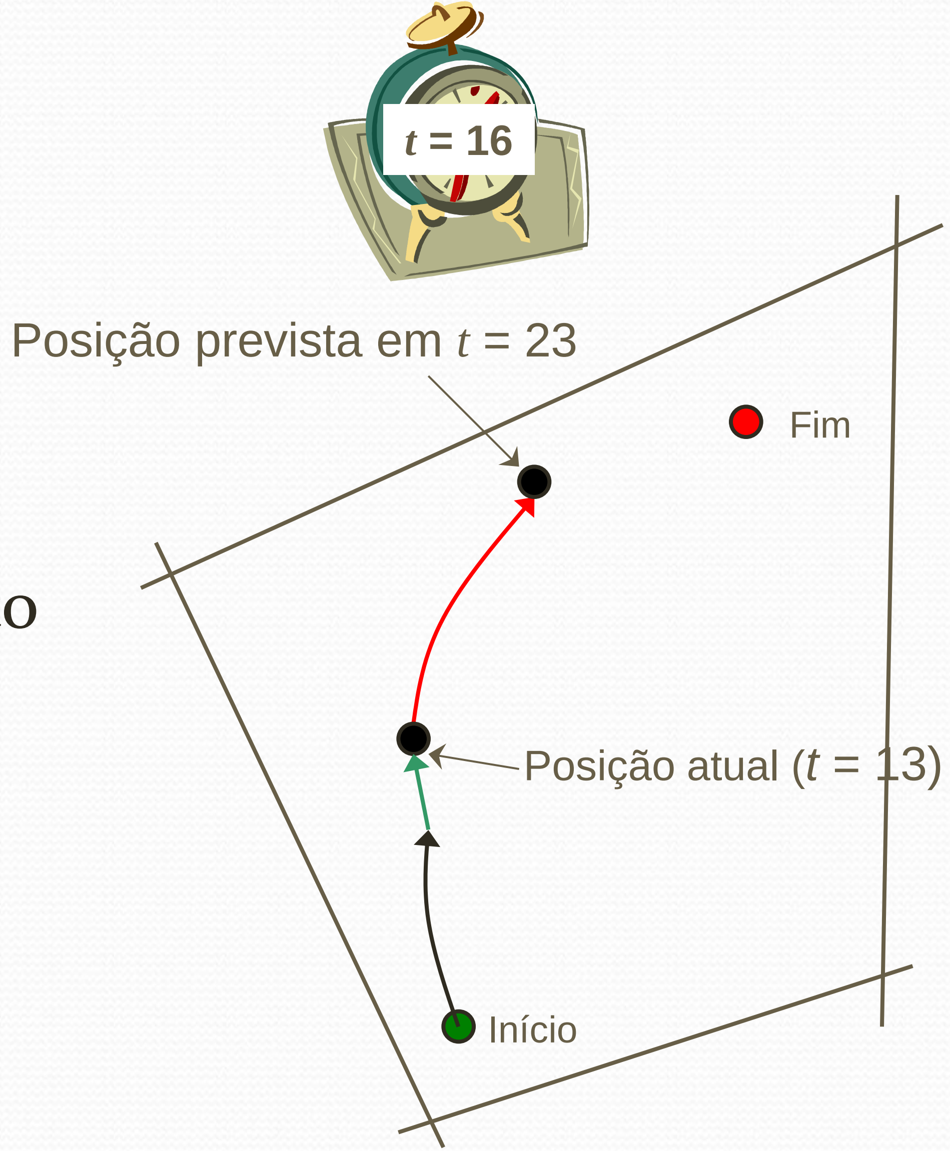
- Abandona o plano depois de t = 14





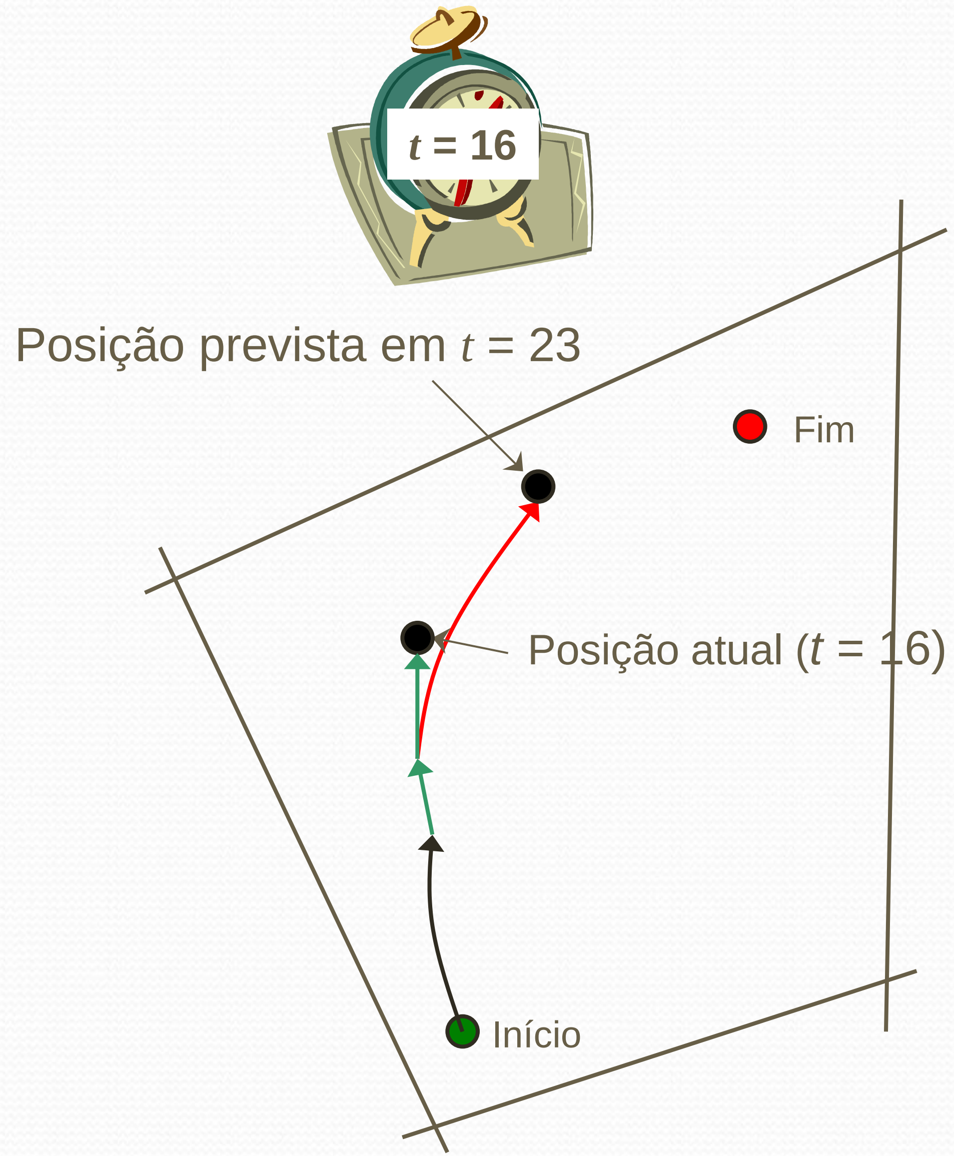
Horizonte de Planejamento > Horizonte de Execução

- Abandona o plano depois de t = 14
- Replaneja para outro horizonte de planejamento



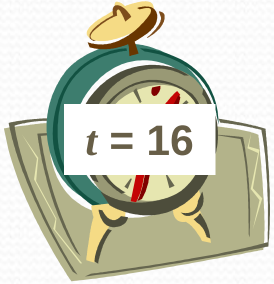
Horizonte de Planejamento > Horizonte de Execução

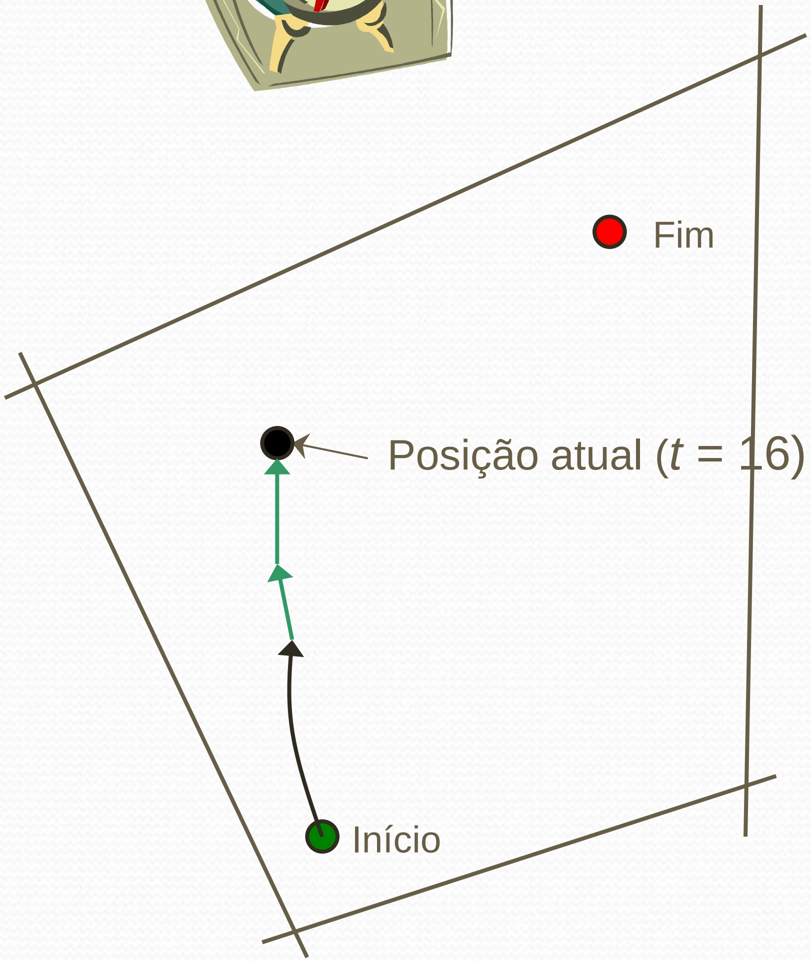
- 3 segundos mais tarde...



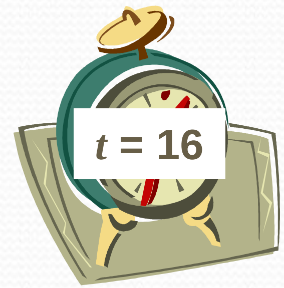
Horizonte de Planejamento > Horizonte de Execução

- 3 segundos mais tarde...
- Abandona o plano após t = 17

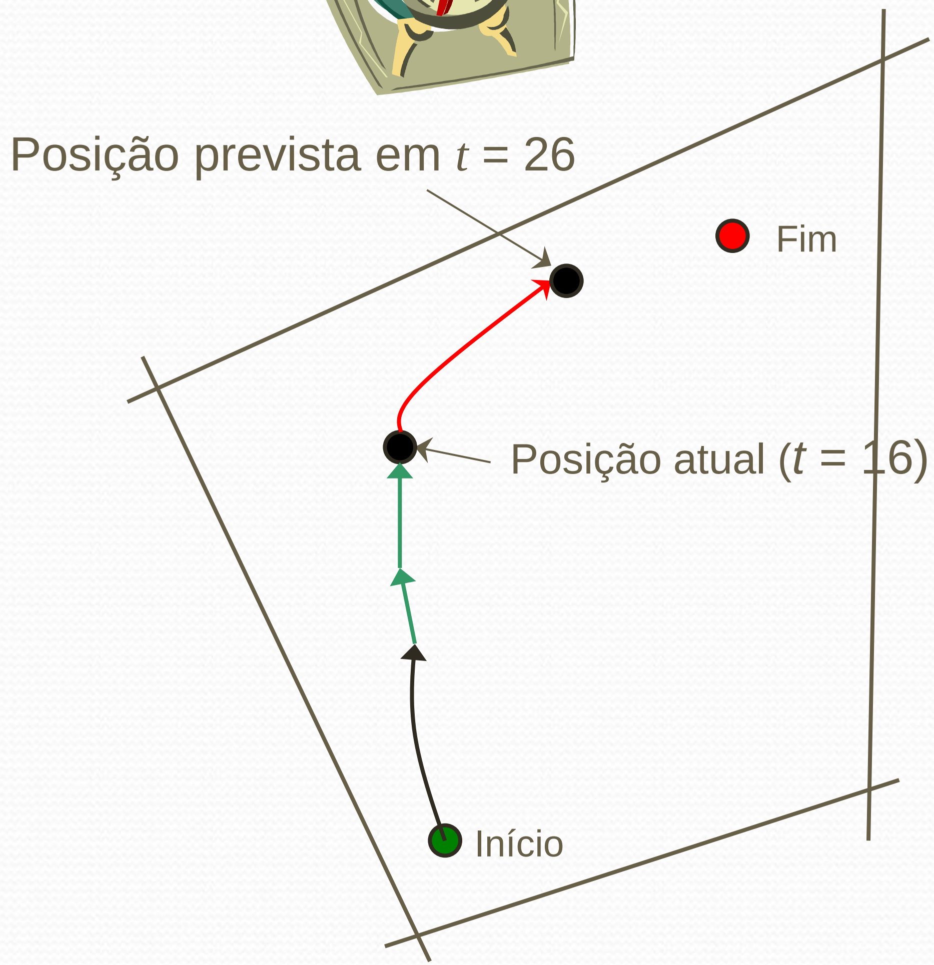




Horizonte de Planejamento > Horizonte de Execução



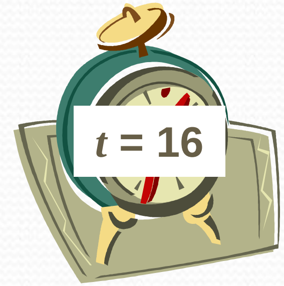
- 3 segundos mais tarde...
- Abandona o plano após t = 17
- Replaneja rota

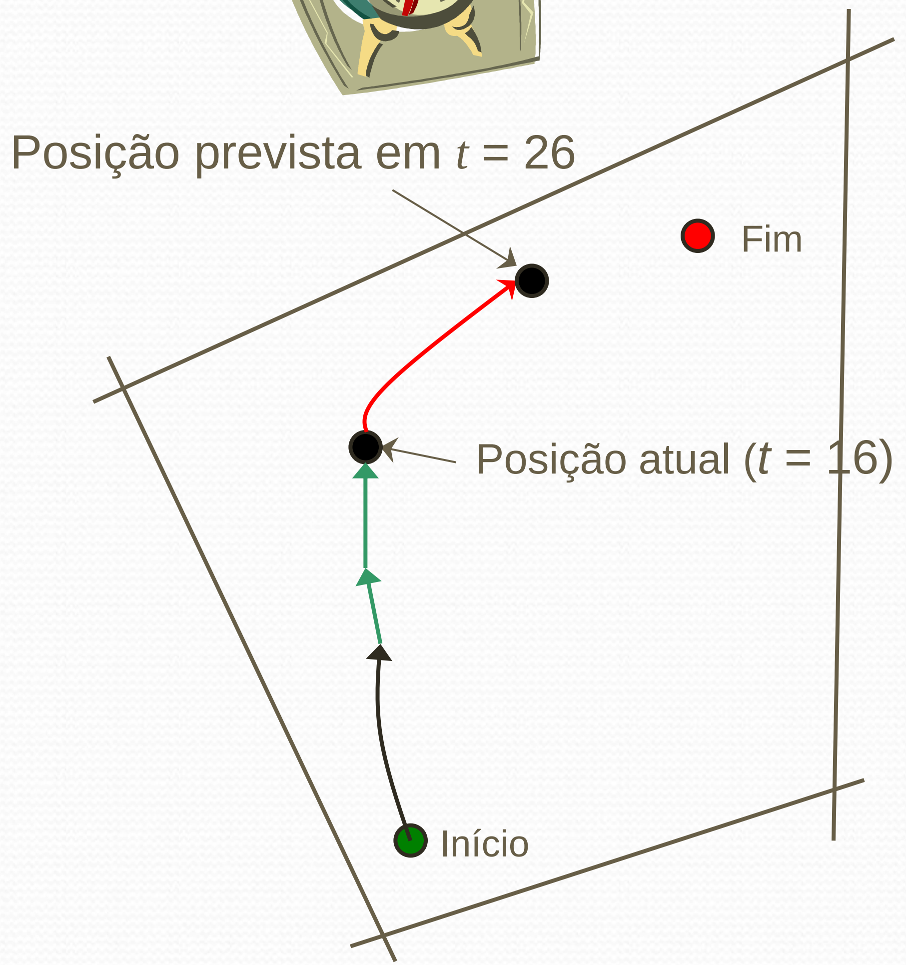


Horizonte de Planejamento > Horizonte de Execução

- Horizonte de planejamento: 10seg
- Horizonte de execução: 3seg
- (Horizonte de planejamento > horizonte de execução) para lidar com incertezas.

- Sempre, horizonte de execução = 1 passo





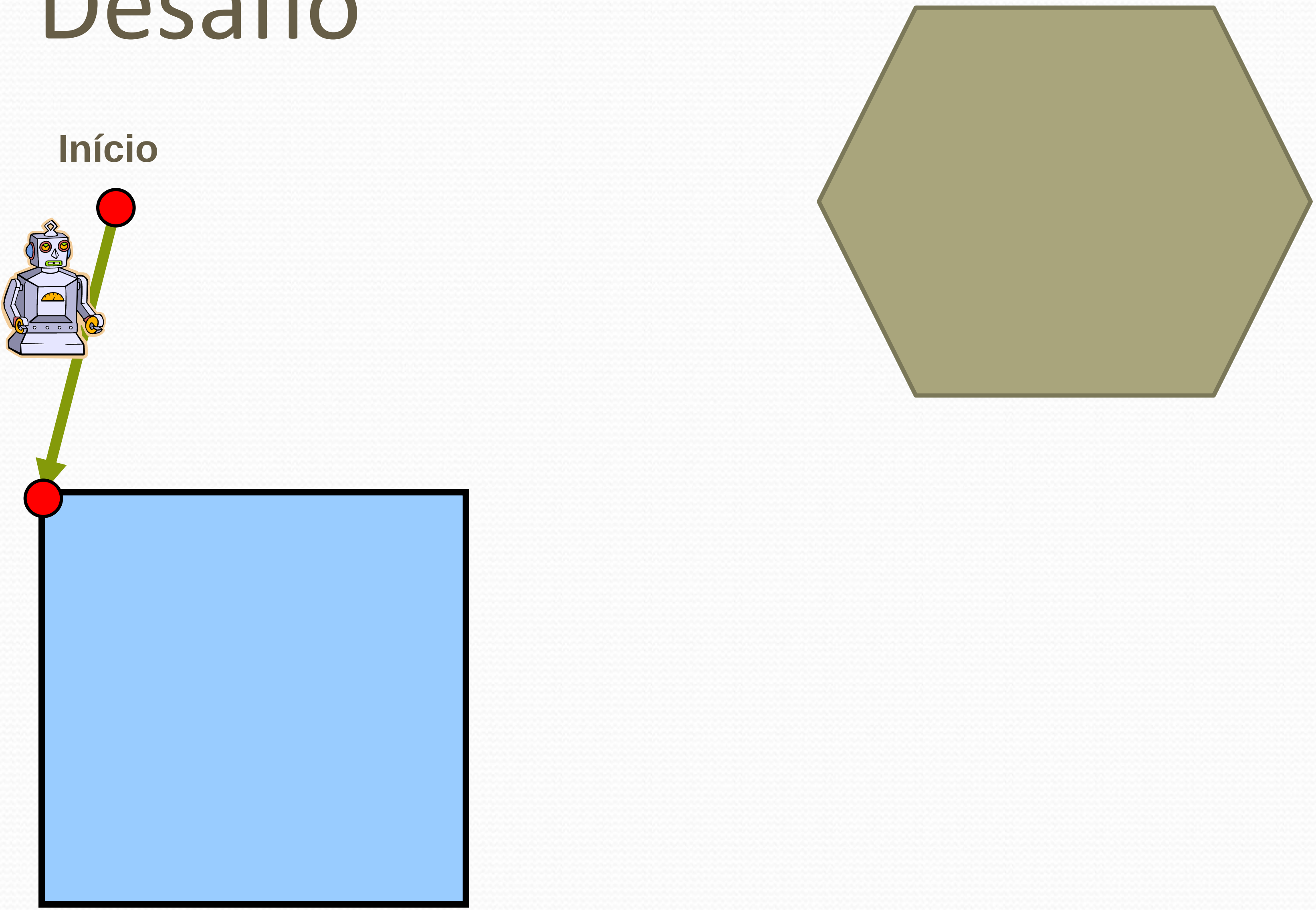
- Qual a necessidade de fazer um planejamento que nunca será executado??

- Resposta: Planejador usa a predição futura tal que o plano na próxima janela de tempo seja consistente com o plano em execução.

MPC = Model Predictive Control

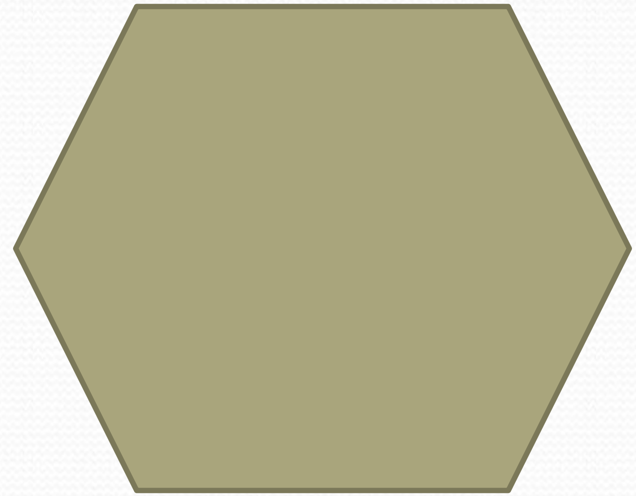
(Constrained optimization + Receding horizon)

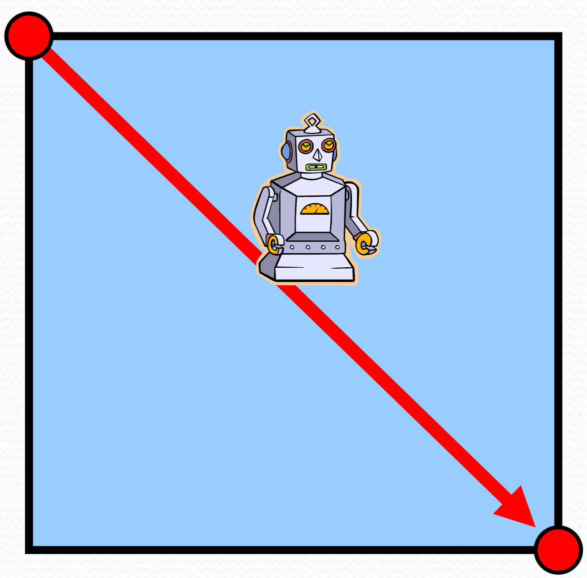
Desafio



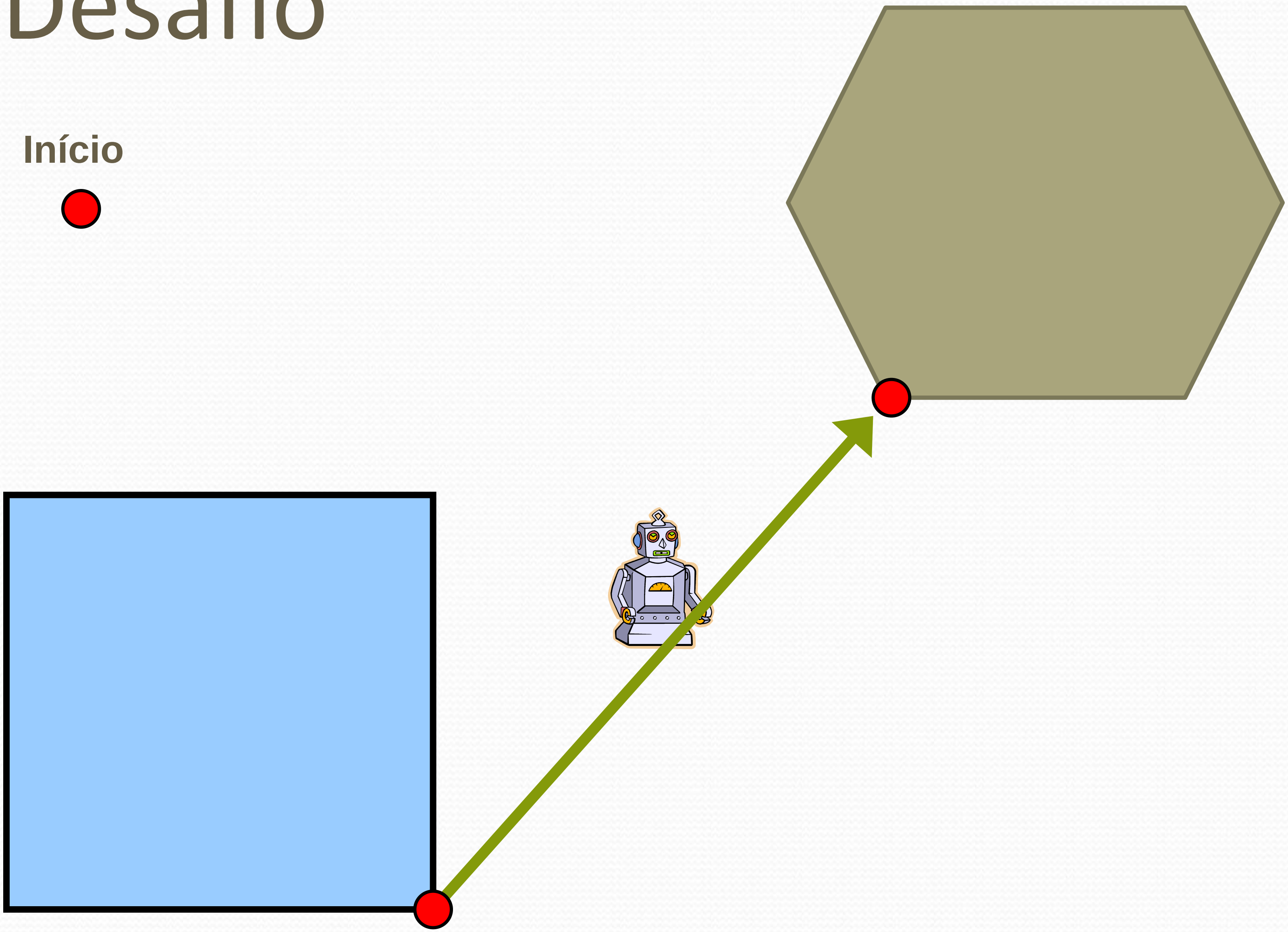
Desafio

Início



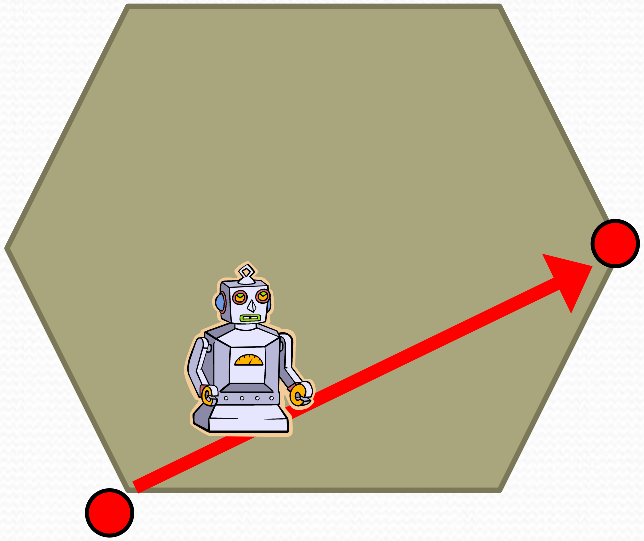


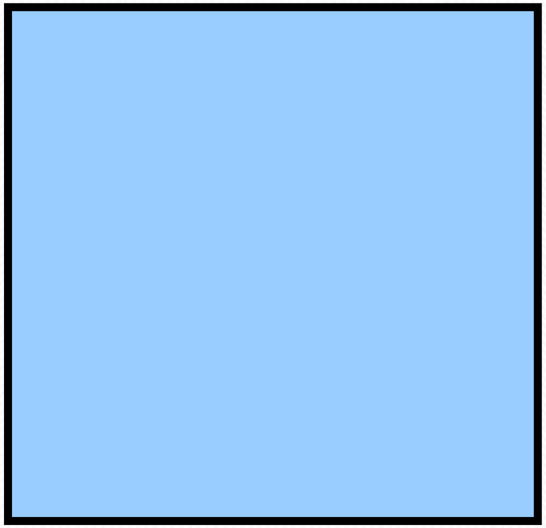
Desafio



Desafio

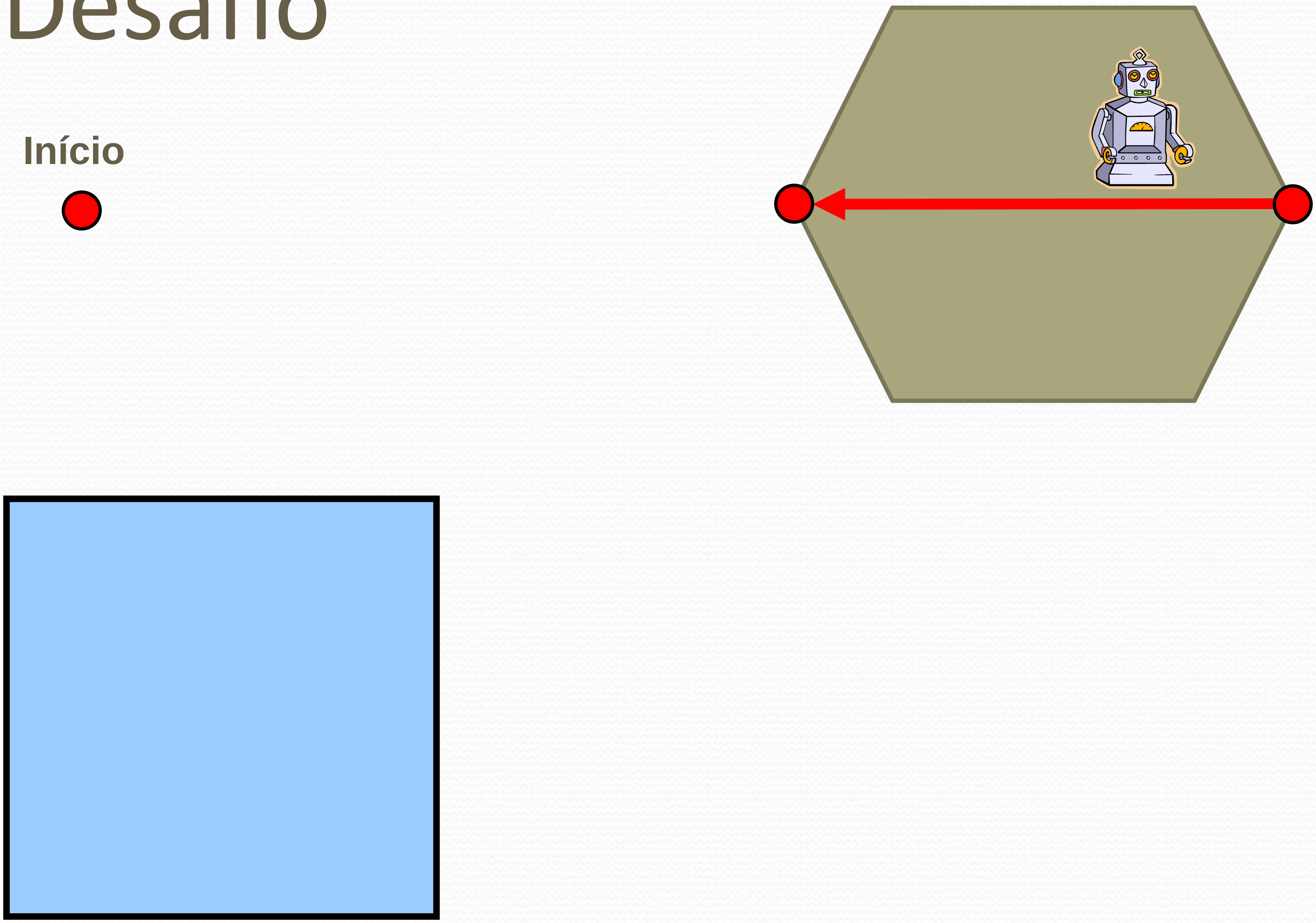
Início





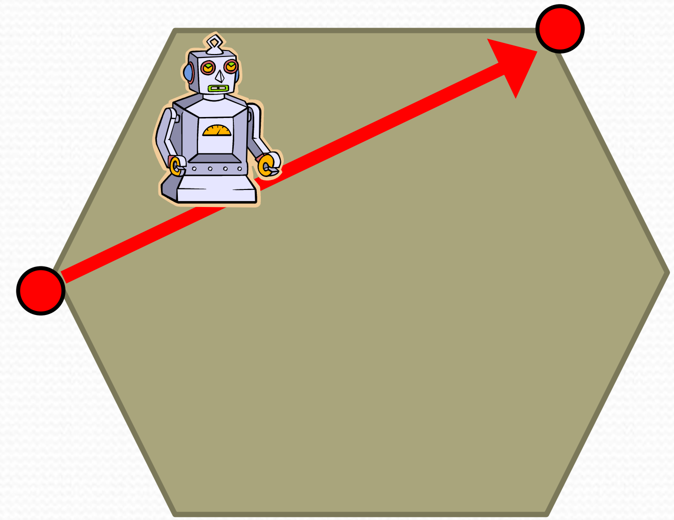
Desafio

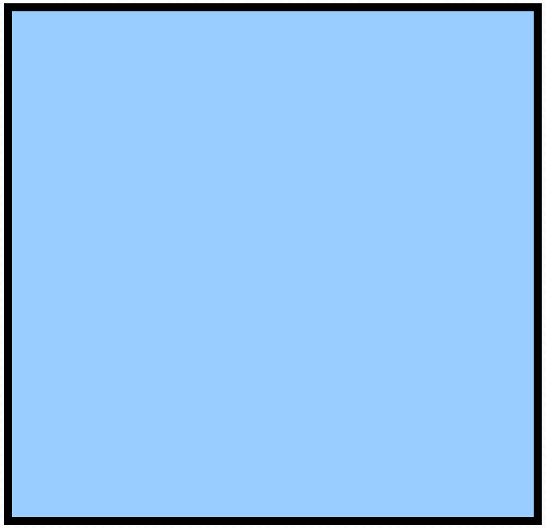
Início



Desafio

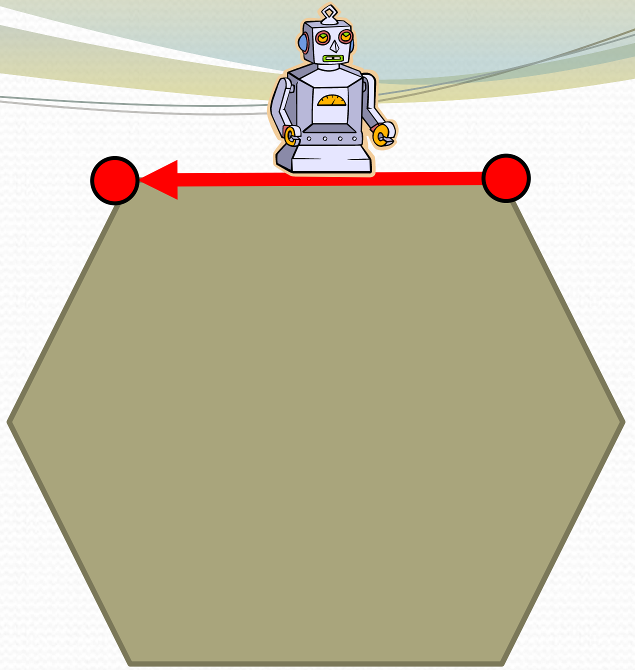
Início

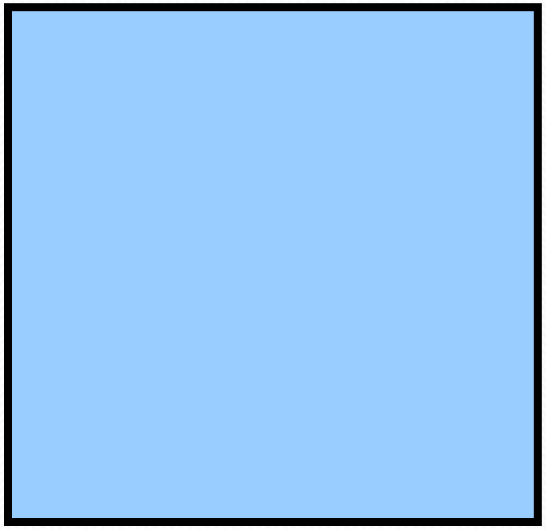




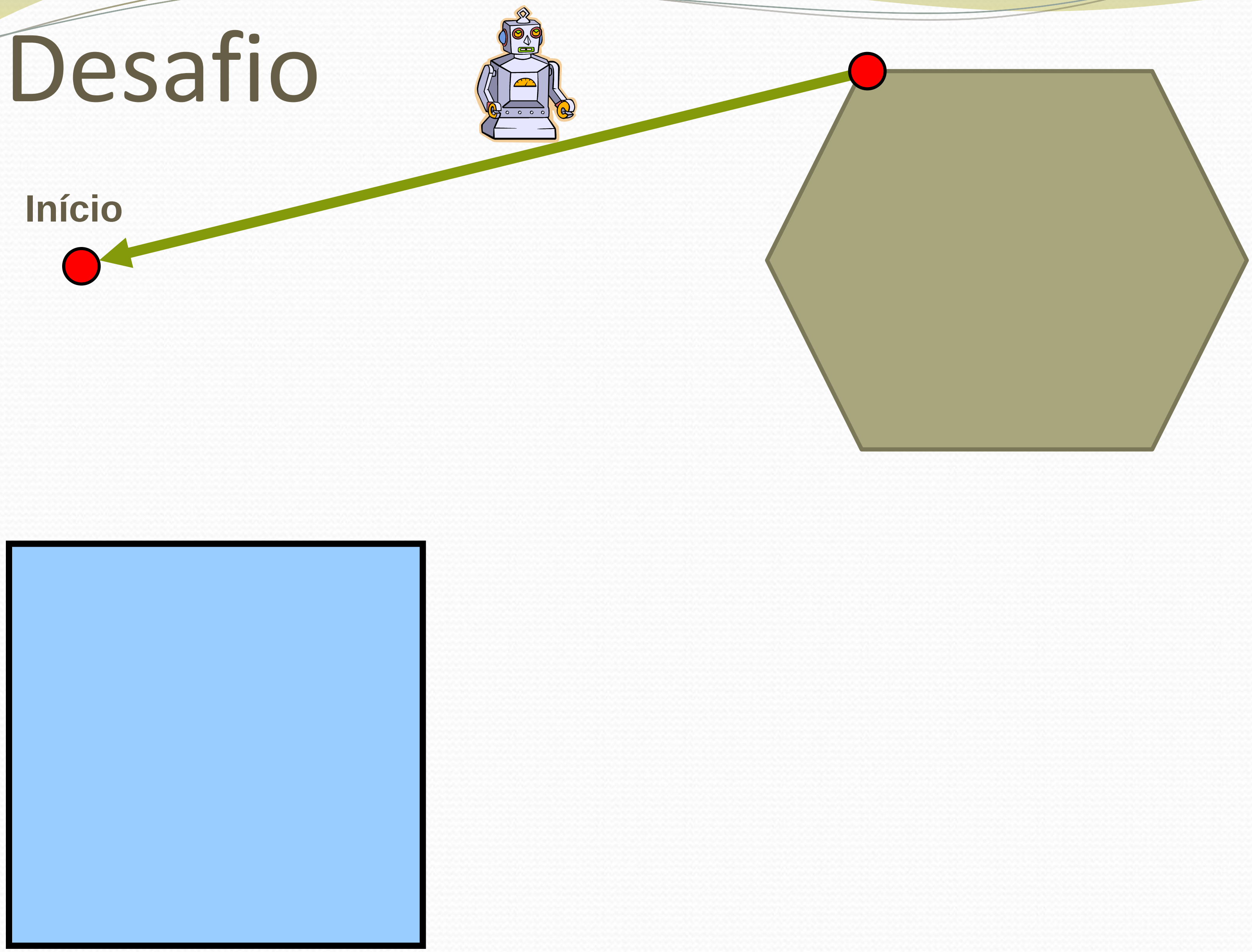
Desafio

Início

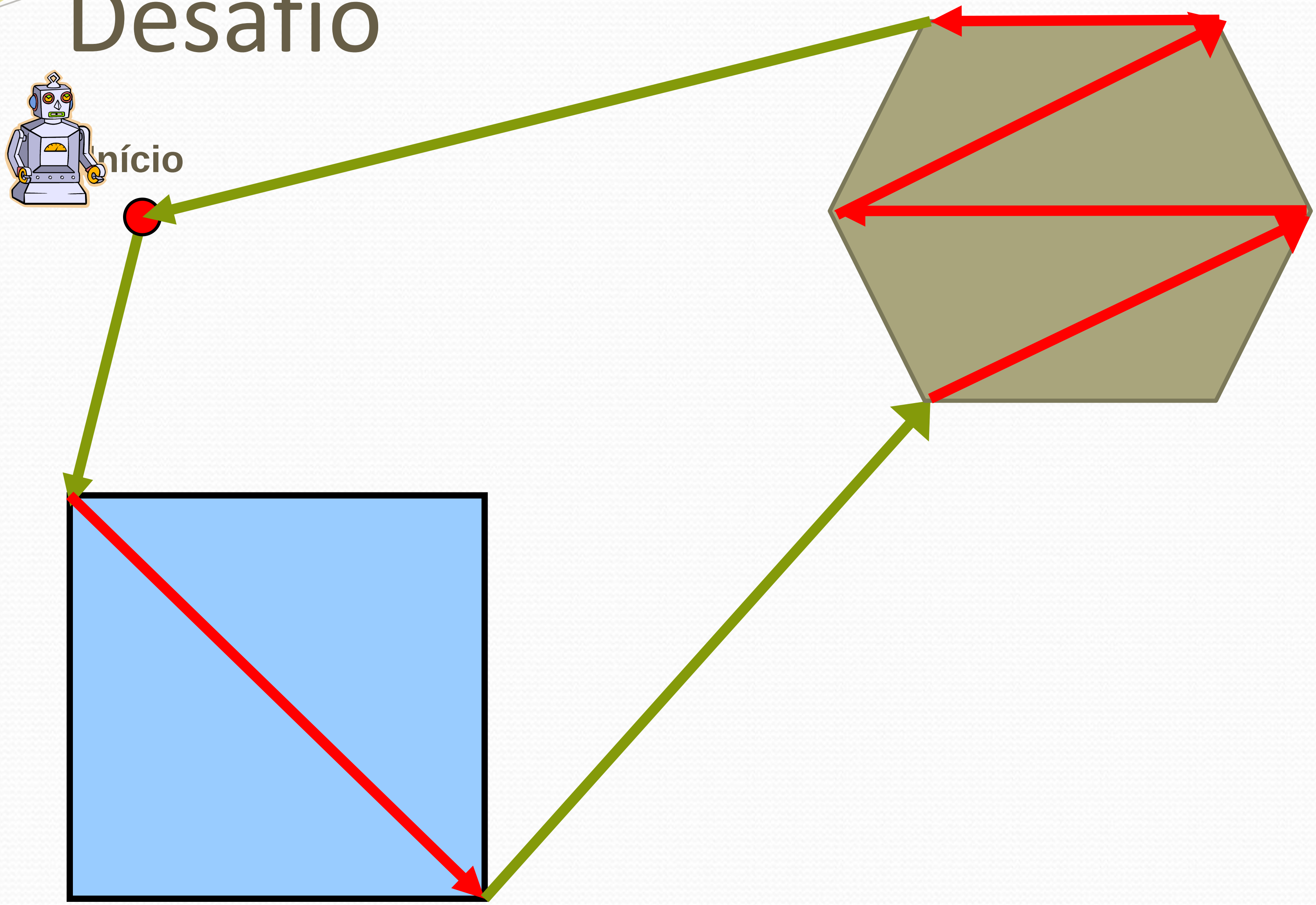




Desafio



Desafio



Planejamento de Rotas em Regiões Convexas

- Podem ser expressos como uma conjunção de restrições lineares