Física I- IME 2016 PROVA 2 – (25/10/2016)

Q1: ___ Q2: ___ Q3: ___ Q4: ___ NOTA: ___

Aluno:	Nº USP:	Turma

Avisos:

- ★ Esta prova tem duração de 100 minutos.
- ★ Resolva cada questão na própria folha. Use o verso se necessário.
- ★ Escreva de forma legível.
- ★ É permitido o uso de calculadora, mas NÃO de qualquer outro aparelho eletrônico.
- ★ Justifique TODAS as suas respostas, bem como fórmulas utilizadas fora do formulário.

Formulário:

$\vec{p}_i = m_i\vec{v}_i$

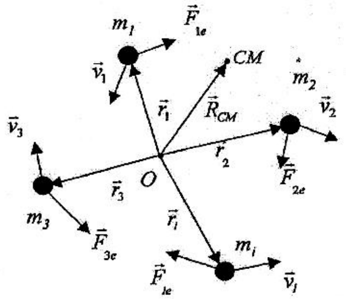
$\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i$

$\vec{R}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\vec{r}_i$, onde $M = \sum_i m_i$

$\vec{V}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_i m_i\vec{v}_i$; $\vec{P} = M\vec{V}_{CM}$

$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{F}_{ext}$, *onde* $\vec{F}_{ext} = \sum_i \vec{F}_{i,ext}$

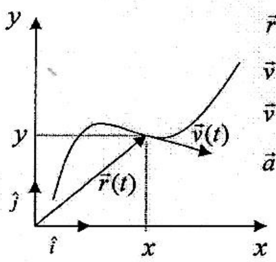
$M\frac{d\vec{V}_{CM}}{dt} = \vec{F}_{ext}$; $M\frac{d^2\vec{R}_{CM}}{dt^2} = \vec{F}_{ext}$



Cinemática Unidimensional $\Rightarrow x(t) \overset{d/dt}{\Leftrightarrow} v(t) \overset{d/dt}{\Leftrightarrow} a(t)$; $\int + x_0$, $\int + v_0$

MRUV => $x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ (x_0 e v_0 - condições iniciais)

$v(t) = v_0 + at$ (a=constante) $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$ Torricelli

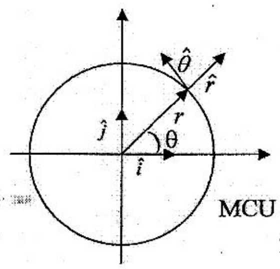


$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\hat{i} + \frac{dy}{dt}\hat{j}$

$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j}$

$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j}$



$\vec{r} = r\hat{r}$

$\vec{v} = v\hat{\theta}$

$\vec{a} = a_r\hat{r} + a_t\hat{\theta}$

$a_r = \frac{-v^2}{r}$ $a_t = \frac{dv}{dt}$

MCU - movimento periódico

$T = \frac{2\pi}{\omega}$ $\omega = \frac{v}{r}$

Equações vetoriais $\vec{r}(t) = \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{g}t^2$ $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t$ $\vec{F}_{res} = \sum_i \vec{F}_i = m\vec{a}$

Trabalho: $W = \int_{x1}^{x2} F dx \equiv$ Área sob o gráfico de $F \times x$

ou $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$

Impulso de uma força: $\vec{J} = \int_{t_i}^{t_f} \vec{F}(t) dt = \Delta\vec{p}$

Sistema fechado: $\Delta K + \Delta U = W_{f_{atrito}} + W_{F_{ext}}$

Teorema trabalho-Energia Cinética: $W = \Delta K = \frac{1}{2} m \left(v_f^2 - v_i^2\right)$

Energia potencial gravitacional: $U = mgy$

Energia Potencial de Mola: $U = \frac{1}{2} kx^2$

Teorema dos eixos paralelos $I = I_{CM} + Md^2$

Energia cinética de rotação $K = \frac{1}{2} I\omega^2$.

Dinâmica de rotação

$\tau = I\alpha$, $I = \int_V r^2 dm$ $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

Teorema trabalho-Energia Cinética: $W = \Delta K = \frac{1}{2} I \left(\omega_f^2 - \omega_i^2\right)$

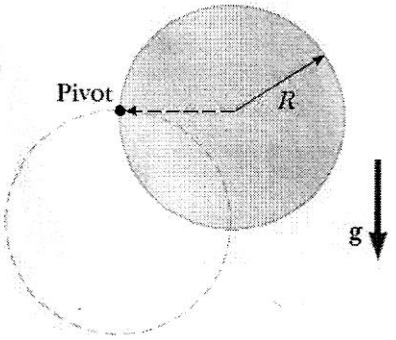
$W = \int_{\theta_i}^{\theta_f} \tau d\theta$

Considere a aceleração da gravidade $g = 10.0$ m/s

Momento de Inércia de um disco de raio R=$MR^2/2$

Questão 1	(2.5)

Um disco sólido de raio R e massa M é livre para rodar sem atrito em torno de um eixo que passa por uma ponta da sua borda, de acordo com a figura. Responda em função de R, M e g.



(1.5): a) Se o disco é liberado do repouso na posição mostrada no círculo cheio, qual é a velocidade do centro de massa quando o disco alcança a posição indicada pelo círculo tracejado?

(1.0): b) Qual é o módulo da velocidade linear no ponto mais baixo do disco tracejado?

A energia do sistema se conserva

$$K^i_{rot} + U_i = K^f_{rot} + U_f$$

$$0 + 0 = \frac{1}{2} I\omega^2 - MgR$$

onde $I = I_{CM} + MR^2 = \frac{MR^2}{2} + MR^2 = \frac{3MR^2}{2}$

$$0 = \frac{1}{2}\frac{3MR^2}{2}\omega^2 - MgR$$

$$\omega^2 = \frac{4g}{3R} \Rightarrow \omega = 2\sqrt{\frac{g}{3R}} = 2\sqrt{\frac{10}{3R}}$$

$v = \omega r$ no centro de massa $r = R$

(a) $v_{CM} = \omega R = 2\sqrt{\frac{10}{3R}}\, R = \boxed{2\sqrt{\frac{10R}{3}} \text{ m/s}}$

no ponto mais baixo $r = 2R$

(b) $v = \omega\, 2R = 2\sqrt{\frac{10}{3R}} \times 2R = \boxed{4\sqrt{\frac{10R}{3}} \text{ m/s}}$

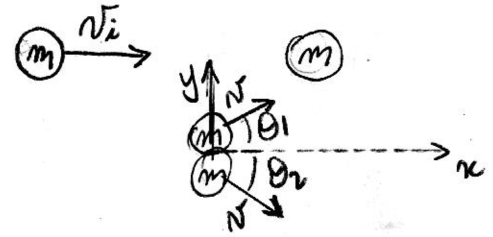
Questão 2	(2.5)

Um próton, movendo-se com velocidade $v_i\mathbf{i}$, colide elasticamente com outro próton que está inicialmente em repouso. Se os dois prótons tem igual velocidade (em módulo) depois da colisão, encontre:

(1.5): a) O módulo da velocidade de cada próton depois da colisão em termos de v_i.
(1.0): b) Os ângulos que estes vetores velocidade fazem com o eixo x.

Antes

Depois



Conservação de energia

$$\frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v_i^2 = 2v^2$$

$$\text{(a)} \quad \boxed{v = \frac{v_i\sqrt{2}}{2}} \quad (1)$$

Conservação de energia

$$\begin{cases} m v_i = m v \cos\theta_1 + m v \cos\theta_2 \Rightarrow v_i = v(\cos\theta_1 + \cos\theta_2) & (2) \\ m v \sin\theta = m v \sin\theta_2 \Rightarrow \sin\theta_1 = \sin\theta_2 \Rightarrow \theta_1 = \theta_2 = \theta & (3) \end{cases}$$

Substituindo (3) em (2) $\quad v_i = 2v\cos\theta \quad (4)$

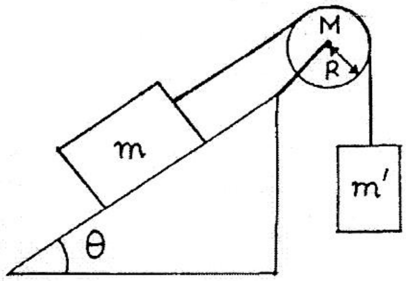
Subst. (1) em (4) $\quad v_i = \frac{2v_i\sqrt{2}}{2}\cos\theta \Rightarrow \cos\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\theta = 45^\circ$

De (3) $\quad \boxed{\theta_1 = \theta_2 = 45^\circ} \quad$ (b)

Questão 3	(2.5)

Um bloco de massa m, que pode deslizar com atrito desprezível sobre um plano inclinado de inclinação θ em relação à horinzontal, está ligado a um fio que passa sobre uma polia de raio R e massa M, a uma massa $m' > m$ suspensa (Fig.). O sistema é solto em repouso.



(1.0): a) Calcule, por conservação de energia, a velocidade v de m' após cair de uma altura h

(1.0): b) Calcule a aceleração dos blocos usando o resultado obtido do ítem anterior.

(0.5): c) Calcule o torque resultante sobre a polia.

Energia mecânica do sistema se conserva

$$\Delta K + \Delta K_{rot} + \Delta U = 0 \quad (1)$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} m' v^2 = \frac{1}{2}(m+m')v^2$$

$$\Delta K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2}\frac{MR^2}{2}\frac{v^2}{R^2} = \frac{Mv^2}{4}$$

$$\Delta U = -m'gh + mgh\sin\theta$$ (a massa m' desce de uma altura h e a massa m sobe $h\sin\theta$)

$$\frac{1}{2}(m+m')v^2 + \frac{Mv^2}{4} + gh(m\sin\theta - m') = 0$$

$$v^2\left[\frac{2(m+m')+M}{4}\right] = gh(m' - m\sin\theta)$$

(a) $$\boxed{v = \sqrt{\frac{4gh(m'-m\sin\theta)}{2(m+m')+M}}}$$

mas $v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$

$v^2 = 2ah$

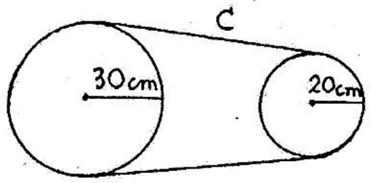
(b) $$\boxed{a = \frac{v^2}{2h} = \frac{2g(m'-m\sin\theta)}{2(m+m')+M}}$$

na polia

$$\Sigma\tau = I\alpha = \frac{MR^2}{2}\frac{a}{R} = \frac{MR}{2}a = \boxed{\frac{MgR(m'-m\sin\theta)}{2(m+m')+M}} \quad (c)$$

Questão 4	(2.5)

Na figura, a roda maior, de 30 cm de raio, transmite seu movimento à menor, de 20 cm de raio, através da correia C, que permanece sempre bem esticada e sem deslizamento. A roda maior, partindo do repouso com aceleração angular uniforme, leva um minuto para atingir sua velocidade de regime permanente, e efetua um total de 540 rotações durante este intervalo. As atingido o regime permanente, responda:



(1.0): a) Qual é a velocidade angular final da roda maior?
(1.5): b) Calcule a velocidade angular da roda menor e a velocidade linear da correia?

$$\theta = \theta_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow 540 \times 2\pi = \frac{1}{2}\alpha t^2 \Rightarrow \alpha = \frac{1080 \times 2\pi}{60^2}$$

$$\alpha = 0{,}6\pi \, \frac{rad}{s^2}$$

$$\omega = \omega_0 + \alpha t = 0 + 0{,}6\pi \times 60 = \boxed{36\pi \, \frac{rad}{s}} \quad (a)$$

A velocidade linear ao longo da correia é constante

$$v = \omega_A r_A = \omega_B r_B$$

$$\omega_B = \omega_A \frac{r_A}{r_B} = 36\pi \times \frac{0{,}3}{0{,}2} = \boxed{54\pi \, \frac{rad}{s}} \quad (b)$$

$$v = \omega_B r_B = 54\pi \times 0{,}2 = \boxed{10{,}8\pi \, m/s} \quad (b)$$