Física I- IME 2016 PROVA 1 – (13/09/2016)

Q1: ___ Q2: ___ Q3: ___ Q4: ___ NOTA: ___

Aluno: GABARITO	N° USP:	Turma

Avisos:

- ★ Esta prova tem duração de 100 minutos.
- ★ Resolva cada questão na própria folha. Use o verso se necessário.
- ★ Escreva de forma legível.
- ★ É permitido o uso de calculadora, mas NÃO de qualquer outro aparelho eletrônico.
- ★ Justifique TODAS as suas respostas, bem como fórmulas utilizadas fora do formulário.

$$\text{MRUV}: x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad v(t) = v_0 + at \qquad v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x$$

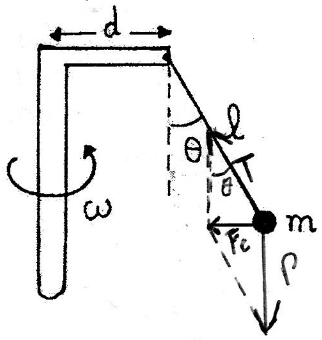
$$\text{MCU}: v = \omega R \qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \qquad F_c = m\frac{v^2}{R}$$

$$\text{Movimento relativo}: \vec{v}_{P,A} = \vec{v}_{P,B} + \vec{v}_{B,A}$$

Considere a aceleração da gravidade $g = 10.0$ m/s

Questão 1 (2.5)

O dispositivo da figura gira em torno do eixo vertical com a velocidade angular ω.



(1.5): a) Qual deve ser o valor de ω para que o fio de comprimento l, com a bolinha suspensa de massa m, faça um ângulo θ com a vertical?

(1.0): b) Qual é a tensão T no fio nesta situação?

$$F_c = T\sin\theta = \frac{mv^2}{R} \quad \text{onde} \quad R = d + l\sin\theta$$

$$v = \omega R$$

$$T\sin\theta = \frac{m\omega^2 R^2}{R} = m\omega^2 R = m\omega^2 (d + l\sin\theta)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{T\sin\theta}{m(d+l\sin\theta)}} \qquad (1)$$

$$\sum F_y = 0$$

$$T\cos\theta - P = 0$$

$$T\cos\theta = mg$$

$$(2) \quad \boxed{T = \frac{mg}{\cos\theta}} \quad (b)$$

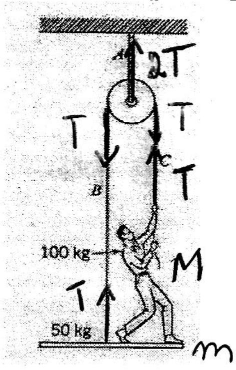
Substituindo (2) em (1)

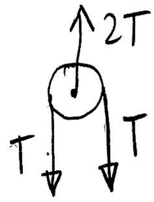
$$\omega = \sqrt{\frac{mg}{m}\frac{\sin\theta}{\cos\theta(d+l\sin\theta)}}$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{g\tan\theta}{d+l\sin\theta}}} \qquad (a)$$

Questão 2 (2.5)

Um homem está de pé sobre uma plataforma. Utilizando uma corda e uma polia mostrados na figura, ele consegue se erguer, juntamente com a plataforma, com uma aceleração de 5 m/s^2. O homem e a plataforma tem massa de 100 kg e 50 kg, respectivamente. Assuma que as polias e as cordas são de massa desprezível e a polia gira sem atrito.



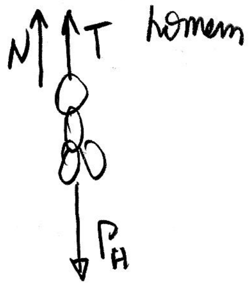


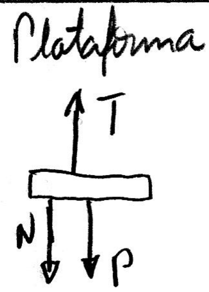
$T_A = 2T$

$T_B = T_C = T$

(1.0): a) Quais são as tensões nas cordas A, B e C?
(1.0): b) Desenhe os diagramas de forças para o homem e para a plataforma, separadamente.
(0.5): c) Qual é a força de contato exercida sobre o homem pela plataforma?

(b)





$$\sum \vec{F} = M\vec{a}$$

$$T + N - P_H = Ma \quad (1)$$

$$\sum \vec{F} = ma$$

$$T - N - P = ma \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 2T - (M+m)g = (M+m)a$$

$$T = \frac{(M+m)(g+a)}{2} \quad \text{onde } a = 5 \, m/s^2$$

$$T = \frac{(50+100)(10+5)}{2} = 1125 \, N \quad (3)$$

$$\boxed{\begin{array}{l} T_A = T_C = T = 1125 \, N \\ T_A = 2T = 2250 \, N \end{array}} \quad (a)$$

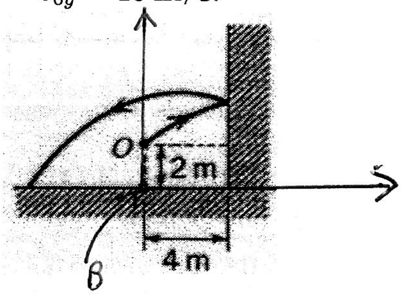
Subst (2) em (1)

$$N = T - P - ma$$

$$\boxed{N = 1125 - 50 \times 10 - 50 \times 5 = 375 \, N} \quad (c)$$

Questão 3 (2.5)

Uma bola perfeitamente elástica é atirada contra uma parede e retorna de volta sobre a cabeça do lançador, como mostrado na figura. Após a colisão perfeitamente elástica temos que: $v_x = -v_x$ e $v_y = v_y$. Quando ela deixa a mão do lançador, a bola está a dois metros acima do solo e a 4 m da parede, tendo $v_{0x} = v_{0y} = 10$ m/s.



(1.0): a) Qual é a velocidade com que a bola atinge a parede?
(1.0): b) Qual é a distância da parede no momento que a bola atinge o solo?
(0.5): c) Qual é a altura máxima atingida pela bola?

Em x, mov. uniforme: $v_x = 10$ m/s

$x = x_0 + v_x t = 0 + 10t$

$4 = 10t \Rightarrow t = 0{,}4$ s (atinge a parede)

Em y, mov. unifor. acelerado

$v_y = v_{0y} - gt = 10 - 0{,}4 \times 10 = 6$

Portanto, velocidade com que atinge a parede é:

(a) $\boxed{\vec{v} = (10\vec{i} + 6\vec{j})\ \text{m/s}}$

y, B, x

$|v| = \sqrt{10^2 + 6^2} = 11{,}7$ m/s

Vamos calcular a posição y no momento do choque:

$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{10}{2} t^2 = 2 + 10 \times 0{,}4 - 5 \times 0{,}4^2$

$y = 5{,}2$ m

Depois do choque $\vec{v} = -10\vec{i} + 6\vec{j}$

Quando a bola atinge o solo, $y = 0$

$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{10t^2}{2}$

$0 = 5{,}2 + 6t - 5t^2$

$5t^2 - 6t - 5{,}2 = 0$

$\Delta = 36 - 4 \times 5 \times (-5{,}2) = 140$

$t = \frac{6 \pm \sqrt{140}}{2 \times 5}$ $\begin{cases} t' = -0{,}58\ \text{s} & \text{ñ serve} \\ \boxed{t'' = 1{,}78\ \text{s}} \end{cases}$

$x = x_0 + v_{0x} t$

$x = 4 - 10 \times 1{,}78 = -13{,}8$ m

Portanto a bola se encontra a

$13{,}8 + 4 = \boxed{17{,}8 \text{ m da parede}}$

$v_y = v_{0y} - 10t \Rightarrow 0 = 6 - 10t \Rightarrow t = 0{,}6$ s

$y = y_0 + v_{0y} t - \frac{10t^2}{2}$

$y = 5{,}2 + 6 \times 0{,}6 - 5 \times 0{,}6^2$

$\boxed{y = 7\ \text{m}}$

Questão 4 (2.5)

As coordenadas de um objeto movendo no plano xy varia com o tempo de acordo com a equação $x = A\sin(\omega t)$ e $y = B + A\cos(\omega t)$, onde A= -5.00 m, B= 4.00 m, ω é uma constante e t está em segundos.

(1.5): a) Determine o vetor velocidade e o vetor aceleração em função de t. Determine os módulos destes vetores em t=0.

(1.0): b) Descreva a trajetória do objeto no plano xy.

$$\left.\begin{aligned} v_x &= \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t) \\ v_y &= \frac{dy}{dt} = -\omega A \sin(\omega t) \end{aligned}\right\} \vec{v} = \omega A \cos(\omega t)\vec{i} - \omega A \sin(\omega t)\vec{j}$$

$$\boxed{\vec{v} = -5\omega \cos(\omega t)\vec{i} + 5\omega \sin(\omega t)\vec{j}} \quad (a)$$

$$a = \frac{dv_x}{dt}\vec{i} + \frac{dv_y}{dt}\vec{j} \Rightarrow \boxed{\vec{a} = 5\omega^2 \sin(\omega t)\vec{i} + 5\omega^2 \cos(\omega t)\vec{j}} \quad (a)$$

$$\begin{aligned} \vec{v}(0) &= -5\omega\vec{i} \Rightarrow \\ \vec{a}(0) &= 5\omega^2\vec{j} \Rightarrow \end{aligned} \boxed{\begin{aligned} |\vec{v}(0)| &= 5\omega \\ |\vec{a}(0)| &= 5\omega^2 \end{aligned}} \quad (a)$$

$$x = 5\sin(\omega t) \Rightarrow x^2 = 25\sin^2(\omega t) \quad (1)$$

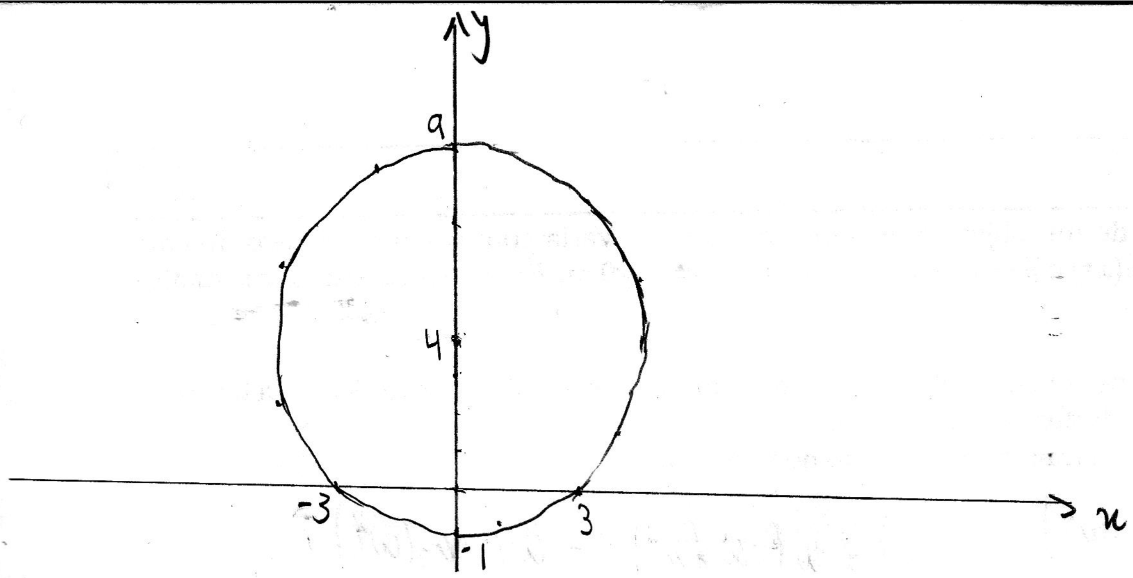
$$y = 4 + 5\cos(\omega t) \Rightarrow y - 4 = 5\cos(\omega t) \Rightarrow (y-4)^2 = 25\cos^2(\omega t) \quad (2)$$

Somando (1) e (2)

$$x^2 + (y-4)^2 = 25\left[\sin^2(\omega t) + \cos^2(\omega t)\right]$$

$$\begin{cases} x^2 + (y-4)^2 = 25 \\ (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ equação de circulo centrado em (0, 4) com raio = 5m



y
9
4
-3
3
-1
x