Gabarito das Listas de Exercícios

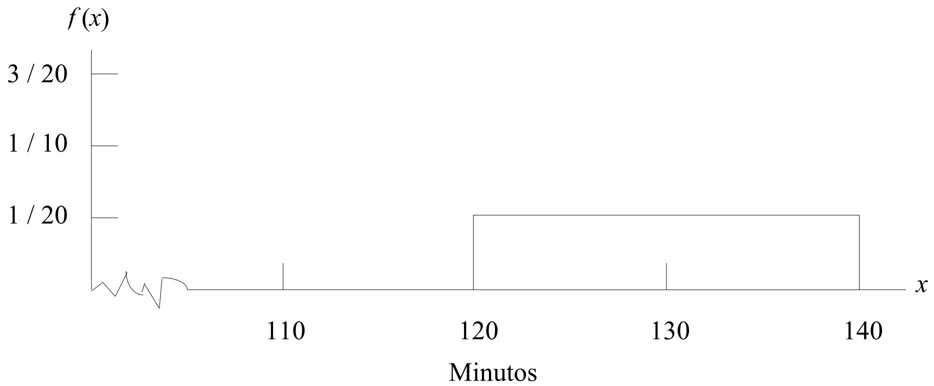
Probabilidade e Estatística Aplicadas à Contabilidade I

Prof. Dr. Marcelo Botelho da Costa Moraes

Capítulo 6 – Distribuições Contínuas de Probabilidade

Exercícios: 3, 7, 12, 18, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 38

3) a.



b. $P(x \leq 130) = (1/20)\ (130 - 120) = 0{,}50$

c. $P(x > 135) = (1/20)\ (140 - 135) = 0{,}25$

d. $E(x) = \frac{120+140}{2} = 130$ minutos

7) a. $P(10.000 \leq x < 12.000) = 2000\ (1 / 5000) = 0{,}40$

b. $P(10.000 \leq x < 14.000) = 4000\ (1 / 5000) = 0{,}80$

c. Um lance de US$ 15.000 dá uma probabilidade de 1 de obter a propriedade

d. Sim, a oferta que maximiza o lucro esperado é de US$ 13.000

A probabilidade de obter a propriedade com uma oferta de US$ 13.000 é

$P(10.000 \leq x < 13.000) = 3000\ (1 / 5000) = 0{,}60$

A probabilidade de não obter a propriedade com uma oferta de US$ 13.000 é 0,40

O lucro que você vai fazer se você obter a propriedade com uma oferta de US$ 13.000 é de US $ 3000 = 16.000 - 13.000. Portanto, o seu lucro esperado com uma oferta de US$ 13.000 é

EP($13.000) = 0,6($3.000) + 0,4(0) = $1.800

Se você oferecer \$ 15.000 a probabilidade de obter o lance é 1, mas o lucro se você fizer esta oferta é de apenas \$ 1.000 = 16.000 - 15.000. Portanto, o seu lucro esperado com uma oferta de US\$ 15.000 é

EP(\$15.000) = 1(\$1.000) + 0(0) = \$1.000

12) a. 0,7967 – 0,50 = 0,2967

b. 0,9418 – 0,50 = 0,4418

c. 1 – 0,6700 = 0,3300

d. 0,5910

e. 1 – 0,8849 = 0,1151

f. 1 – 0,7611 = 0,2389

18) μ = 30 e σ = 8,2

a. Em x = 40, $z = \frac{40-30}{8,2} = 1,22$

$P(z \leq 1,22) = 0,8888$

$P(x \geq 40) = 1 - 0,8888 = 0,1112$

b. Em x = 20, $z = \frac{20-30}{8,2} = -\,1,22$

$P(z > 1,22) = 0,8888$

$P(x \leq 20) = 1 - 0,8888 = 0,1112$

c. Um valor z de 1,28 corta uma área de aproximadamente 10% na cauda superior

$x = 30 + 8,2(1,28) = 40,50$

Um preço das ações de US\$ 40,50 ou superior vai colocar a empresa nos 10% superiores

21) A partir das tabelas de probabilidade normais, um valor z de 2,05 corta uma área de aproximadamente 0,02 na cauda superior da distribuição

$x = \mu + z\sigma = 100 + 2,05(15) = 130,75$

Uma pontuação de 131 ou mais deve qualificar uma pessoa para ser membro da Mensa

23) a. $z = \frac{60-80}{10} = -2$ Área à esquerda é 1 – 0,9772 = 0,0228

b. Em x = 60, $z = \frac{60-80}{10} = -\,2$ Área à esquerda é 0,0228

Em x = 75, $z = \frac{75-80}{10} = -0{,}5$ Área à esquerda é1 – 0,6915 = 0,3085

P(60 ≤ x ≤ 75) = 0,3085 – 0,0228 = 0,2857

c. $z = \frac{90-80}{10} = 1$ Área = 1 – 0,8413 = 0,1587

Portanto 15,87% dos alunos não terão concluído o exame a tempo

(60) (0,1587) = 9,522

Seria de esperar que 9,522 alunos sejam incapazes de completar o exame no tempo

25) μ = 6,8 e σ = 0,6

a. Em x = 8, $z = \frac{8-6{,}8}{0{,}6} = 2$

$P(x > 8) = P(z > 2)$ = 1 – 0,9772 = 0,0228

b. Em x = 6, $z = \frac{6-6{,}8}{0{,}6} = -1{,}33$

$P(x \leq 6) = P(z \leq -1{,}33)$ = 1 - 0,9082 = 0,0918

c. Em x = 7, $z = \frac{7-6{,}8}{0{,}6} = 0{,}33$

Em x = 9, $z = \frac{9-6{,}8}{0{,}6} = 3{,}67$

$P(7 \leq x \leq 9) = P(0{,}33 \leq x \leq 3{,}67)$ = 0,9990 – 0,6293 = 0,3697

27) a. $\mu = np$ = 200(0,60) = 120

$\sigma^2 = np\,(1 - p)$ = 200(0,60)(0,40) = 48

$\sigma = \sqrt{48}$ = 6,93

b. Sim, uma vez que np = 120 e $n\,(1 – p)$ = 80

c. $P(99{,}5 \leq x \leq 110{,}5)$

$z = \frac{99{,}5-120}{6{,}93} = -2{,}96$ Área = 0,9985

$z = \frac{10{,}5-120}{6{,}93} = -1{,}37$ Área = 0,9147

$P(99{,}5 \leq x \leq 110{,}5)$ = 0,9985 - 0,9147 = 0,0838

d. $P(x \geq 129{,}5)$

$z = \frac{129{,}5-120}{6{,}93} = 1{,}37$ Área = 0,9147

$P(x \geq 129{,}5)$ = 1 - 0,9147 = 0,0853

e. Simplifica o cálculo. Pelo cálculo direto das probabilidades binomiais, teríamos que calcular

$P(x \geq 130) = f(130) + f(131) + f(132) + f(133) + ...$

29) a. $f(6) = \frac{8!}{6!2!}(0{,}82)^6(0{,}18)^2 = 28(0{,}3040)(0{,}0324) = 0{,}2758$

$f(7) = \frac{8!}{7!1!}(0{,}82)^7(0{,}18)^1 = 8(0{,}2493)(0{,}1800) = 0{,}3590$

$f(8) = \frac{8!}{8!0!}(0{,}82)^8(0{,}18)^0 = 1(0{,}2044)(1) = 0{,}2044$

$f(6) + f(7) + f(8) = 0{,}8392$

b. $\mu = np = 80(0{,}82) = 65{,}60$

$\sigma^2 = np\,(1 - p) = 80(0{,}82)(0{,}18) = 11{,}8080$

$\sigma = \sqrt{11{,}8080} = 3{,}4363$

$P(x \geq 59{,}5)$

Em $x = 59{,}5$: $z = \frac{59{,}5-65{,}6}{3{,}4363} = -1{,}78$ Área = 0,9625

$P(x \geq 59{,}5) = 0{,}9625$

c. Maior facilidade no cálculo da probabilidade

d. Aproximação da normal, dada a facilidade de encontrar um valor mais rapidamente

31) a. $\mu = np = 120(0{,}79) = 94{,}8$

$\sigma = \sqrt{np\,(1 - p)} = \sqrt{120(0{,}79)(0{,}21)} = 4{,}46$

$P(x \geq 84{,}5)$

Em $x = 84{,}5$: $z = \frac{84{,}5-94{,}8}{4{,}46} = -2{,}31$ Área = 0,9896

$P(x \geq 84{,}5) = 1 - 0{,}9896 = 0{,}0104$

b. $P(89{,}5 \leq x \leq 100{,}5)$

Em $x = 89{,}5$: $z = \frac{98{,}5-94{,}8}{4{,}46} = 0{,}83$ Área = 0,7967

Em $x = 100{,}5$: $z = \frac{100{,}5-94{,}8}{4{,}46} = 1{,}28$ Área = 0,8997

$P(89{,}5 \leq x \leq 100{,}5) = 0{,}8997 - 0{,}7967 = 0{,}1300$

c. $\mu = np = 120(0{,}19) = 22{,}8$

$\sigma = \sqrt{np\,(1 - p)} = \sqrt{120(0{,}19)(0{,}81)} = 4{,}30$

$P(x \geq 19{,}5)$

Em $x = 19{,}5$: $z = \frac{19{,}5 - 22{,}8}{4{,}30} = -0{,}77$Área = 0,7794

$P(x \geq 19{,}5) = 1 - 0{,}7794 = 0{,}2206$

33) a. $P(x \leq x_0) = 1 - e^{-x_0/3}$

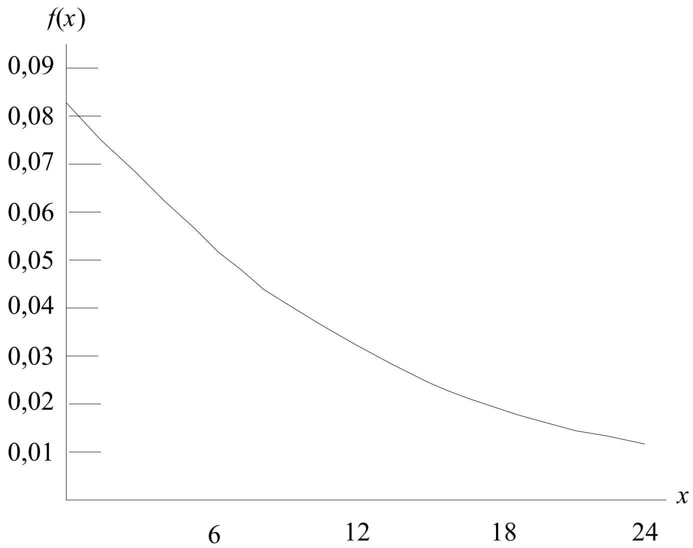
b. $P(x \leq 2) = 1 - e^{-2/3} = 1 - 0{,}5134 = 0{,}4866$

c. $P(x \geq 3) = 1 - P(x \leq 3) = 1 - (1 - e^{-3/3}) = e^{-1} = 0{,}3679$

d. $P(x \geq 5) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{5}{3}}\right) = 1 - (1 - 0{,}1889) = 0{,}1889$

e. $P(2 \leq x \leq 5) = P(x \leq 5) - P(x \leq 2) = 0{,}8111 - 0{,}4866 = 0{,}3245$

35) a.



b. $P(x \leq 12) = 1 - e^{-12/12} = 1 - 0{,}3679 = 0{,}6321$

c. $P(x \leq 6) = 1 - e^{-6/12} = 1 - 0{,}6065 = 0{,}3935$

d. $P(x \geq 30) = 1 - P(x \leq 30) = 1 - (1 - e^{-30/12}) = 0{,}0821$

37) a. $P(x < 20) = 1 - e^{-20/25} = 1 - 0{,}4493 = 0{,}5507$

b. $P(x \geq 30) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{30}{25}}\right) = 1 - (1 - 0{,}3012) = 0{,}3012$

c. O cliente tem 40 minutos para ir e voltar, considerando que gasta 30 minutos no trânsito, tem ainda 10 minutos para esperar o pedido ficar pronto. Então, 15 minutos de ida mais 10 minutos de espera.

$P(x \le 25) = 1 - e^{-25/25} = 1 - 0,3679 = 0,6321$

38) a. Se o número médio de interrupções segue a distribuição de Poisson, o tempo entre as interrupções segue a distribuição exponencial. Então,

$\mu = 5,5$ por hora

e $\frac{1}{\mu} = \frac{1}{5,5} = 0,1818$

assim $f(x) = 5,5e^{-5,5x}$

b. Em um período de 15 minutos, temos,

$P\left(x > \frac{1}{4}\right) = 1 - \left(x \le \frac{1}{4}\right) = 1 - (1 - e^{-5,5/4}) = e^{-5,5/4} = 0,2528$

A probabilidade de nenhuma interrupção em 15 minutos é a mesma que a probabilidade de nenhuma interrupção durante um quarto de hora: 0,0821

c) Uma vez que 10 minutos corresponde a 1/6 de hora, então,

$P\left(x \le \frac{1}{6}\right) = 1 - e^{-5,5/6} = 1 - 0,3998 = 0,6002$