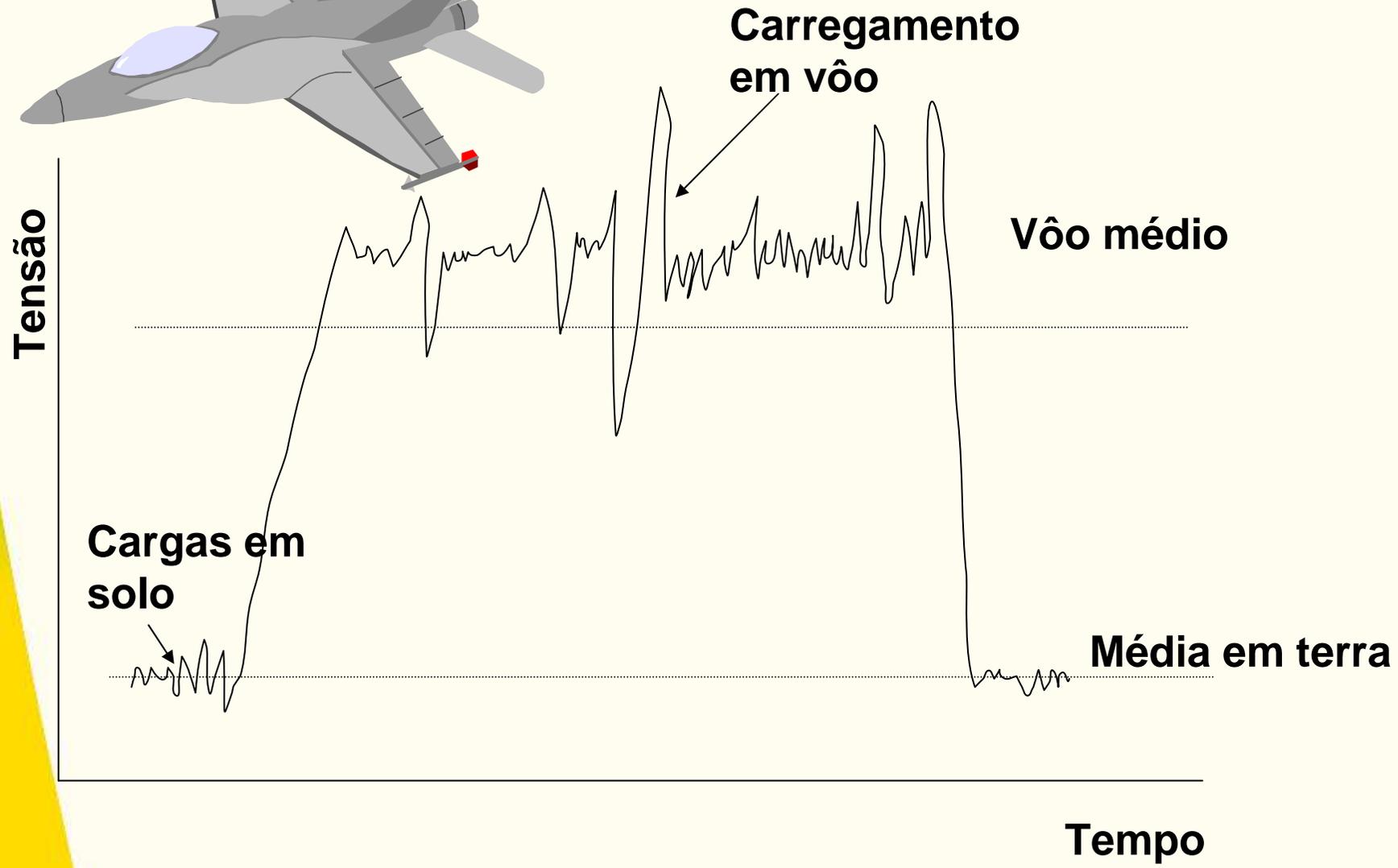




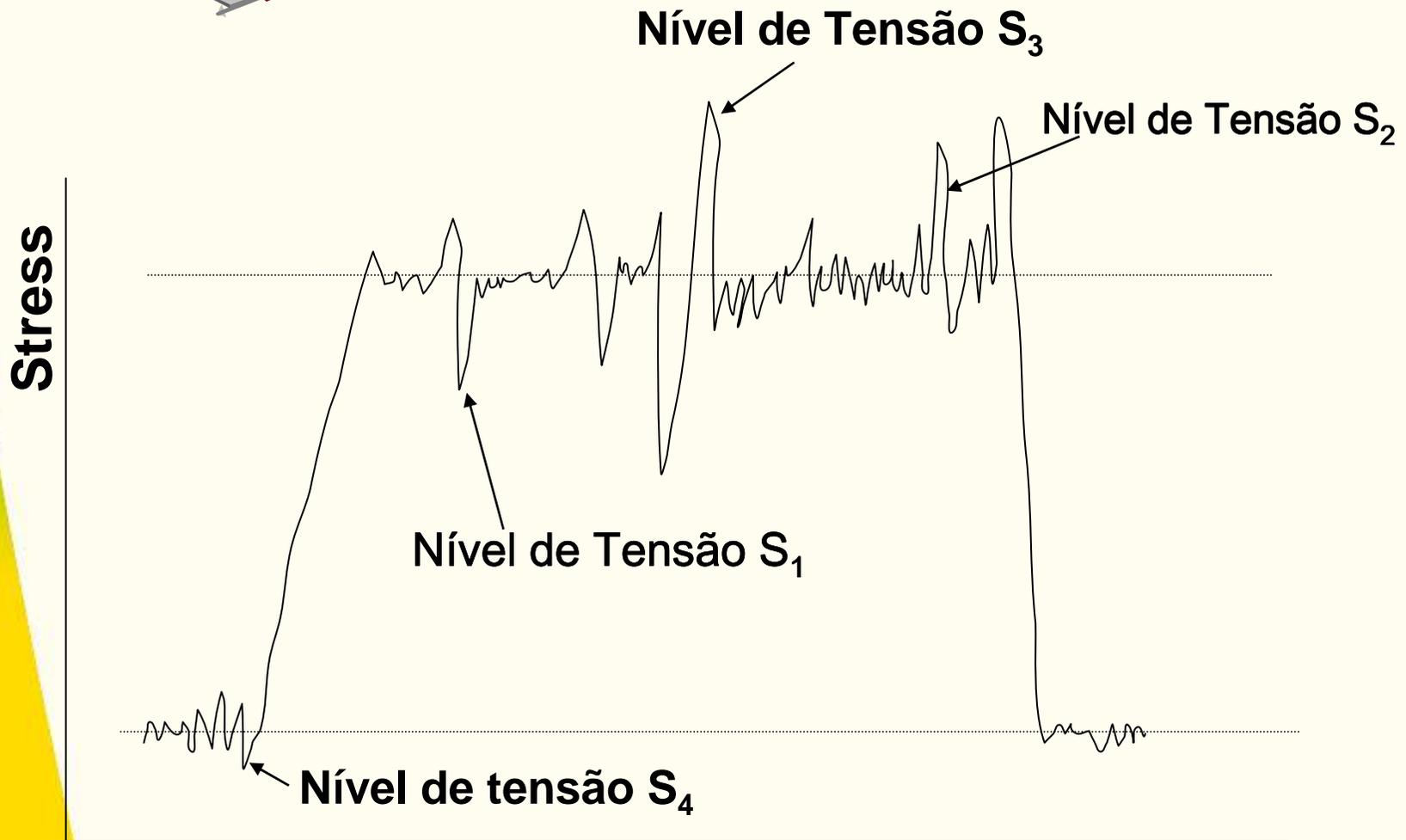
# Fadiga em Carregamentos de Amplitudes Variável

Waldek Wladimir Bose Filho, PhD  
NEMAF – Núcleo de Ensaio de  
Materiais e Análise de Falhas

# Repetição ou Variação de Carga

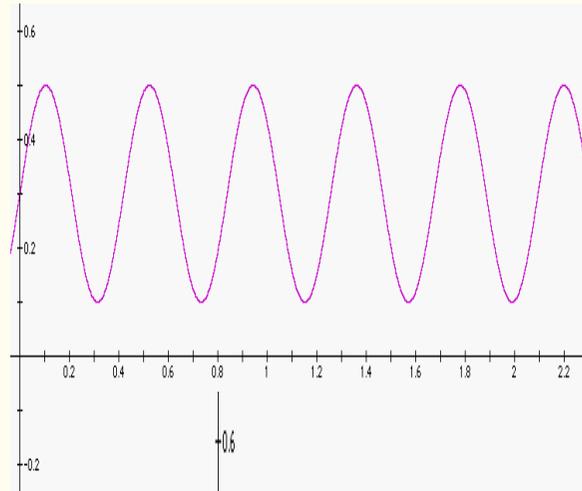
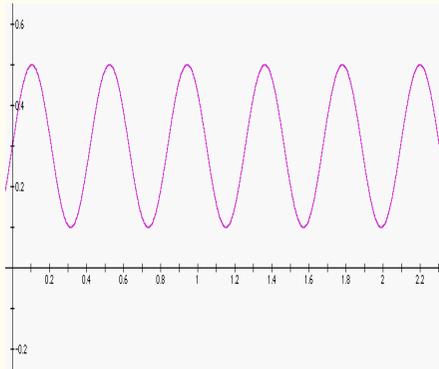


# Estudo do Espectro de Tensão Aplicada



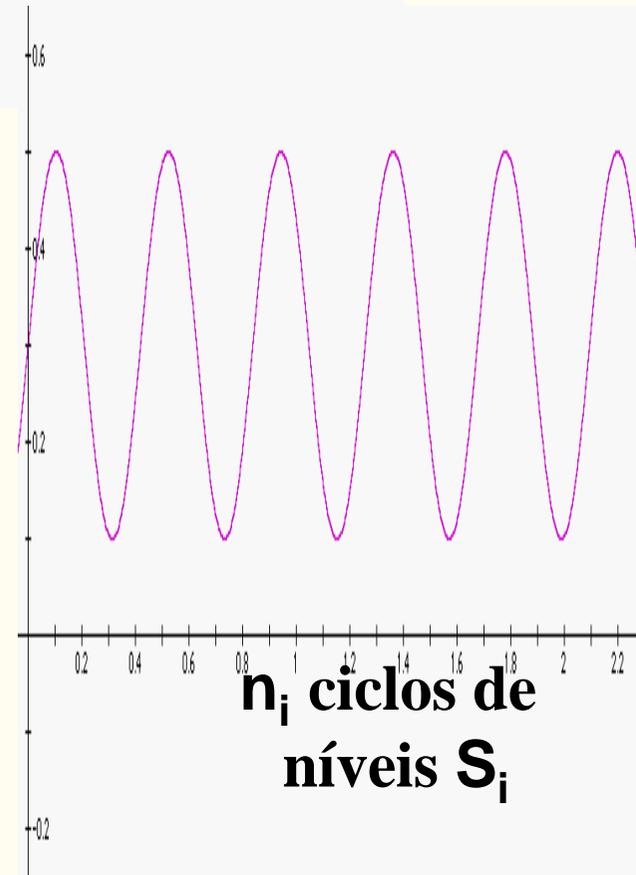
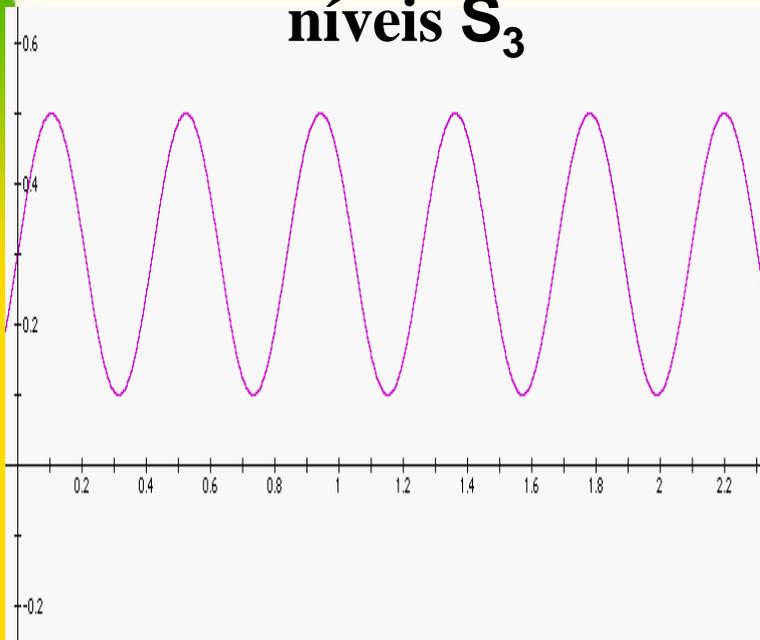
# Frequencia dos Níveis de tensão Aplicados

$n_1$  Ciclos de níveis  $S_1$



$n_2$  ciclos de níveis  $S_2$

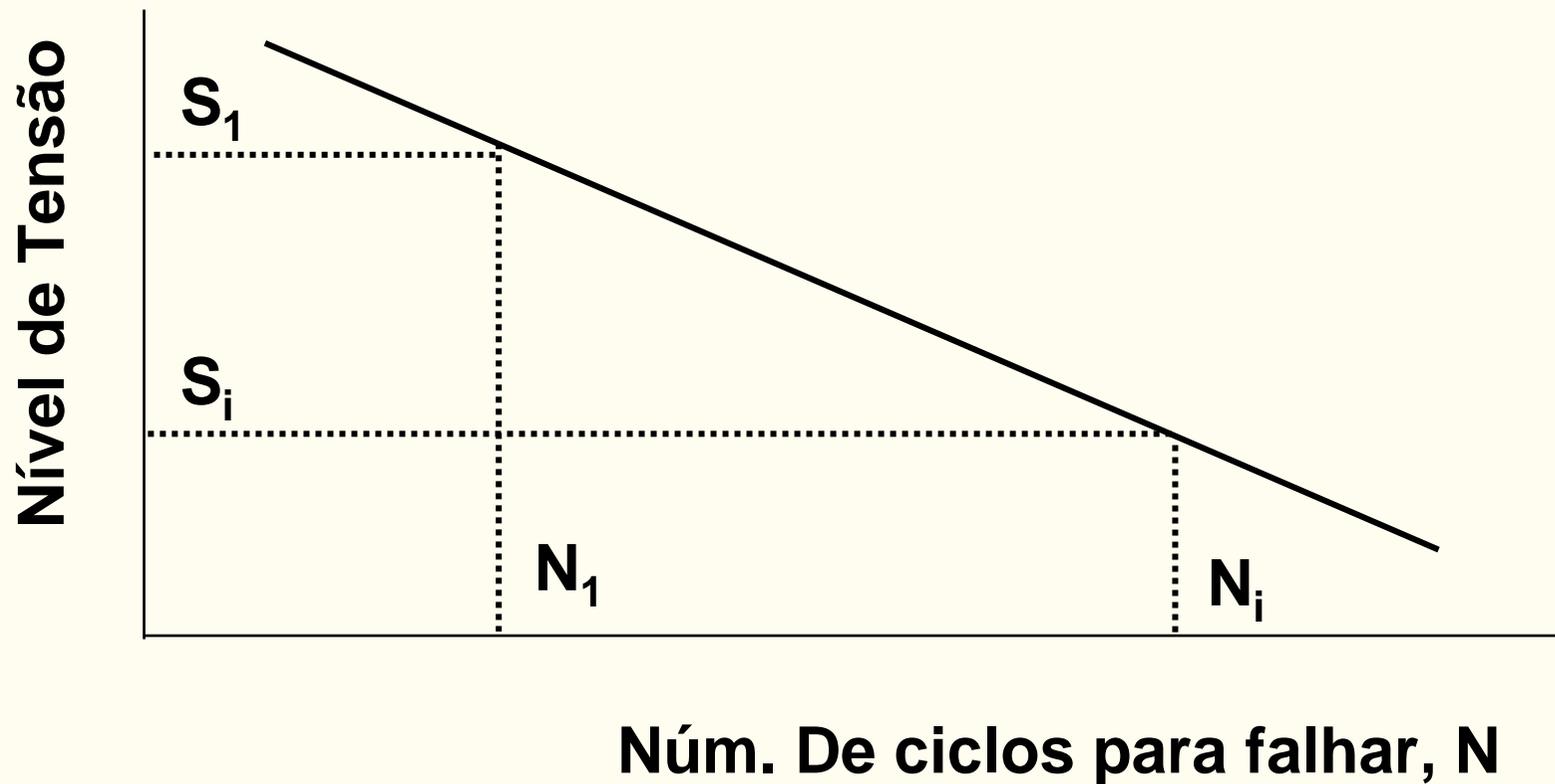
$n_3$  ciclos de níveis  $S_3$



$n_i$  ciclos de níveis  $S_i$

## Dados S - N para vários níveis de tensão

$N_1$  Números de ciclos para falhar se o componente é submetido a somente  $S_1$  e assim por diante, sendo  $N_i$  Números de ciclos para falhar se o componente é submetido a somente  $S_i$



Assim, a fração de dano causado por  $S_i$  em 01 ciclo

$$D_i = \frac{1}{N_i}$$

**O dano acumulado total** devido a uma história de tensão aplicada

$$\begin{aligned} D &= \sum_1^n D_i = \sum \frac{n_i}{N_i} \\ &= \frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \frac{n_3}{N_3} + \dots + \frac{n_k}{N_k} \end{aligned}$$

**A falha irá acontecer se**

$$D = \sum \frac{n_i}{N_i} \geq 1$$

**Regra de Palmgren – Miner  
ou regra de Miner**

## Comentários sobre a regra de MINER:

- **Modelo linear de dano acumulado.**
- **Muito fácil de usar e implementar.**

### - **Não leva em conta a seqüência de aplicação de cargas ou tensões**

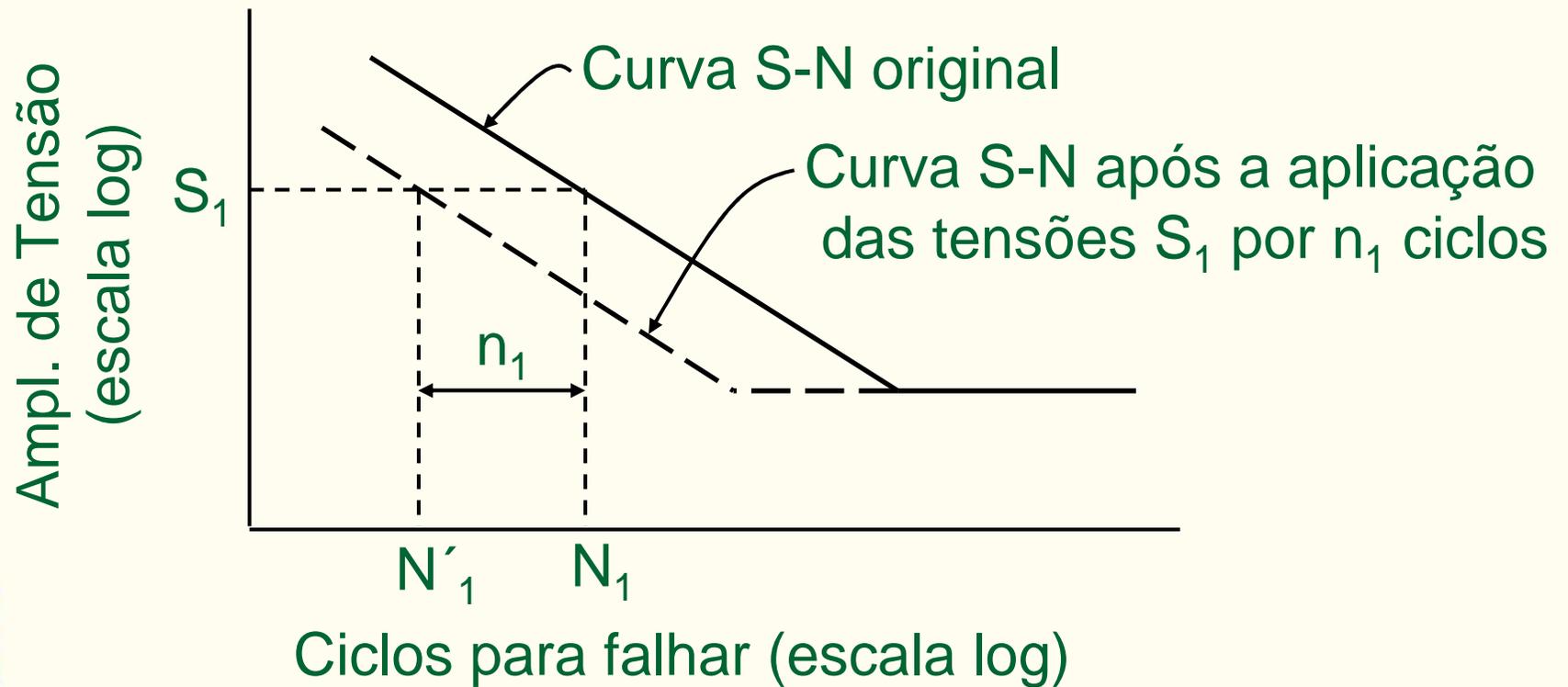
Exemplo: A regra de Miner prediz o mesmo dano para seqüências de alta para baixa tensões e de baixa para alta tensões. Na práticas estas histórias de carregamentos apresentam diferentes danos.

### - **Prediz que a taxa de dano acumulado é independente do nível de tensão.**

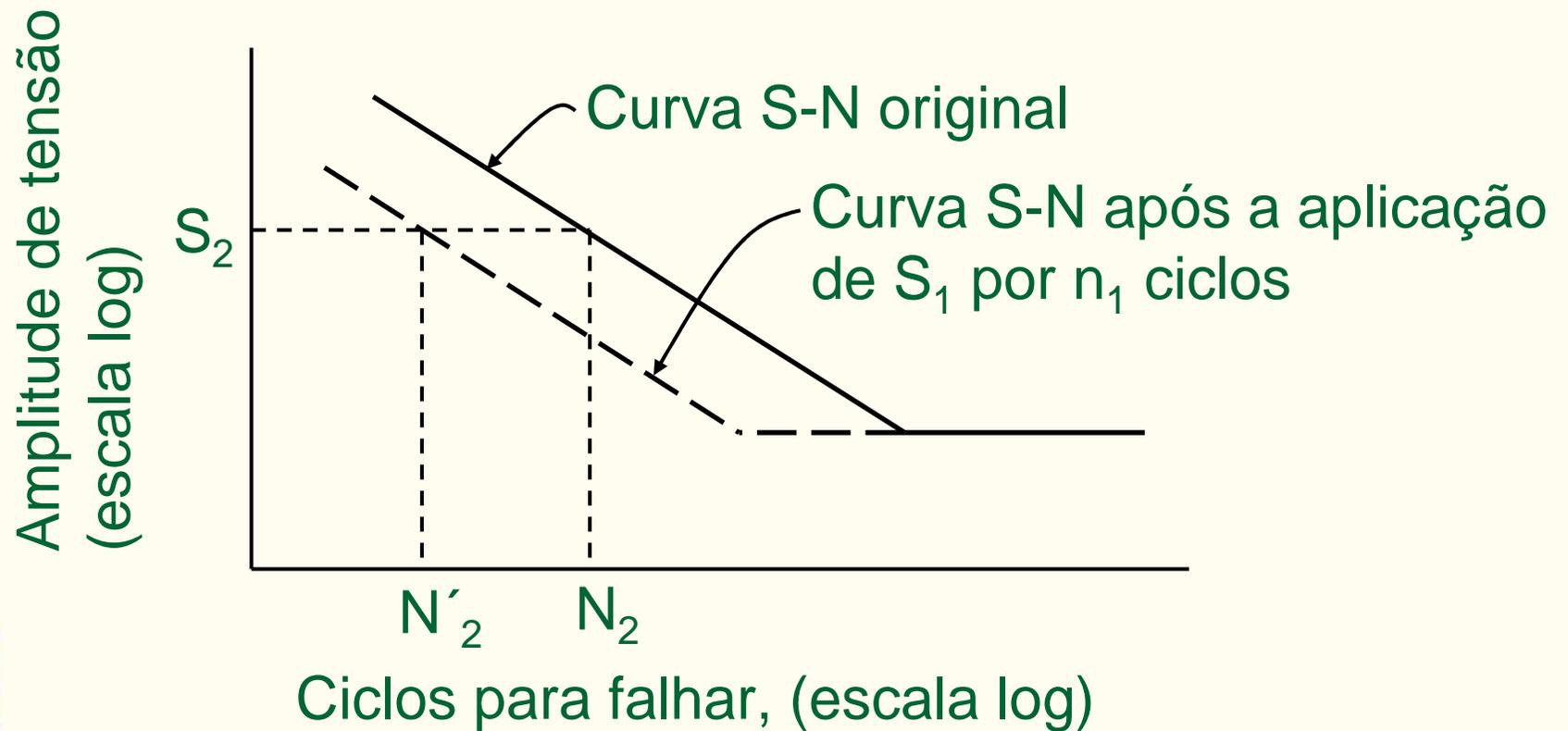
Em altas amplitudes de deformação a nucleação de tricas iniciarão em poucos ciclos e em baixas amplitudes de deformação quase que toda vida é gasta para nucleação.

## Efeitos da regra de Miner sobre a curva S-N

$N'_1 = (N_1 - n_1)$  é o novo valor de vida no nível  $S_1$  após ter sido submetido a  $n_1$  ciclos.



Se o nível  $S_2$  é aplicado, o componente falhará em  $N'_2$  ciclos, ao invés de  $N_2$ .



## Implementação da regra de Miner

- **Estabeleça a história de carregamento/tensão para a estrutura.**
- **Espectro de tensão:**

Nível de tensão (Tensão alternada e média) versus o número de ocorrências em uma unidade de operação (tal como dia, hora, ano, vôos, etc.)
- **Analise a geometria do componente para  $K_t$ , etc.**
- **Obtenha os dados S-N para o material correspondente ao  $K_t$  e níveis de tensão.**
- **Calcule o dano acumulado por unidade de operação usando a regra de Miner.**

## Exemplo da Implementação da regra de Miner

Um componente aeronáutico, sem entalhe e previamente sem tensões, fabricado de liga de Al é submetido a uma tensão alternada de 207 MPa e uma tensão média variável como segue:

$\sigma_m = 0$  para 10 ciclos/vôo

$\sigma_m = 69$  MPa para 6 ciclos/vôo

$\sigma_m = 138$  MPa para 3 ciclos/vôo

$\sigma_m = 207$  MPa para 0,2 “

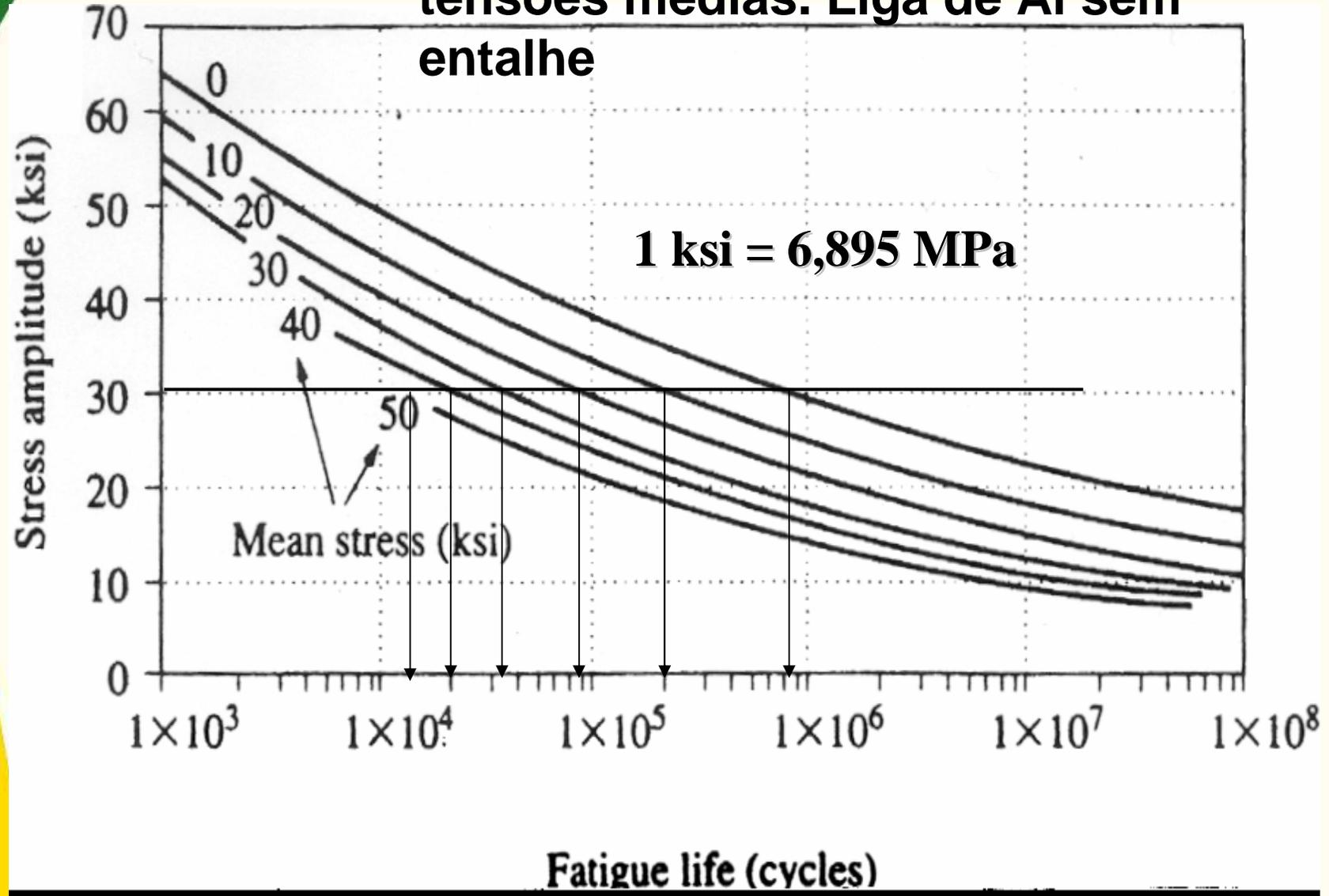
$\sigma_m = 276$  MPa para 0,1 “

$\sigma_m = 345$  MPa for 0,05 “

Os dados S-N para o material sem entalhe é dado no diagrama A-M.

- a) Estime a vida em fadiga em número de vôos.
- b) Usando um fator de espalhamento de 3 (coef. de segurança), estime a vida segura em vôos se a média de vôo é de 45 min.

# Diagrama S – N para diferentes tensões médias. Liga de Al sem entalhe



**Da curva S-N**

**Solução:**

$\sigma_a$ MPa	$\sigma_m$ MPa	Nº. of Ocorr. por voô, $n$	Nº. de ciclos para falhar, $N$	$[n/N] (10^6)$ -
207(30)	0	10	955.000	10,4712
207(30)	69 (10)	6	272.000	22,0588
207(30)	138 (20)	3	103.000	29,1262
207(30)	207(30)	0,2	46.400	4,31034
207(30)	276(40)	0,1	23.700	4,21941
207(30)	345(50)	0,05	13.200	3,78788
$\Sigma(n/N)$				73,9738

**A partir do espectro de tensões**

**Continuação:**

**Dano por vôo,  $D_f = \sum(n/N) = 73,9738 \times 10^{-6}$**

**Dano Total na vida,  $D = (\text{Dano por vôo}) \times (\text{Núm. de vôos})$**

**Falha ocorre quando  $D = 1$**

**$D = 1 \Rightarrow = 73,9738 \times 10^{-6} \times (\text{Num. de vôos}) = 1$**

**Num. de vôos estimados para falhar = 13.515**

**Num. de vôos seguros = 13.515/(fator de espalhamento)**

**Num. de vôos seguros = 4.505**

**Num de horas de vôos seguros = 4.505 (45/60)= 3.378 Hr.**

# Teoria do Dano Não Linear

**Para superar os problemas na regra de Miner**

- As teorias não lineares exigem constantes adicionais do material e de geometria que devem ser obtidas a partir de ensaios.**
- A teoria não linear leva em conta o efeito da história. Cálculos pode ser trabalhoso.**
- Elas fornecem uma melhor previsão do que a regra de Miner em alguns históricos de carregamentos simples, mas não é garantia de que ela funciona melhor do que a aplicação real da historia de carregamento real.**

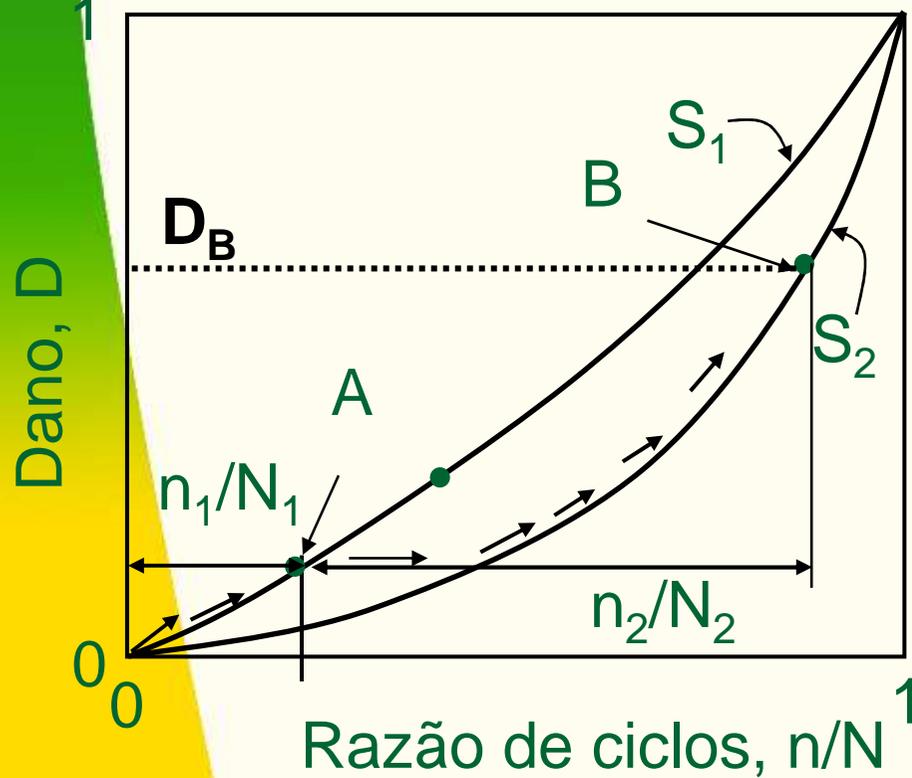
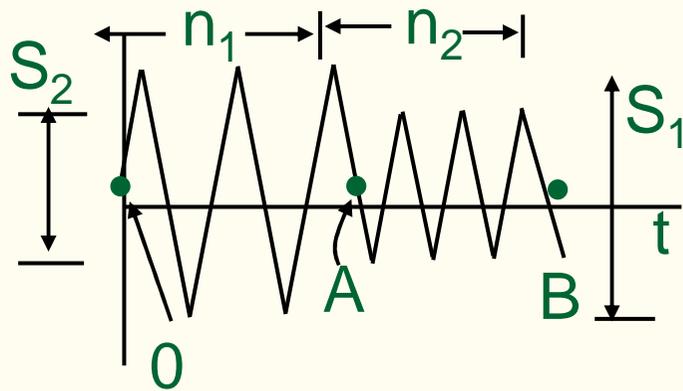
## **Descrição geral das teorias não lineares:**

$$D = \left( \frac{n}{N} \right)^p$$

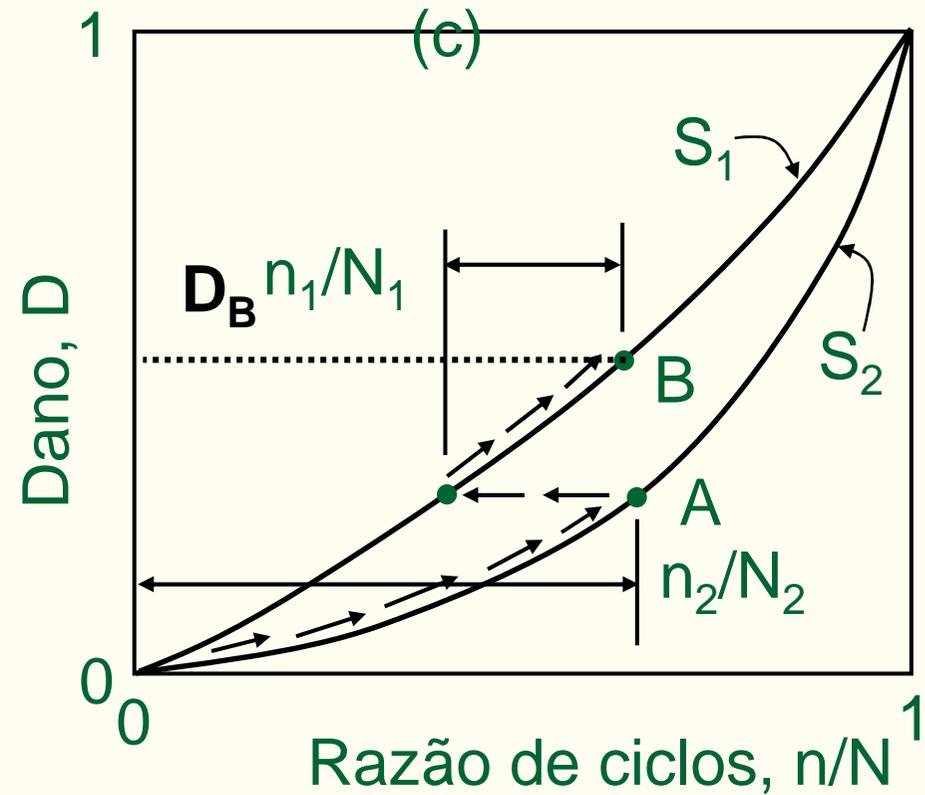
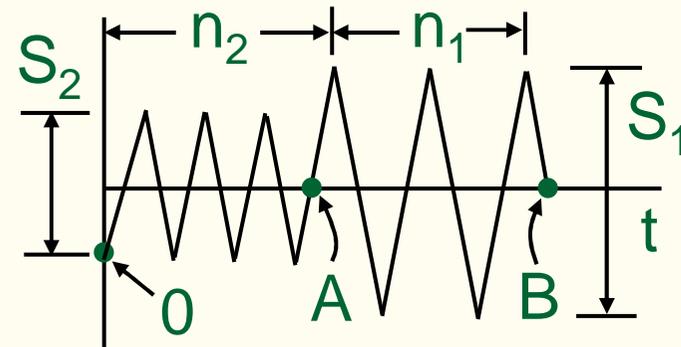
**O expoente,  $p$ , é função do nível de tensão.  
Generalmente,  $0 < p < 1$**

**para  $p = 1$ , recorre-se a regra linear do dano de Miner**

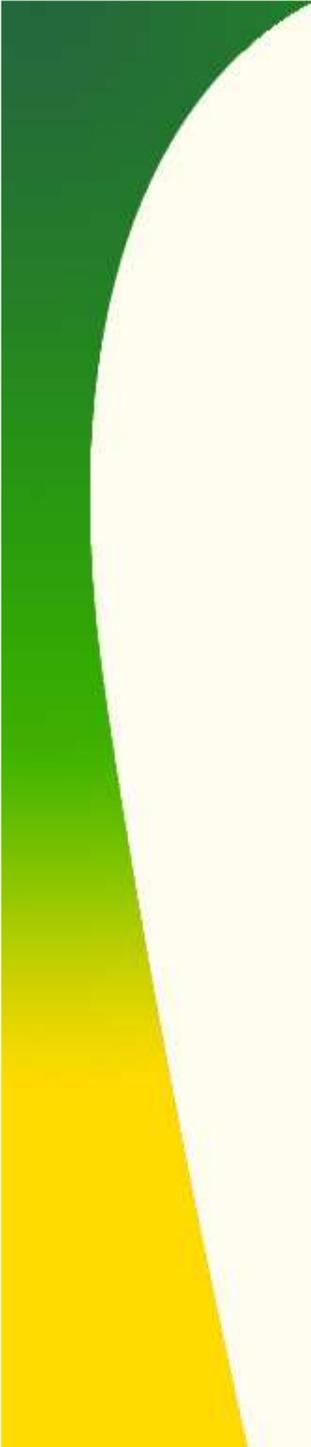
### Alta - Baixa



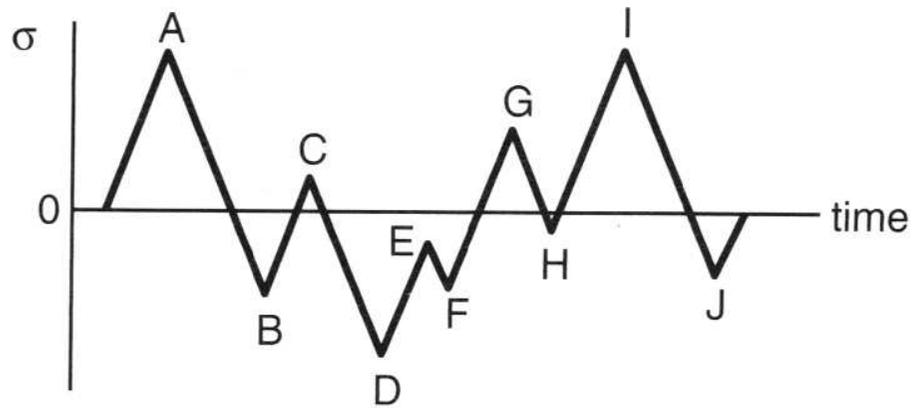
### Baixa - Alta



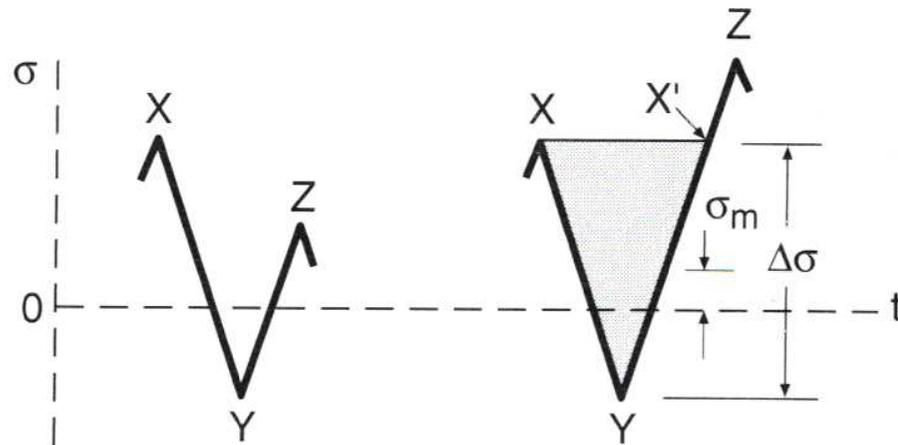
**Dano  $D_B$  no final dos blocos de carregamentos são diferentes.**



**Contagem de Ciclos Para Histórias de  
Carregamentos Irregulares  
Rain Flow**



Peaks: A, C  
 Valleys: B, D  
 Simple ranges: A-B, B-C  
 Overall ranges: A-D, D-G



$\Delta\sigma_{YZ} < \Delta\sigma_{XY}$   
 No cycle

$\Delta\sigma_{YZ} \geq \Delta\sigma_{XY}$   
 X-Y = cycle

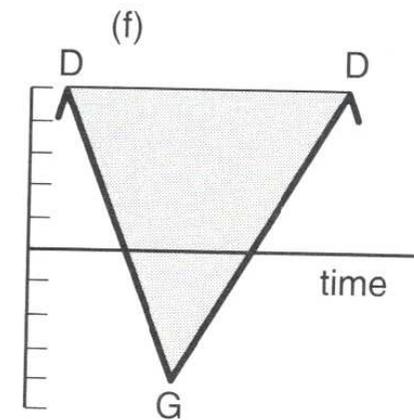
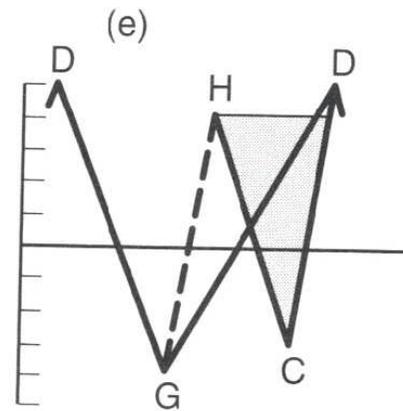
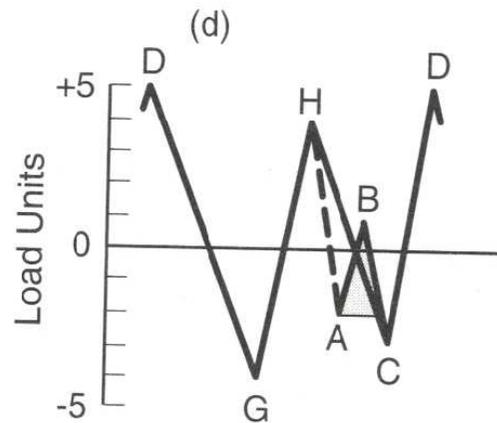
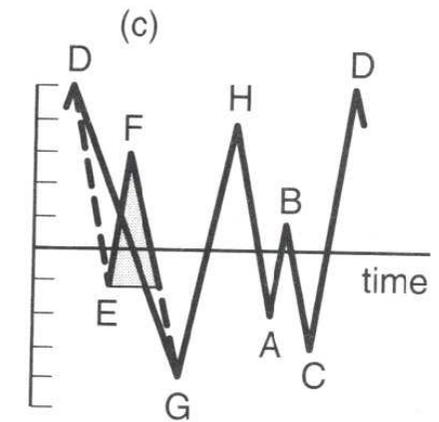
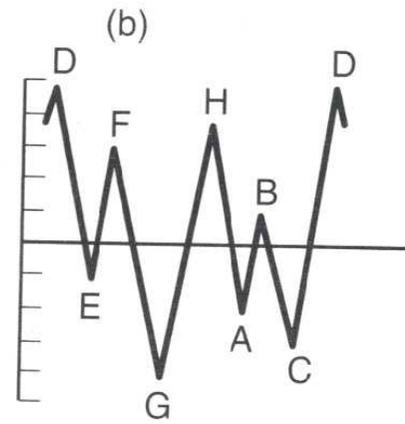
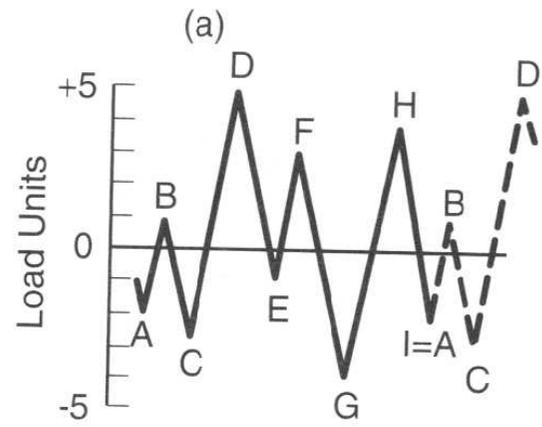
For cycle X-Y

Peak:  $\sigma_X$

Valley:  $\sigma_Y$

Range:  $\Delta\sigma = \sigma_X - \sigma_Y$

Mean:  $\sigma_m = (\sigma_X + \sigma_Y)/2$



Cycle	Range	Mean
E-F	4.0	1.0
A-B	3.0	-0.5
H-C	7.0	0.5
D-G	9.0	0.5

## EXEMPLO

- Em um local de interesse em um componente aeronáutico feito de uma liga de Ti-6Al-4V da Tabela 9.1; o material é repetidamente carregado uniaxialmente com uma história de carregamento da figura abaixo. Estime o número de repetições necessárias para causar a falha do componente.

Constantes para a curva S-N para materiais estruturais  
 -CPS ensaiados com tensão média igual a zero e sem entalhe e carregamento axial(Ref: Dowling)

Materiais	S <sub>y</sub>	S <sub>u</sub>	S = σ' <sub>f</sub> (2N <sub>f</sub> ) <sup>b</sup> = A(N <sub>f</sub> ) <sup>b</sup>			σ <sub>a</sub> =C+D logN <sub>f</sub>	
			σ' <sub>f</sub>	A	b	C	D
<b><u>Aços</u></b>							
AISI 1015 (N)	227	415	976	886	-0.14	545	-69.6
Man-Ten (HR)	322	557	1089	1006	-0.115	703	-83.0
RQC-100 (R Q&T)	683	758	938	897	-0.0648	780	-68.9
AISI 4142 (Q&T, 450 HB)	1584	1757	1937	1837	-0.0762	1529	-148
AISI 4340 (qualidade aeronáutica)	1103	1172	1758	1643	-0.0977	1247	-137
<b><u>Liga de Al</u></b>							
2024-T4	303	476	900	839	-0.102	624	-69.9
<b><u>Liga de Ti</u></b>							
Ti-6Al-4V (Solubilizada e envelhecida)	1185	1233	2030	1889	-0.104	1393	-157

(N) Normalizada, (HR) laminado a quente. S<sub>y</sub>, S<sub>u</sub>, σ'<sub>f</sub>, A, C e D estão em MPa. Os dados são para fadiga de alto ciclo 10<sup>3</sup> < N < 10<sup>6</sup>

- A contagem de ciclos inicia no primeiro ponto no nível A e termina quando a história retorna a este ponto, em A'. Considerando os eventos:
  - A1-B1-A2 um ciclo é contado neste nível.
  - A2-B2-A3
  - A3-B3-A4
  - O próximo evento A4-C1-D1 será considerado mas não contado.
  - C1-D1-C2 outro ciclo de outro nível e assim por diante até 100 ciclos serem formados.
  - Neste ponto todos os ciclos foram considerados menos os ciclos A4, E e A'. Estes foram o maior ciclo que pode ser formado.

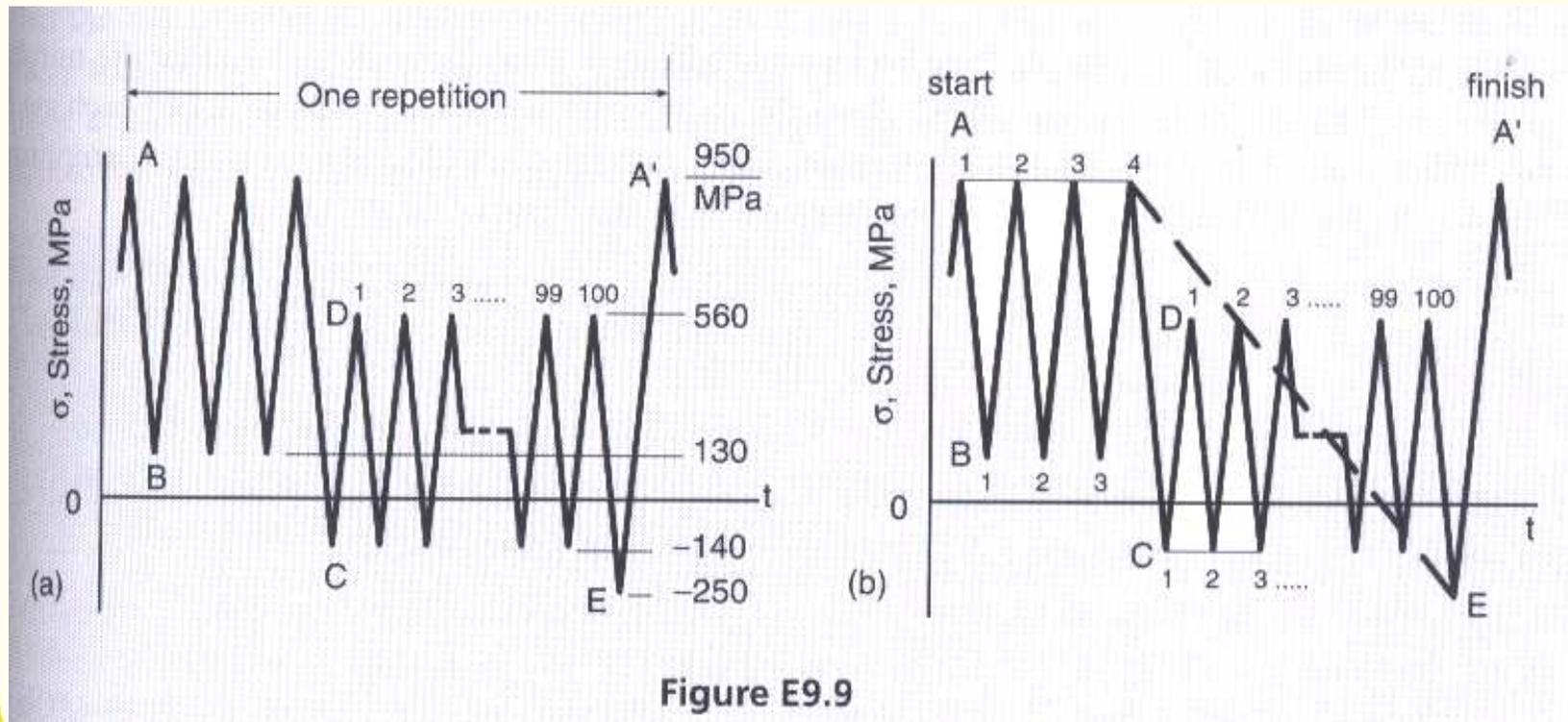


Figure E9.9

Ciclo	j	N <sub>j</sub>	σ <sub>min</sub> MPa	σ <sub>max</sub> MPa	σ <sub>a</sub> MPa	N <sub>fj</sub>	N <sub>j</sub> /N <sub>fj</sub>
A-B	1	3	130	950	410	4,21X10 <sup>4</sup>	7,12X10 <sup>-5</sup>
C-D	2	100	-140	560	350	1,14X10 <sup>6</sup>	8,74X10 <sup>-5</sup>
A-E	3	1	-250	950	600	6,75X10 <sup>3</sup>	1,481X10 <sup>-4</sup>
							<b>Σ=3,068 x10<sup>-4</sup></b>

As constantes  $\sigma'_f$  e b para a liga de Ti-4Al-4V e a equação de SWT

$$\sqrt{\sigma_{\max} \sigma_a} = \sigma'_f (2 N_f)^b \dots\dots\dots (\sigma_{\max} > 0)$$

$$N_f = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{\sigma_{\max} \sigma_a}}{\sigma'_f} \right)^{1/b}$$

A estimativa do número de repetições pode ser obtida para :

$$D = B_f \sum \frac{n_i}{N_i} = 1$$

$$B_f = \frac{1}{3,068 \times 10^{-4}} = 3259 \text{ repetições}$$

# Tensão Equivalente e Fator de segurança

- Um procedimento alternativo é o calculo de um nível de tensão equivalente, de amplitude constante que cause a mesma vida que a história de carregamento de amplitude variável, se aplicada para o mesmo número de ciclos.
- Considere:
  - $N_B$  = ciclos da história de carregamentos;
  - $N_f$  = ciclos para falhar =  $B_f \times N_B$ ;
- Para cada ciclo uma  $\sigma_{ar}$  equivalente pode ser considerada a partir do par (amplitude de tensão e tensão média);

$$B_f \left[ \sum_{j=1}^{N_B} \frac{N_j}{N_{fj}} \right] = 1$$

$$\sigma_{ar} = \sigma'_f (2N_f)^b \Rightarrow N_{fj} = \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_{arj}}{\sigma'_f} \right)^{1/b}$$

- Tratar cada ciclo individualmente, de maneira que  $N_j = 1$  e substitua os valores de  $N_{fj}$  na primeira equação, obtendo:

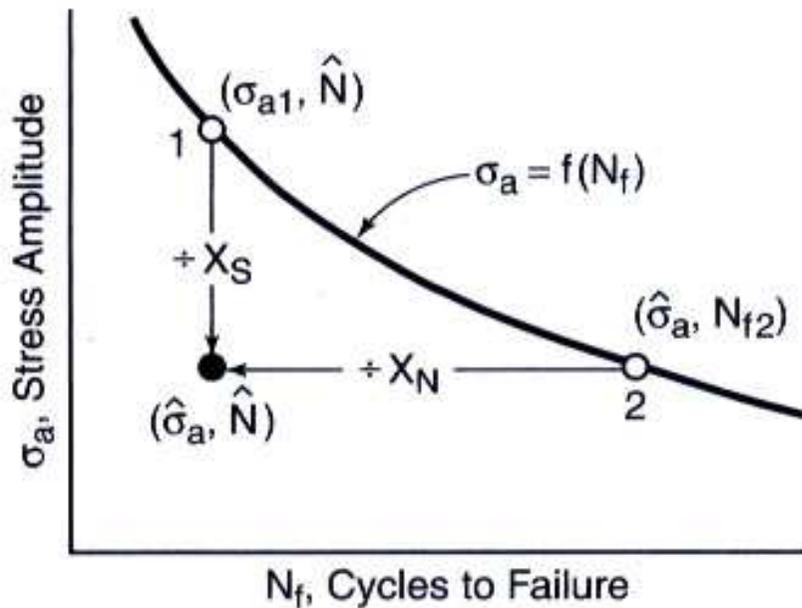
$$\frac{N_f}{N_B} \left[ \sum_{j=1}^{N_B} 2 \left( \frac{\sigma_{arj}}{\sigma'_f} \right)^{-1/b} \right] = 1 \Rightarrow \sigma'_f (2N_f)^b \left[ \sum_{j=1}^{N_B} (\sigma_{arj})^{-1/b} / N_B \right]^b = 1$$

$$\sigma_{aq} = \sigma'_f (2N_f)^b$$

$$\sigma_{aq} = \left[ \sum_{j=1}^{N_B} (\sigma_{arj})^{-1/b} / N_B \right]^{-b} \Rightarrow \sigma_{aq} = \left[ \sum_{j=1}^k N_j (\sigma_{arj})^{-1/b} / N_B \right]^{-b}$$

- Para determinação do fator de segurança, a mesma lógica apresentada pode ser aplicada, sendo  $\sigma_a$  agora  $\sigma_{aq}$  e a curva S-N sendo dada por:

$$\sigma_{aq} = \sigma'_f (2 N_f)^b$$

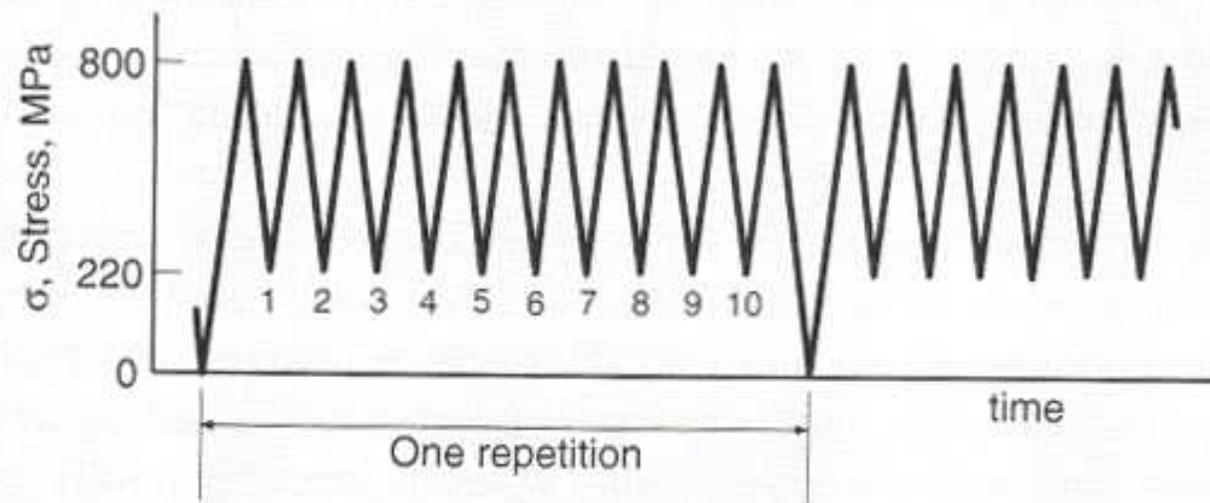


$$X_S = \frac{\sigma_{aq1}}{\hat{\sigma}_{aq}} \dots\dots (N_f = \hat{N})$$

$$X_N = \frac{N_{f2}}{\hat{N}} \dots\dots (\sigma_{aq} = \hat{\sigma}_{aq})$$

$$X_S = X_N^{-b}$$

- Uma história de carregamento é apresentada a seguir, sendo o carregamento uniaxial aplicado em um CP não entalhado fabricado de um aço AISI 4340. Estime o número de repetições necessárias para falhar o CP.



j	N <sub>j</sub>	σ <sub>min</sub>	σ <sub>max</sub>	σ <sub>a</sub>	σ <sub>m</sub>	N <sub>fj</sub>	N <sub>j</sub> /N <sub>fj</sub>
1	1	0	800	400	400	1,36 x 10 <sup>5</sup>	7,37 x 10 <sup>-6</sup>
2	10	220	800	290	510	1,54 x 10 <sup>6</sup>	6,51 x 10 <sup>-6</sup>

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \dots \dots \dots \sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$$

$$\sigma'_f = 1758 \text{ MPa e}$$

$$b = -0,0977$$

$$N_f = \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_a}{\sigma'_f - \sigma_m} \right)^{1/b}$$

$$B_f \left[ \sum_{j=1}^{N_B} \frac{N_j}{N_{fj}} \right] = 1 \Rightarrow B_f = 1/1,388 \times 10^{-5} = 72.000 \dots \text{repeti\c{c}oes}$$

Considere a hist3ria de carregamento anterior e:

- a) Estime a vida usando o m3todo da tens3o equivalente com amplitude constante.
- b) Se para esta hist3ria de tens3es 3 esperada 1000 repeti33es, qual o fator de seguran3a em vida e em tens3o?

j	N <sub>j</sub>	σ <sub>min</sub>	σ <sub>max</sub>	σ <sub>a</sub>	σ <sub>m</sub>	σ <sub>arj</sub>	N <sub>j</sub> x (σ <sub>arj</sub> ) <sup>-1/b</sup>
1	1	0	800	400	400	517,8	6,036 x 10 <sup>27</sup>
2	10	220	800	290	510	408,5	5,330 x 10 <sup>27</sup>

$$\sigma_{aq} = \left[ \sum_{j=1}^k N_j (\sigma_{arj})^{-1/b} / N_B \right]^{-b} = [1,137 \times 10^{28} / 11]^{-(-0,0977)} = 435,8 \text{ MPa}$$

Substituindo este valor em e calculando N<sub>f</sub>:

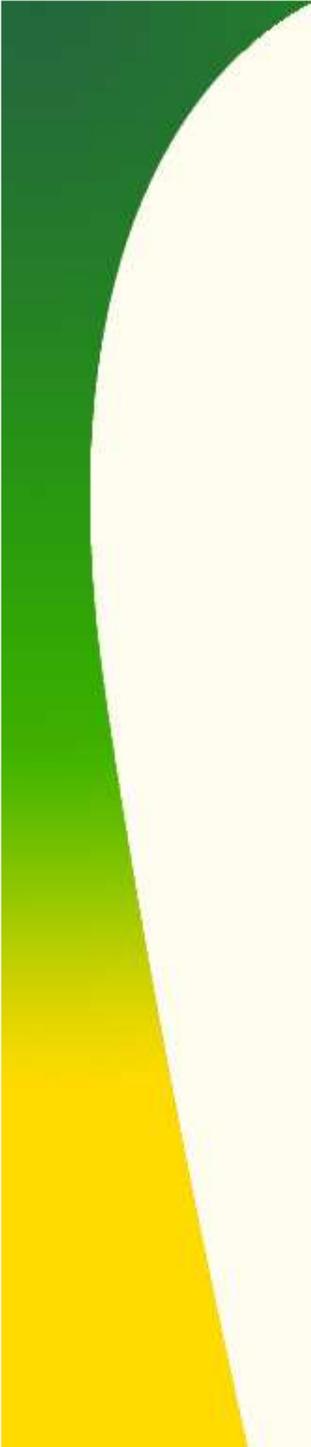
$$\sigma_{aq} = \sigma'_f (2 N_f)^b \Rightarrow N_f = \frac{1}{2} \left( \frac{\sigma_{aq}}{\sigma'_f} \right)^{1/b} = \frac{1}{2} \left( \frac{435,8}{1758} \right)^{1/-0,0977} = 792.300$$

$$B_f = \frac{N_f}{N_B} = \frac{792.300}{11} = 72.000$$

O fator de segurança pode ser calculado como:

$$X_N = \frac{N_{f2}}{\hat{N}} = \frac{792.300}{11 \times 1000} = 72,0$$

$$X_S = X_N^{-b} = 72^{-0,0977} = 1,52$$



# **Propagação de Trinca sob Carregamentos de Amplitudes Variáveis**

## Crescimento de trinca – Carregamento de Amplitudes Variáveis

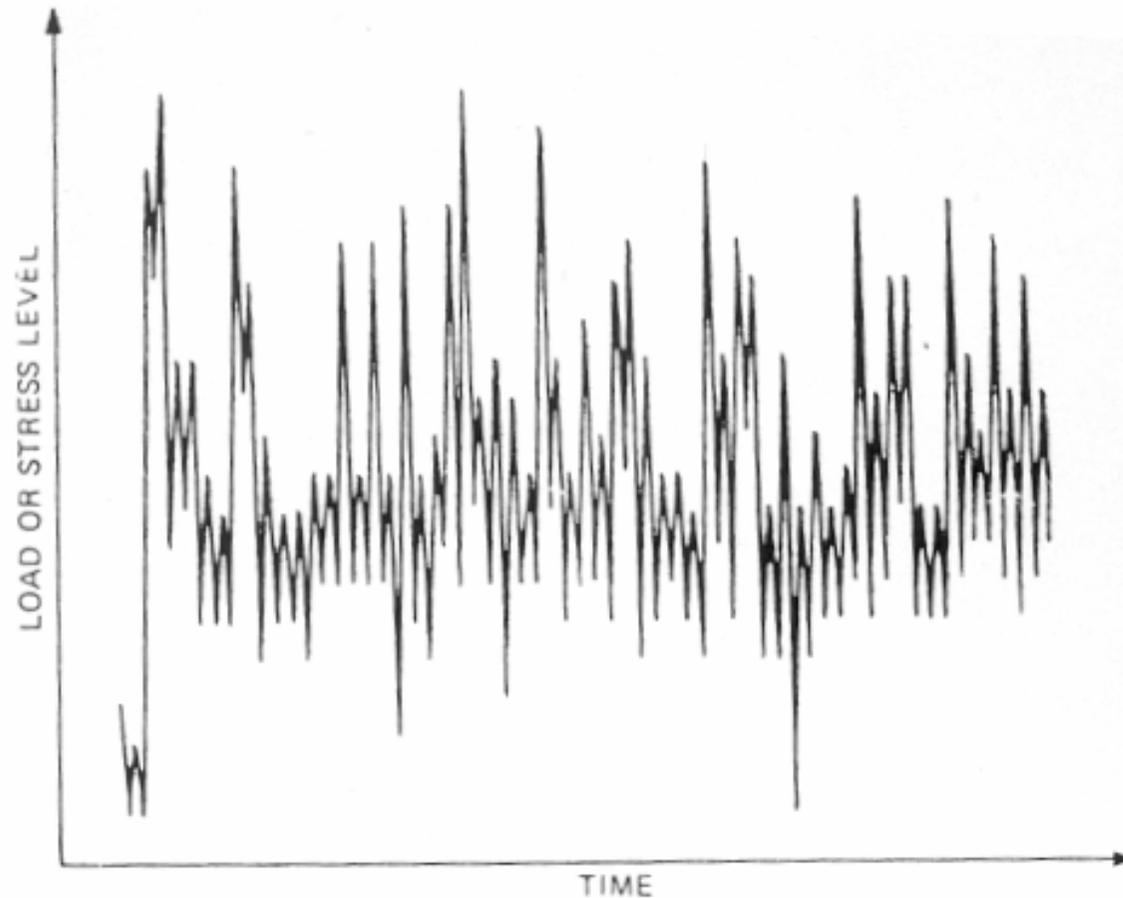


Figure 9.11. Example of a fairly random cyclic load history (part of a flight for a tactical aircraft).

# CTF- Efeito de sobrecargas

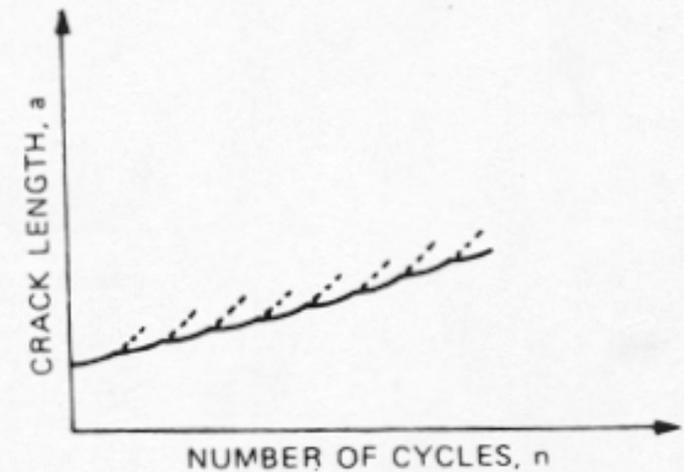
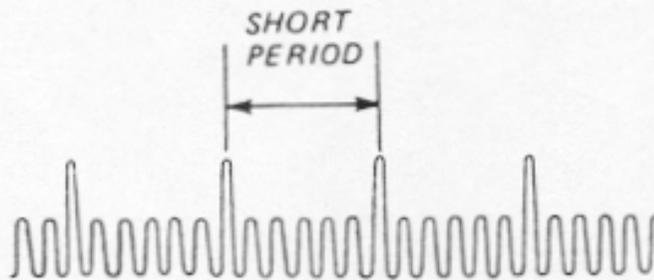
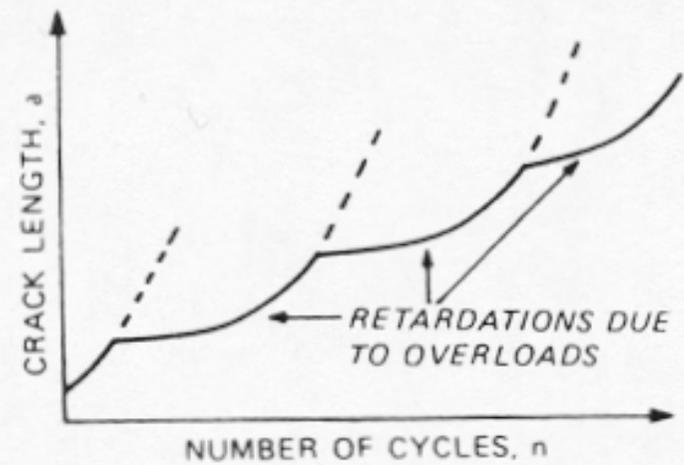
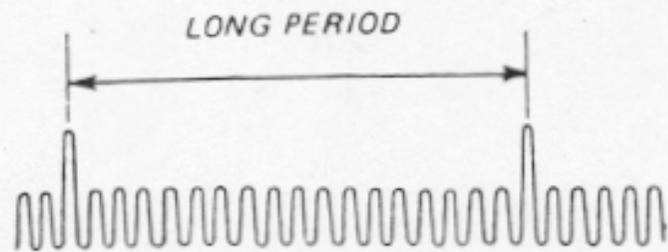


Figure 9.15. Effect of peak load recurrence period on the crack growth curve.

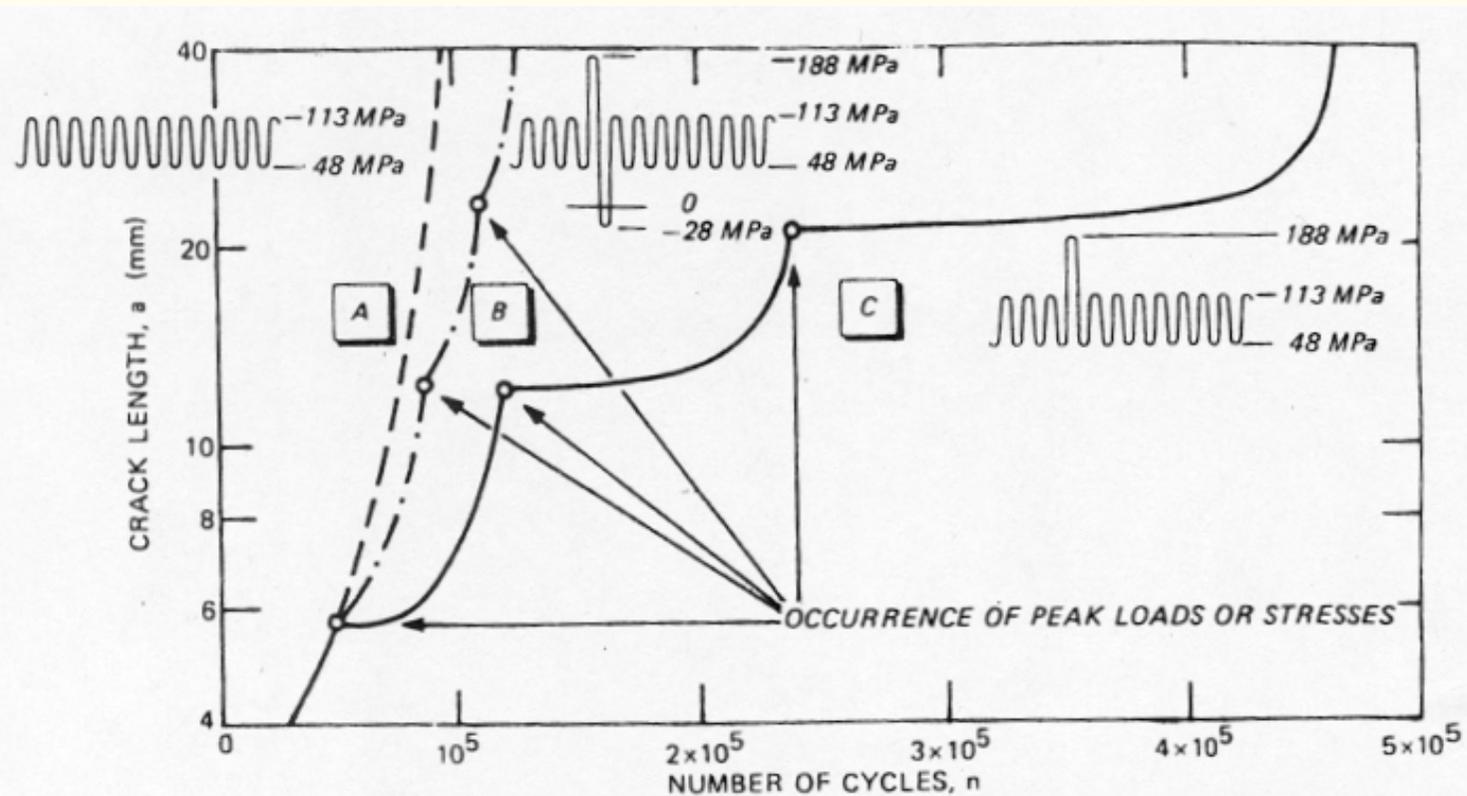
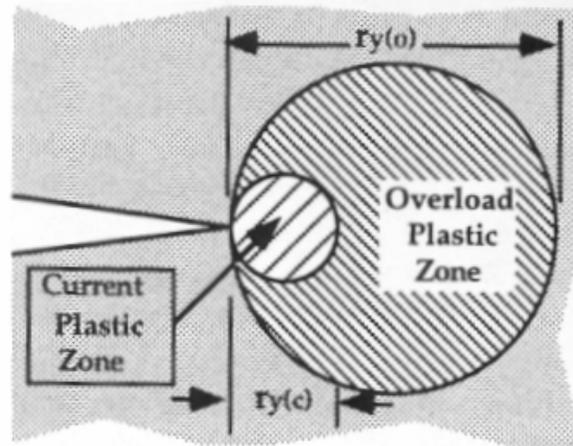
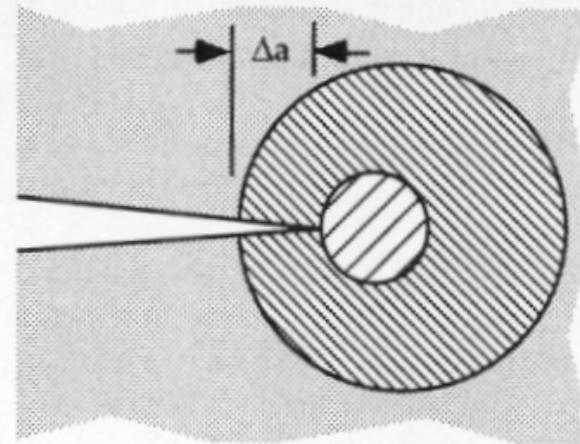


Figure 9.12. Crack growth curves under constant amplitude loading and constant amplitude loading + occasional peak loads for a centre cracked panel of aluminium alloy 2024-T3 (reference 9 of the bibliography).

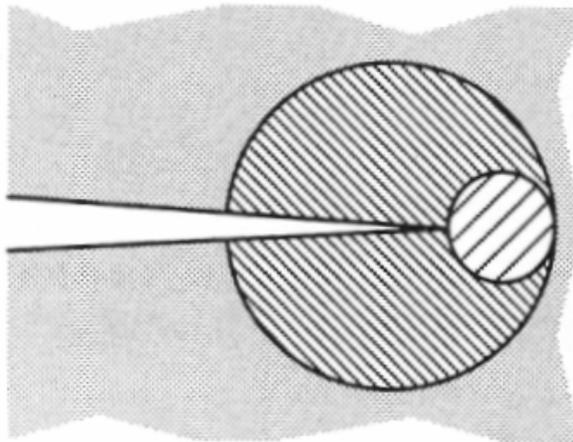
## Retardamento devido a sobrecarga



(a) Immediately following the overload.



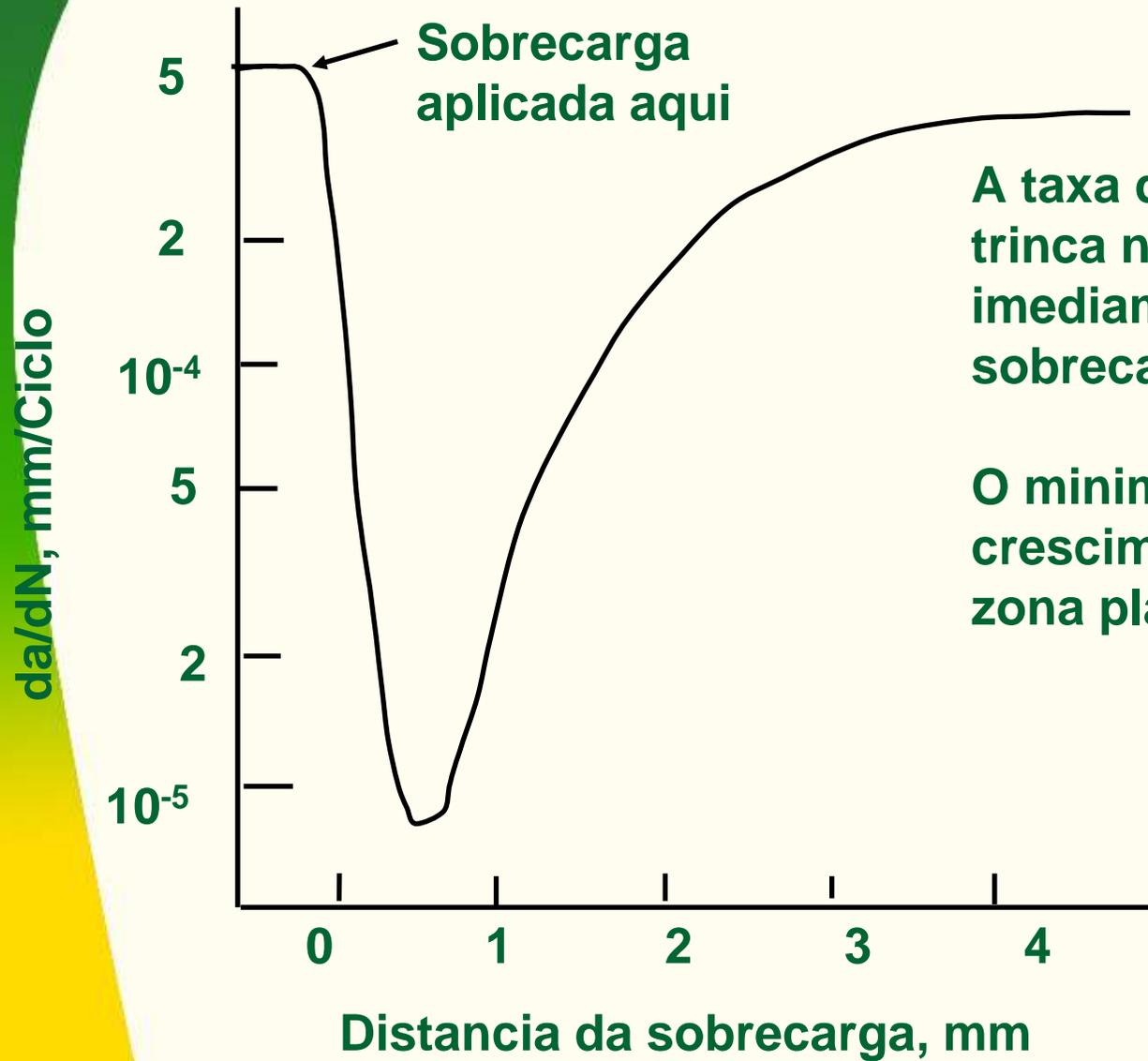
(b) After the crack propagates  $\Delta a$ .



(c) Propagation through the overload plastic zone.

**FIGURE 10.14** The Wheeler model for fatigue retardation. The crack growth rate depends on the size and position of the current plastic zone relative to the overload plastic zone.

## Retardamento devido a uma sobrecarga



A taxa de propagação de trinca não atinge um mínimo imediatamente após a sobrecarga.

O mínimo atinge após um crescimento de  $\sim 1/8$  a  $1/4$  da zona plastica formada.

## Estimativa de Vida em Carregamentos de Amplitudes Variáveis

- Se o nível de tensão variar durante o crescimento de trinca, ainda é possível estimar a vida. Uma metodologia simples é assumir que o crescimento para um dado ciclo não é afetado pelo precedente, isto é, não existe o efeito da seqüência .

### Somatória dos incrementos de Trinca

- $\Delta a$  para cada ciclo pode ser estimado a partir da curva  $da/dN \times \Delta K$ . Somando estes  $\Delta a$ , considerando o número de ciclos, permite obter a vida.
- Assim, para um comprimento de trinca  $a_j$  e o incremento  $\Delta a_j$ , o novo valor de trinca  $a_{j+1}$  para o próximo ciclo é:

$$a_{j+1} = a_j + \Delta a_j = a_j + \left( \frac{da}{dN} \right)_j$$

$$a_N = a_i + \sum_{j=1}^N \left( \frac{da}{dN} \right)_j$$

- Onde  $\Delta a$  é numericamente igual a  $da/dN$ , quando  $\Delta N=1$ .
- Cada  $da/dN$  é calculado para o  $\Delta K$  e  $R$  para um ciclo em particular, onde  $\Delta k$  é obtido para o comprimento do atual  $a_j$  e para o  $\Delta S$  de um ciclo em particular.
- Para carregamentos altamente irregulares a metodologia Rain Flow pode ser usada.

## Método Especial para História Repetitivas

- Em alguns casos pode ser razoável aproximar o histórico de carregamento em serviço a um histórico repetitivo de cargas.
- Primeiro assumamos que  $da/dN \times \Delta K$  obedece uma relação de potência do tipo a relação de Paris. O incremento de trinca pode ser para qualquer ciclo ( $\Delta N=1$ ) é então.

$$\Delta a_j = C_0 (\bar{\Delta K}_j)^m$$

*onde  $\bar{\Delta K}$  e  $C_0$  são para o caso de  $R = 0$*

- Se o carregamento repetitivo contém  $N_B$  ciclos, o aumento da trinca durante a aplicação desta repetição é obtida pela somatória:

$$\Delta a_B = \sum_{j=1}^{N_B} \Delta a_j = \sum_{j=1}^{N_B} C_0 (\bar{\Delta K}_j)^m$$

- A média de crescimento de trinca por ciclo durante uma repetição da história:

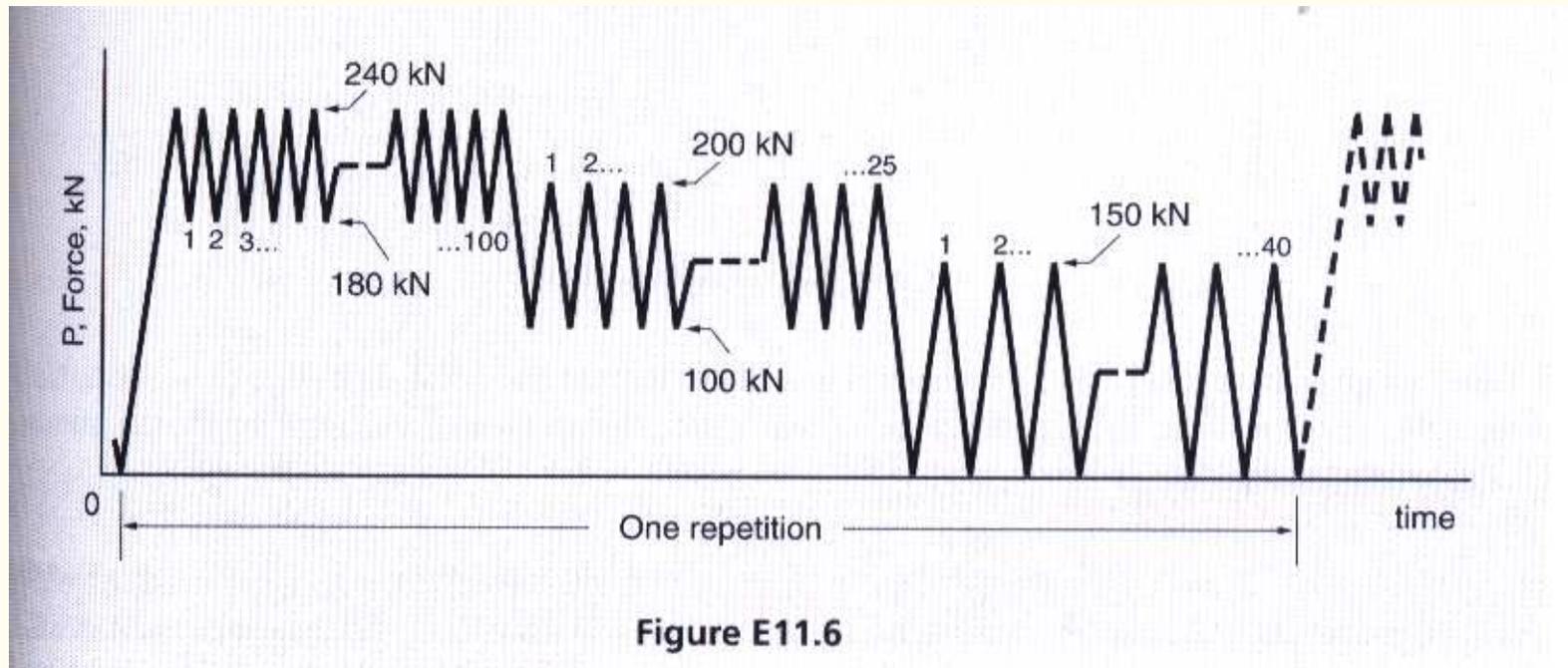
$$\begin{aligned} \frac{da}{dN_{\text{média}}} &= \frac{\Delta a_B}{N_B} = \frac{C_0 \sum_{j=1}^{N_B} (\bar{\Delta K}_j)^m}{N_B} = \\ &= C_0 \left( \left[ \frac{\sum_{j=1}^{N_B} (\bar{\Delta K}_j)^m}{N_B} \right]^{1/m} \right)^m = C_0 (\bar{\Delta K}_q)^m \\ \Delta K_q &= \left[ \frac{\sum_{j=1}^{N_B} (\bar{\Delta K}_j)^m}{N_B} \right]^{1/m} \end{aligned}$$

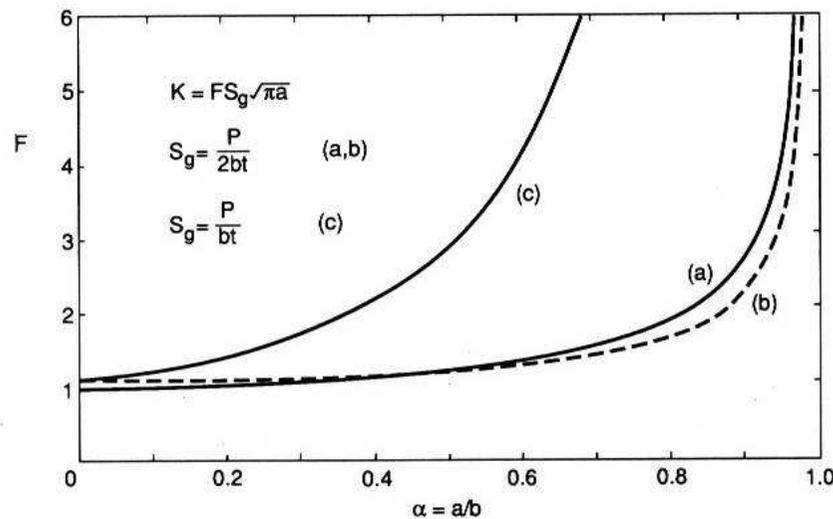
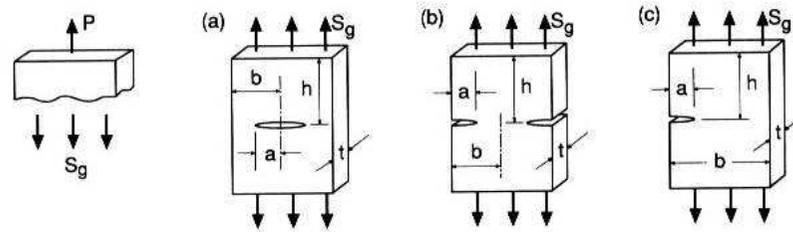
- $\Delta K_q$  pode ser interpretado como sendo o valor do fator de intensidade de tensão ( $\sigma_{\min}=0$  e  $\sigma_{\max}$ =trativa) equivalente que é esperado causar o mesmo crescimento de trinca quando uma historia de carregamento de amplitudes variáveis é aplicada para o mesmo numero de ciclos  $N_B$ . Como a tensão é proporcional a K, uma variação de tensão equivalente ( $\sigma_{\min}=0$  e  $\sigma_{\max}$ =trativa):

$$\Delta S_q = \frac{\Delta K_q}{F \sqrt{\pi a}} = \left[ \frac{\sum_{j=1}^{N_B} (\bar{\Delta S}_j)^m}{N_B} \right]^{1/m} \quad \bar{\Delta S} = S_{\max} (1-R)^\gamma \quad \Delta S_q = \left[ \frac{\sum_{j=1}^k N_j (\bar{\Delta S}_j)^m}{N_B} \right]^{1/m}$$

## Exercício

- Uma placa com um trinca central de aço AISI4340, tem as dimensões definidas na figura abaixo, de  $b=38$  mm  $t=6$  mm e um comprimento inicial de trinca de 2mm. Esta placa é constantemente submetida a uma história de carregamentos axiais mostrado na figura. Quantas repetições desta história de carregamento pode ser aplicada até a ocorrência da falha por fadiga?





Values for small  $\alpha/b$  and limits for 10% accuracy:

$$(a) \quad K = S_g \sqrt{\pi a} \quad (a/b \leq 0.4) \quad (b) \quad K = 1.12 S_g \sqrt{\pi a} \quad (a/b \leq 0.6) \quad (c) \quad K = 1.12 S_g \sqrt{\pi a} \quad (a/b \leq 0.13)$$

Expressions for any  $\alpha = a/b$ :

$$(a) \quad F = \frac{1 - 0.5\alpha + 0.326\alpha^2}{\sqrt{1 - \alpha}} \quad (h/b \geq 1.5)$$

$$(b) \quad F = \left(1 + 0.122 \cos^4 \frac{\pi\alpha}{2}\right) \sqrt{\frac{2}{\pi\alpha} \tan \frac{\pi\alpha}{2}} \quad (h/b \geq 2)$$

$$(c) \quad F = 0.265 (1 - \alpha)^4 + \frac{0.857 + 0.265\alpha}{(1 - \alpha)^{3/2}} \quad (h/b \geq 1)$$

$$N_{if} = \frac{a_f^{1-(m/2)} - a_i^{1-(m/2)}}{C_0 \cdot (F \cdot \Delta S_q \cdot \sqrt{\pi})^m (1 - (m/2))}$$

$$\bar{\Delta K} = K_{\max} (1 - R)^\gamma$$

**Table 11.2** Constants for the Walker Equation for Several Metals

Material	Yield	Toughness	Walker Equation				
	$\sigma_o$	$K_{Ic}$	$C_0$	$C_0$	$m$	$\gamma$	$\gamma$
	MPa (ksi)	MPa $\sqrt{m}$ (ksi $\sqrt{in}$ )	mm/cycle (MPa $\sqrt{m}$ ) <sup>m</sup>	in/cycle (ksi $\sqrt{in}$ ) <sup>m</sup>		( $R \geq 0$ )	( $R < 0$ )
Man-Ten steel	363 (52.6)	200 <sup>1</sup> (182)	$3.28 \times 10^{-9}$	$1.74 \times 10^{-10}$	3.13	0.928	0.220
RQC-100 steel	778 (113)	150 <sup>1</sup> (136)	$8.01 \times 10^{-11}$	$4.71 \times 10^{-12}$	4.24	0.719	0
AISI 4340 steel ( $\sigma_u = 1296$ MPa)	1255 (182)	130 (118)	$5.11 \times 10^{-10}$	$2.73 \times 10^{-11}$	3.24	0.420	0
17-4 PH steel (H1050, vac. melt)	1059 (154)	120 <sup>1</sup> (109)	$3.29 \times 10^{-8}$	$1.63 \times 10^{-9}$	2.44	0.790	—
2024-T3 Al <sup>2</sup>	353 (51.2)	34 (31)	$1.42 \times 10^{-8}$	$7.85 \times 10^{-10}$	3.59	0.680	—
7075-T6 Al <sup>2</sup>	523 (75.9)	29 (26)	$2.71 \times 10^{-8}$	$1.51 \times 10^{-9}$	3.70	0.641	0

$$C = \frac{C_0}{(1 - R)^{m(1 - \gamma)}}$$

Notes: <sup>1</sup>Data not available; values given are estimates. <sup>2</sup>Values for  $C_0$  include a modification for use in [Hudson 69] of  $k$ , where  $K = k\sqrt{\pi}$ .

Sources: Original data or fitted constants in [Crooker 75], [Dennis 86], [Dowling 79c], [Hudson 69], and [MILHDBK 94] pp. 3–10 and 3–11.

$$R = \frac{P_{\min}}{P_{\max}}; S_{\max} = \frac{P_{\max}}{2bt}; \dots \bar{\Delta S} = S_{\max} (1-R)^{\gamma}$$

$$\sum_{j=1}^{N_B} (\bar{\Delta S}_j)^m = \sum_{j=1}^k N_j (\bar{\Delta S}_j)^m$$

**Table E11.6**

$j$	$N_j$ cycles	$P_{\max}$ kN	$P_{\min}$ kN	$R$	$S_{\max}$ MPa	$\bar{\Delta S}_j$ MPa	$N_j (\bar{\Delta S}_j)^m$
1	10.0	240	180	0.75	526.3	294.0	$9.94 \times 10^9$
2	25	200	100	0.5	438.6	327.8	$3.54 \times 10^9$
3	40	150	0	0	328.9	328.9	$5.72 \times 10^9$
4	1	240	0	0	526.3	526.3	$6.56 \times 10^8$
$\Sigma$	166						$1.986 \times 10^{10}$

$$\Delta S_q = \left[ \frac{\sum_{j=1}^k N_j (\bar{\Delta S}_j)^m}{N_B} \right]^{1/m} = \left[ \frac{1,986 \times 10^{10}}{166} \right]^{1/3,24} = 311,3 \text{ MPa}$$

$$N_{if} = \frac{a_f^{1-(m/2)} - a_i^{1-(m/2)}}{C_0 \cdot (F \cdot \Delta S_q \cdot \sqrt{\pi})^m (1-(m/2))} = \left[ \frac{0,0158^{-0,62} - 0,001^{-0,62}}{5,11 \times 10^{-13} (1,03 \times 311,3 \sqrt{\pi})^{3,24} (-0,62)} \right]$$

$$N_{if} = 2,23 \times 10^5 \text{ ciclos}$$

$$B_{if} = \frac{N_{if}}{N_B} = \frac{2,23 \times 10^5}{166} = 1340 \text{ repetições}$$