8ª Lista de Exercícios – Álgebra Linear – Prof. Erica Romão.

Determinantes

1. Calcular o determinante, explicando o resultado de acordo com sua propriedade.

Sendo $\begin{vmatrix} x & y & z \\ r & s & t \\ a & b & c \end{vmatrix} = 7$, então:

a) $\begin{vmatrix} x & r & a \\ y & s & b \\ z & t & c \end{vmatrix}$ b) $\begin{vmatrix} r & x & a \\ s & y & b \\ t & z & c \end{vmatrix}$ c) $\begin{vmatrix} 2x & 2y & 2z \\ r & s & t \\ a & b & c \end{vmatrix}$ d) $\begin{vmatrix} 2x & 2y & 2z \\ 3r & 3s & 3t \\ -a & -b & -c \end{vmatrix}$

2. Dada as matrizes: A = $\begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ -5 & -2 & -9 \\ 7 & 8 & 6 \end{bmatrix}$; B = $\begin{bmatrix} 4 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 7 & 2 & -4 \end{bmatrix}$ e C = $\begin{bmatrix} 2 & 6 & 8 \\ 3 & 9 & 12 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$

Calcular:

a) det A; b) det B; c) det C; d) det (A + B) e) det (A – B)

3. Das matrizes do item 2, verificar se: a) det (A + B) = det A + det B b) det (BC) = det B x det C

4. Utilizando as propriedades dos determinantes, calcular os determinantes das seguintes matrizes.

a) A = $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 3 & -4 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -3 & 0 \\ 2 & 5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$; b) B = $\begin{bmatrix} 1 & -1/2 & 1/2 \\ 0 & 1/2 & -3/2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$; c) C= $\begin{bmatrix} sen\,\emptyset & -\cos\emptyset \\ \cos\emptyset & sen\,\emptyset \end{bmatrix}$

d) D = $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a \\ 0 & 0 & b & c \\ 0 & d & e & f \\ g & h & i & j \end{bmatrix}$ e) E = $\begin{bmatrix} 2 & -3 & 1 & 0 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 5 & 7 \\ 0 & 0 & 1 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

5. Calcular a matriz inversa das matrizes a seguir, utilizando o conceito de matriz adjunta:

a) A = $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 2 \\ 2 & 5 & 3 \end{bmatrix}$; b) B= $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 4 \\ 1 & 6 & 5 \end{bmatrix}$;

6. Sejam as matrizes nxn com det A = 3 e det B = -2. Ache os determinantes indicados:

a) det (AB) b) det (A^2) c) det ($B^{-1}A$) d) det (2A) e) det ($3B^T$) f) det (AA^T)

7. Calcule o valor de K para os quais A é invertível:

a) $A = \begin{bmatrix} k & -k & 3 \\ 0 & k+1 & 1 \\ k & -8 & k-1 \end{bmatrix}$; b) $A = \begin{bmatrix} k & k & 0 \\ k^2 & 2 & k \\ 0 & k & k \end{bmatrix}$;

8. Prove que det (AB) = det (BA)

9. Determine se as afirmações a seguir são verdadeira ou falsa. Se verdadeiro ou falso explique dê exemplo.

a) O determinante da matriz $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ de tamanho 2 x 2 é ad+BC
b) Duas matrizes quadradas A e B podem ter o mesmo determinante se, e somente se, forem de mesmo tamanho;
c) Se A for uma matriz simétrica de tamanho 3 x 3, então Cij = Cij, com quaisquer i e j.
d) O determinante de uma matriz triangular inferior é a soma das entradas ao longo de sua diagonal principal;
e) Dados uma matriz quadrada A e um escalar c quaisquer, temos det (cA) = c det (A)
f) Dados quais matrizes quadras A e B, temos det (A + B) = det (A) + det (B)
g) Dada qualquer matriz A de tamanho 2 x 2, temos det (A^2) = $(\det(A))^2$
h) Det $(A + B^T)$ = det $(A^T + B)$